

Trabajando las Matemáticas con personas mayores

Ana M. Martín Caraballo y Ángel F. Tenorio Villalón

Resumen

Durante los últimos cursos académicos, son varias las sesiones realizadas en el Aula Abierta de Mayores de la Universidad Pablo de Olavide que estaban dedicadas a tratar algunos contenidos matemáticos con una perspectiva atractiva y útil para el alumnado (cuya edad supera los 55 años). A este respecto, se buscaron temáticas que estuviesen presentes y relacionadas con la vida cotidiana. Más concretamente, se trataron temas como arte, naturaleza y matemáticas, juegos de azar, encuestas o algunos divertimentos matemáticos. Tanto la metodología como la temática de cada sesión permitieron que tanto alumnado como profesorado hayan quedado plenamente satisfechos al finalizar estas experiencias.

Abstract

In the last academic years, Senior Citizens' Open Lecture Room of Pablo de Olavide University has held several sessions about mathematical topics from an attractive, useful perspective for the students (whose age is greater than 55). Regarding this, the topics considered were related to their daily lives. More concretely, the following themes were dealt in the sessions: Art, Nature and Mathematics, games of chance, surveys or some mathematical entertainments and pastimes. Both the methodology and the theme for each session allow that both students and teaching staff are very pleased with these experiences.

1. ¿En qué consiste un aula de mayores?

Es en la década de los 60 cuando se plantea la necesidad de preparar y diseñar políticas sociales cuyos destinatarios fuesen las personas mayores. Obviamente, estas políticas tendrían que depender de las particularidades propias de cada país. Más concretamente, la atención a los mayores quería centrarse en los siguientes tres ejes fundamentales: pensiones, asistencia y servicios sociales.

Sin embargo, hubo que esperar a 1982 para que se celebrase la I Asamblea Mundial sobre el Envejecimiento, que conllevó un cambio esencial en la estructuración anteriormente citada para la atención a los mayores. Todas las modificaciones planteadas en esta asamblea fueron recogidas posteriormente por el Plan Internacional sobre el Envejecimiento (ONU, 1982), con el que se pretendía

que tanto gobiernos como sociedad civil actuasen efectivamente ante la situación de nuestros mayores. Entre las recomendaciones del citado plan, aparece la necesidad de programas educativos pensados para ellos, en los que sus recursos y contenidos estuviesen adaptados a sus necesidades e intereses. Todas estas ideas sobre la formación de nuestros mayores se han recogido posteriormente en el concepto de “educación permanente” dado por la UNESCO (2000) y sus indicaciones al respecto. Para un comentario crítico acerca de las recomendaciones 45 a 51 del Plan Internacional sobre el Envejecimiento (las relativas a Educación para mayores), puede consultarse la referencia de Pavón (2002).

Las características demográficas de los mayores en España han de tomarse en consideración a la hora de elaborar acciones educativas para este colectivo. Tales características son:

1. El aumento constante y permanente de la esperanza de vida.
2. El aislamiento socio-cultural al que se ha sometido a este colectivo.
3. El compromiso social correspondiente a las políticas de bienestar.

En referencia al tercer punto, la Universidad debe trabajar en una concepción del aprendizaje como proceso permanente, teniendo en cuenta que la sociedad actual requiere de una formación continuada debido a que los conocimientos de sus ciudadanos van quedándose desfasados con respecto a los cambios que se suceden continuamente.

La Universidad tiene un papel muy destacado en la educación y formación de mayores, ya que tiene que ser uno de los principales artífices en romper el aislamiento social padecido por nuestros mayores y debe buscar el favorecer tanto su propia autonomía como las relaciones intergeneracionales.

En las décadas de los 50 y de los 60, aparecieron las primeras Universidades de mayores y de la Tercera Edad en Europa, siendo Francia uno de los países pioneros (Castellón et al., 2004; Velázquez y Fernández, 1998). Hoy día, esta tendencia se ha generalizado y es una realidad en nuestro país y aparece incluida en el Plan Gerontológico Nacional (IMSERSO, 1993), el Plan de Acción para las personas mayores 2003–2007 (IMSERSO, 2003) y el Plan Andaluz de Servicios Sociales (Junta de Andalucía, 1989).

En la Comunidad Autónoma Andaluza, las universidades organizan actividades formativas para mayores, siendo estas promovidas desde las Administraciones Públicas de acuerdo con el artículo 31 de la Ley 6/1999. Estas actividades pueden presentarse siguiendo tres formatos diferentes: las aulas de formación, los cursos de perfeccionamiento y otras actividades distintas a las anteriores. Todo ello se realiza sin exigir el nivel académico necesario para acceder a la educación universitaria reglada, con lo que estas actuaciones no permiten la obtención de títulos oficiales.

Desde una perspectiva global, existe una enumeración hecha por la UNESCO (1998) indicando cuál debería ser la oferta educativa de las universidades dirigida hacia las personas mayores. En ella se resalta como prioritaria la apertura de los centros universitarios a los adultos ofreciendo “oportunidades” de aprendizaje “flexibles, abiertas y creativas”.

En la actualidad, muchas instituciones educativas han preparado e implantado programas universitarios para este colectivo. El propio Programa Sócrates de la Comisión Europea engloba al programa GRUNDTVIG de cooperación europea en Educación para Adultos (Comisión Europea, 2006). Análogamente, el programa Sócrates también financió entre 1997 y 2000 la red Learning in Later Life, en el que puede consultarse un amplio catálogo de las instituciones educativas españolas con programas educativos y formativos para mayores.

Si nos limitamos al estado español, los programas universitarios para personas mayores se han incrementado de cinco a principios de los noventa hasta los más de cincuenta actualmente, siendo el número de alumnos superior a los 22.000 (Vila, 2002).

En la Ponencia-marco del VI Encuentro Nacional de Programas Universitarios para Mayores (Bru, 2002), se estableció la organización de Aulas de Mayores como una función de la Universidad Española. Además, otros dos puntos de interés justifican también la apertura de la Universidad a los mayores:

1. El envejecimiento poblacional: a mediados del s.XXI, los mayores de 50 mantendrán las estructuras económicas y de financiación de la Universidad en nuestro país.
2. El retraso de la jubilación: que conlleva un reciclaje profesional de los conocimientos poseídos por las personas mayores de 50.

Si hacemos una recopilación de las temáticas consideradas en los planes de estudio de las diversas Aulas de Mayores o de la Experiencia en España, podremos distinguir cinco áreas de conocimientos:

- a) Humanidades y Ciencias Sociales;
- b) Ciencias Jurídicas y Económicas;
- c) Ciencias de la Tierra y del Medio Ambiente;
- d) Ciencias Biosanitarias;
- e) Ciencias Tecnológicas.

El porcentaje más elevado (con una clarísima diferencia con respecto de las restantes áreas) corresponde a las asignaturas de las áreas a) y b), en ese orden. Por su parte, el área e) es la que presenta el menor porcentaje de todas. De este modo, se observa que en estos programas el peso principal es soportado por las asignaturas que han sido tradicionalmente denominadas “de Letras”, siendo residual el número de sesiones correspondientes al bloque de Ciencias Tecnológicas.

Como ya se indicó anteriormente, todas estas actividades corresponden a enseñanzas no regladas y, por tanto, no suele depender del Vicerrectorado encargado de la ordenación académica de la Universidad. En la siguiente tabla indicamos cada una de las Universidades Andaluzas y el Vicerrectorado que se encarga de su aula de mayores:

Universidad	Vicerrectorado	Nombre del Aula
Almería	Cultura, Extensión Universitaria y Deportes	Mayores en la Universidad. Ciencia y Experiencia
Cádiz	Alumnos	Aula Universitaria de Mayores
Córdoba	Relaciones Institucionales e Internacionales	Cátedra Intergeneracional "Profesor Francisco Santisteban"
Granada	Enseñanzas de Grado y de Posgrado	Aula Permanente de Formación Abierta
Huelva	Extensión Universitaria	Aula de Mayores y de la Experiencia
Jaén	Extensión Universitaria	Universidad de Mayores
Málaga	Bienestar Social e Igualdad	Aula de Mayores
Pablo de Olavide	Participación Social	Aula Abierta de Mayores
Sevilla	Relaciones Institucionales, Relaciones Internacionales y Extensión Cultural	Aula de la Experiencia

En cualquier caso, también existen universidades cuyos destinatarios son únicamente las personas denominadas "mayores", siendo una de las de mayor tradición la Universidad de la Tercera Edad (UTE). Las titulaciones de la citada universidad corresponden a los bloques a) y b).

En los programas para mayores encontramos un alumnado diferente al que estamos acostumbrados. Es altamente exigente, receptivo y activo, implicándose mucho más en su formación que un estudiante universitario modelo. Además, requieren e incluso exigen una docencia centrada en la práctica cotidiana.

El perfil de este alumnado es, en general, el de una persona mayoritariamente inactiva laboralmente y cuyo nivel educativo puede variar completamente, siendo lo más habitual tener hasta Educación Secundaria (Vila, 2002).

Finalmente, queremos remarcar algunas de las conclusiones sobre la Educación de mayores obtenidas en el VI Encuentro Nacional de Programas Universitarios para Mayores (Bru, 2002):

- a) Una persona puede aprender a cualquier edad; solo depende de su voluntad.
- b) La formación personal ha de primar ante fines competitivos o profesionales.

- c) La capacidad de adaptación debe fomentarse a cualquier edad.
- d) Los cursos son gratificantes para los alumnos, ayudando a la realización personal y al fomento de las relaciones interpersonales y a la convivencia.
- e) Los cursos facilitan la comprensión de la realidad actual, creando estímulos para mantenerlos activos física y psíquicamente y para alcanzar las competencias necesarias sobre salud, ocio y vida cotidiana.

2. Un caso particular: la Universidad Pablo de Olavide

En la Universidad Pablo de Olavide de Sevilla (en adelante UPO), la formación universitaria para mayores comenzó su andadura en el curso académico 2002/03, cuando arrancó un programa de formación científica, cultural y social para mejorar la calidad de vida de las personas mayores y, de esta forma, fomentar su participación como dinamizadores sociales. El nombre del programa era el de Aula Abierta de Mayores y su planteamiento era el de un espacio dirigido a mayores de 55 años que respetase las directrices comentadas en la sección anterior acerca de la Educación de Mayores.

El Aula Abierta se ha puesto en marcha en aquellos municipios y comarcas de Sevilla cuyas distancias a la capital dificultaban su acceso a la formación y participación en ámbitos universitarios, siendo ocho las sedes que actualmente existen. A continuación, se indican las mismas apareciendo entre paréntesis el año en que comenzó su andadura:

- Carmona (curso 02/03).
- Marchena (curso 02/03).
- Aznalcóllar (curso 03/04).
- Alcalá de Guadaíra (curso 05/06).
- Gerena (curso 05/06).
- Almensilla (curso 06/07).
- Gines (curso 07/08).
- Montellano (curso 07/08).

Solo se exige un requisito a los participantes: interés por aprender y conocer cosas nuevas. Con esta filosofía en mente, se decidió no poner prerrequisitos relativos a la posesión de títulos previos. Esto hace que los contenidos se traten a un nivel divulgativo.

El programa formativo del Aula Abierta de Mayores se estructura en tres cursos académicos de 100 horas lectivas cada uno. En cada curso se trabajan tres bloques de conocimientos: de Ciencias Sociales, Científico-Técnico y Jurídico-Económico.

Son varias las instituciones involucradas en la financiación del Aula de Mayores, ya que esta aula tiene su origen en la colaboración entre instituciones y organismos sociales que actúan sobre el ámbito educativo y la protección de las

personas mayores. Además de la UPO, las entidades que financian esta actividad son:

- Ayuntamientos que demandan la actividad.
- Diputación Provincial de Sevilla.
- Consejería de Asuntos Sociales.
- Matrículas de los alumnos participantes.

La contribución de la UPO consiste en aportar sus recursos organizativos y de gestión, además del apoyo administrativo general. En cuanto a los gastos por docencia y funcionamiento de cada programa, se subvencionan mediante convenios con las instituciones anteriores.

El lector interesado en una mayor información sobre el Aula Abierta de Mayores puede consultar (Universidad Pablo de Olavide, 2004–2008; Vicerrectorado, 2004).

3. Actividades matemáticas para el aula de mayores

A continuación se expondrán algunas de las sesiones con contenido matemático realizadas en algunas de las sedes del Aula de Mayores. En concreto, trataremos aquellas que fueron o serán impartidas por alguno de los autores. Antes de exponer los objetivos y la metodología empleados en estas sesiones, se indicará el listado de actividades por curso académico:

1. Curso 04/05: “Las Probabilidades: una aplicación de las Matemáticas a los juegos de azar”.
2. Curso 05/06: “Anecdotario matemático, o cómo reírse con las Matemáticas”.
3. Curso 06/07:
 - a. “Entretenimiento y magia matemática”.
 - b. “Anecdotario matemático, o cómo reírse con las Matemáticas”.
 - c. “La belleza de las Matemáticas y las Matemáticas de la Belleza”.
4. Curso 07/08:
 - a. “¿Cómo interpretar las encuestas que aparecen en los medios de comunicación?”
 - b. “Matemáticas en la Naturaleza”.

Aunque todas y cada una de las sesiones se catalogaron oficialmente como conferencias, decidimos no hacer uso de una metodología puramente expositiva para así ser coherentes con la máxima de la Educación para Mayores: motivarles, hacerles partícipes activos en la obtención del conocimiento y usar sus experiencias vitales en las sesiones. Además, la elevada heterogeneidad en la formación de los asistentes llevaba a plantearnos que una sesión puramente expositiva sería contraproducente para mantenerles motivados e interesados. En nuestra opinión, esto último podría conseguirse fomentando la participación continuada de los

asistentes durante las sesiones, buscando así que ellos fuesen el motor de la sesión y origen de motivación constante.

Como puede entenderse de los títulos de cada sesión, los principales aspectos matemáticos que fueron tratados consistían en: la vertiente lúdica de las Matemáticas y su uso en la vida cotidiana.

Como es bien conocido, la Matemática Recreativa consiste en utilizar las Matemáticas (y, más concretamente, algunos de sus resultados y nociones) como base para juegos y trucos que le permiten al docente disponer de una cantidad considerable de recursos recreativos para compaginar enseñanza con diversión y entretenimiento. De este modo, pueden tratarse algunos conceptos de forma lúdica y fomentar una mejor motivación por parte de nuestro alumnado. Pese a que el grado de dificultad en la fundamentación teórica de estos recursos puede variar cuantitativamente, la mayoría se pueden explicar y mostrar cómo llevarlos a cabo, sin necesidad de preocuparnos del nivel educativo de nuestro alumnado. Solo tienen que adaptarse y simplificarse las explicaciones pertinentes. Además, como ya se ha indicado, la Matemática Recreativa permite realizar actividades matemáticas muy atractivas para los asistentes que no solo aprenden, sino que pasan un magnífico rato. Para ver cómo se lleva a cabo una actividad completa en esta aula, el lector puede consultar la referencia de Fedriani y Tenorio (2006).

En cuanto a ver cómo influyen las Matemáticas en nuestra vida diaria y cuáles son sus posibles usos en ella, se han utilizado recursos didácticos que permiten trabajar tópicos como la relación entre Matemáticas y arte, los juegos de azar, la naturaleza, medios de comunicación, encuestas...

Teniendo en cuenta que la función de estas sesiones era fundamentalmente divulgativa, los objetivos de las mismas debían ser principalmente actitudinales, ya que deberían alcanzarse en sesiones de no más de dos horas. No obstante, se procuraron trabajar (en la medida de lo posible) algunas competencias conceptuales y procedimentales relativas a los tópicos tratados y que no requiriesen de conocimientos previos.

3.1. Probabilidades: una aplicación de las Matemáticas a los juegos de azar

Esta sesión tuvo lugar durante el curso 2004/05 en la sede de Marchena del Aula de Mayores. En ella, se plantearon preguntas como las siguientes:

- ¿Cuáles son las opciones de que a uno le toque el premio en alguno de los múltiples juegos de azar que son promocionados en nuestra sociedad?
- ¿Podemos ganar dinero con la lotería o con la ONCE?
- ¿Es difícil ganar en un juego de azar?

Para responder a estas y otras preguntas, se procedió a estudiar diversos juegos calculando las probabilidades de ganar en cada uno de ellos y viendo cuáles son las dificultades que encontramos para conseguirlo. Más concretamente, se

comenzó con algunos juegos clásicos de cartas y de dados, para pasar a los juegos de azar más conocidos hoy en día: ONCE, quinielas, loterías, bingos...

Usando los juegos de azar como motor de la sesión, se trabajó el concepto de suceso aleatorio. En ningún momento se trató este concepto con formalismos academicistas, sino que toda la explicación estuvo basada en la exposición de ejemplos que ponía tanto el profesorado de la sesión como el propio alumnado. Los ejemplos empleados en esta parte de la sesión se sacaron de tirar un dado y una moneda.

Una vez el alumnado mostró tener claro en qué consistía un suceso aleatorio, se procedió a explicarles la Ley de los Grandes Números. Obviamente, se les enunció la ley de una manera sencilla y sin tener que trabajar con las probabilidades formalmente. Naturalmente, tras enunciar la ley, se procedió a indicarles algunos ejemplos para que viesen en qué consistía en la práctica. Uno de los ejemplos expuestos, fue el de simular un lanzamiento de una moneda doscientas veces y ver cuál era la relación existentes entre el número de caras que se iban obteniendo y el número total de lanzamientos realizados en cada momento. A continuación, mostramos la transparencia usada en la sesión con los datos obtenidos en la simulación del experimento.

Nº de lanzamientos	10	20	30	40	50	60	70
Nº de caras	6	11	16	20	27	31	37
Cociente	0'600	0'555	0'533	0'500	0'540	0'517	0'528

Nº de lanzamientos	80	90	100	110	120	130	140
Nº de caras	43	48	53	57	62	68	72
Cociente	0'537	0'530	0'530	0'518	0'516	0'523	0'514


Nº de lanzamientos	150	160	170	180	190	200
Nº de caras	77	83	86	92	95	101
Cociente	0'513	0'519	0'506	0'511	0'500	0'505



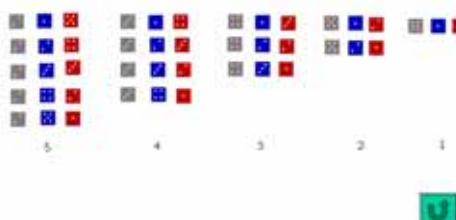
El poder llegar a la Ley de los Grandes Números de manera empírica y basándose en la experiencia propia, permitió establecer la noción de probabilidad de un suceso y obtener empíricamente la Regla de Laplace para obtener probabilidades. Fue tras exponer esta regla que se empezó a calcular las probabilidades de ganar en diversos juegos de azar. Entre los juegos que se expusieron en la sesión, indicamos los siguientes:

- Obtener una determinada suma de puntos con el lanzamiento de tres dados. Como ejemplo particular, se calculó la probabilidad de obtener el ocho como resultado de sumar los puntos, indicando todas las posibles combinaciones para el resultado deseado:

LANZAR TRES DADOS

- Probabilidad de que la suma sea 8.
- N° de jugadas posibles: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.
- N° de jugadas favorables: 15.
Formas de obtener 8 sumando tres números. 
- $P(\text{Suma} = 8) = \frac{15}{216} = 0,069$.

JUGADAS FAVORABLES



- Obtener un seis doble al lanzar dos dados. Con este ejemplo el alumnado pudo llegar por sí mismo a la conclusión de que cuanto mayor fuese el número de tiradas que realizaran, más posibilidades tenían de obtener un seis doble en el cómputo total de las tiradas realizadas.
- Obtener una figura en una baraja de cartas española.
- Obtener una pareja de sotas, caballos o reyes.
- Tener el número premiado en el sorteo nacional de lotería o en el sorteo de la ONCE, comprando un único décimo.



- Obtener cada uno de los premios en una quiniela futbolística, teniendo en cuenta que solo se obtiene premio al acertar quince, catorce, trece o doce de los quince resultados posibles.
- Obtener la combinación ganadora de la Lotería Primitiva. Este juego consiste en acertar una combinación de 6 números. Los números están comprendidos entre el 1 y el 49, no pudiéndose repetir números.



Queremos resaltar que los asistentes mostraron una gran curiosidad frente a la problemática subyacente a conseguir el premio en los múltiples juegos de azar tratados, sorprendiéndose por la escasa probabilidad de salir premiados en ellos.

Son variados y diversos los estudios probabilísticos que existen sobre los juegos de azar y que pueden ser de utilidad a la hora de preparar una actividad como esta. Por ejemplo, pueden consultarse los trabajos de F.J. Ruiz (2000) y J. Haigh (2003).

3.2. Anecdotario matemático, o cómo reírse con las Matemáticas

Fueron dos las sesiones realizadas bajo este título en dos años sucesivos. Tanto sus contenidos como sus objetivos eran similares, celebrándose la primera sesión en la sede de Aznalcóllar durante el curso 2005/06 y la segunda en la sede de Almensilla durante el curso 2006/07. Las sesiones se estructuraron en cinco bloques temáticos, trabajados en el siguiente orden: ilusiones ópticas, juegos de lógica, laberintos, humor gráfico y juegos topométricos.

Solo expondremos brevemente el contenido de las sesiones, recomendando la consulta de Fedriani y Tenorio (2006) para una visión más completa de las actividades realizadas en esta actividad.

El bloque de ilusiones ópticas se trabajó de forma práctica, mostrando a los presentes cierto número de fotografías y dibujos que conllevaran una duplicidad en su percepción. Además, se explicaba cuál era la fundamentación teórica para que tengamos distintas percepciones a partir de una misma imagen. Dos muy buenas referencias para trabajar las ilusiones ópticas son DiSpezio (2002) y Meavilla (2004).



Seguidamente se trabajó un bloque de juegos lógicos para que se pudiese observar cómo nuestro sentido “común” y nuestra percepción de la realidad se modeliza con razonamientos lógicos y conceptos matemáticos (esencialmente, se trabajaron los de tipo geométrico).

Para el bloque de laberintos, se trabajó con varios laberintos clásicos y se explicaron algunas técnicas para recorrerlos por completo y/o salir de ellos. Dichas técnicas estaban basadas en la Teoría de Grafos y, más concretamente, en la obtención de recorridos en el grafo obtenido al considerar como vértices las intersecciones entre dos veredas del laberinto y como aristas, la existencia de una vereda entre dos intersecciones. Obviamente, no se hizo un tratamiento formalizando los conceptos de Teoría de Grafos (de hecho, ni se mencionó la palabra grafo), pero sí se pudieron explicar y tratar algunas técnicas de obtención de caminos y circuitos en grafos. Además, el estudio matemático de los laberintos tratados estuvo amenizado por la inclusión de algunas curiosidades históricas relativas a las diferentes civilizaciones en las que tuvieron lugar su aparición.

Tras un toque de humor con chistes gráficos de contenido matemático sacados de la prensa (muchos de ellos de la inolvidable Mafalda y sus amigos) y que permiten ver la percepción que tiene la sociedad de las Matemáticas, se pasó a trabajar con puzzles manipulativos, siendo esta actividad muy bien acogida por todos los asistentes. De este modo, se pudo tratar la percepción espacial con el alumnado y las estrategias para resolver algunos de estos puzzles. Nótese que el uso de los puzzles, tanto de madera como de alambre, han sido y están siendo ampliamente estudiados en Didáctica de las Matemáticas, tal y como puede comprobarse en trabajos como el de Montoya y Flores (2003) y Muñoz (2003).

Como se puede observar de todo lo anterior, las sesiones estuvieron basadas en la interacción alumno-profesor y alumno-alumno, dotando a las mismas de una mecánica en la que los asistentes eran parte activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Cada contenido se trató usando problemas prácticos, que fueron trabajados por los asistentes, que buscaron soluciones a las situaciones planteadas.

3.3. Entretenimiento y magia matemática

Con este nombre se llevó a cabo una sesión en la sede de Alcalá de Guadaíra durante el curso 2006/07. El objetivo de la misma fue trabajar las Matemáticas desde uno de sus aspectos más lúdicos: la magia matemática. Se trabajaron varios juegos y trucos de magia cuya base se encuentra en las Matemáticas. Todos los juegos que se trabajaron eran sencillos y no requerían de complejos conceptos teóricos. Se comenzó con dos trucos muy conocidos en el ámbito de las Matemáticas, pero que para las personas profanas causa un efecto espectacular y sorprendente. Una muy buena y completa selección de trucos de magia matemática pueden encontrarse en Muñoz (2003) y en Ruiz y Alegría (2002).

1. Obtención de la letra del DNI a partir del número asignado, consistente en la división del número entre 23 y la asignación de la letra en la siguiente tabla correspondiente al resto de la división.

RESTO	LETRA	RESTO	LETRA
0	T	12	N
1	R	13	J
2	W	14	Z
3	A	15	S
4	G	16	Q
5	M	17	V
6	Y	18	H
7	F	19	L
8	P	20	C
9	D	21	K
10	X	22	E
11	B		

2. Preparación de tarjetas “mágicas” para “adivinar cualquier número entre 0 y 264. Para ello, se descompone cada número usando el sistema binario y se considera una tarjeta para las siguientes potencias de 2: 2^0 , 2^1 , 2^2 , 2^3 , 2^4 y 2^5 . Si un número, por ejemplo el 50, se descompone como:

$$50=2^5+2^4+2^1$$

Por lo tanto, deberíamos incluir el número 50 en las tarjetas asociadas a esas tres potencias. De este modo, si solo nos dan esas tres tarjetas, sabremos que el número pensado por nuestra “víctima” es el 50. A continuación, ponemos una posible distribución de las tarjetas (las potencias de 2 asociadas a cada tarjeta está en la esquina inferior derecha de cada una de ellas):

3	45	11	17	33	29
31	53			63	7
55		59	9	43	51
23	61	37	47	27	19
49	5		25	57	41
15	39	21	13	35	1

6	19	38	22	47	10
50	58		31	62	54
42	3		14		39
11	63	18		27	15
34	55	59	46	51	35
23	43	7	26	30	2

5	29	12	38	21	15
60			45	61	52
20	47	22	63	31	28
39	6	30	14		23
54	62	44		36	46
13	37	53	7	55	4

9	43	29	13	58	24
57	25	41		46	60
12			26		11
42	61	15	63	40	31
47	27	45	59	62	56
28	10	30	14	44	8

17	56	21	53	48	19
31	25	61		58	26
55	59	28	20	63	50
23	62			30	22
51	18	57	60		54
27	49	52	24	29	16

33	54	38	49	58	47
59	62		53	44	36
45	37	41	57	61	51
52	63		34	48	42
40		46		55	60
56	35	50	43	39	32

Pero no solo nos limitamos a este truco de la tarjeta, sino que fueron diversas las actividades de Matemática Recreativa que se construyeron con materiales de los que disponemos en nuestro hogar, como pueden ser cartón, cartulina, tijeras, rotuladores... De esta forma, se preparó algunos materiales que permitiesen la puesta en escena de algunos otros trucos basados en las propiedades numéricas del número 9.

Por poner un ejemplo, se pidió a los asistentes que fuesen realizando una serie de operaciones aritméticas básicas (sumas, restas y multiplicaciones): súmame a tu edad el número de hermanos y hermanas que tienes, réstale el número de tíos que tienes, multiplícalo por el número de letras que tiene el nombre de tu calle... Tras hacer todo eso, debemos asegurarnos que multipliquen el resultado obtenido por un múltiplo de 9. Una forma de hacerlo (hay tantas como imaginación le echemos al asunto) es pedirle a los asistentes que multipliquen por 6 el resultado obtenido, le resten 9 y, finalmente, lo multipliquen por 3. Finalmente, les pedimos que sumen todas las cifras que componen al número resultante y que vuelvan a hacerlo hasta

que el resultado sea un número de dos cifras. Una vez que tienen ese número, deben mirar la siguiente imagen:



Nosotros podremos “leer la mente” de nuestro alumnado y decirles que la figura que les ha salido es la del mago. En este juego estamos utilizando la siguiente propiedad de los números divisibles por 9: la suma de los dígitos que lo componen es 9. Por tanto, colocando la misma imagen en todos los múltiplos de 9 (que es lo que ocurre en la figura anterior), podemos “adivinar” cuál es la figura que han obtenido nuestros alumnos y alumnas.

Finalmente, se trabajó con puzzles (juegos topométricos) de alambre que permiten realizar efectos “mágicos”, con lo que estos juegos manipulativos podían presentarse ante nuestro público como trucos de “magia”.

Como puede entenderse de lo comentado anteriormente, la sesión se afrontó como un espectáculo lúdico al puro estilo de un show de magia, en el que el mago enseñaba sus trucos a los asistentes, que o bien actuaban como asistentes del “mago” o bien como los propios magos.

3.4. La belleza de las matemáticas y las matemáticas de la belleza

Esta sesión fue la más cercana de todas las comentadas al bloque de Humanidades. Se realizó durante el curso 2006/07 en la sede de Carmona, ya que su temática central versó sobre las proporciones áurea y cordobesa y su relación con el arte y la belleza. Para introducir ambos conceptos, se pidió a los asistentes que ordenasen una serie de esculturas divididas en distintos grupos (prehistóricas, griegas, romanas, contemporáneas, etc.) comenzando con la que más le gustara hasta llegar a la que menos le gustara. Se pidió que hicieran lo mismo con una serie de obras arquitectónicas.

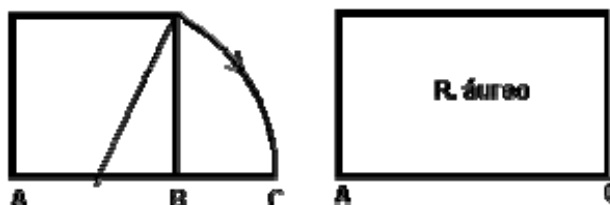
Tras realizar este primer ejercicio, los asistentes tuvieron que hacer una serie de mediciones con el ancho y el alto de las figuras expuestas. De este modo, pudieron observar que la razón entre el alto y el ancho de las figuras elegidas en primer lugar (las más bellas en opinión de los alumnos) siempre coincidían. Esto

permitió introducir la razón áurea a los presentes, mostrando también cómo en la naturaleza la pueden encontrar hasta en los lugares más insospechados.

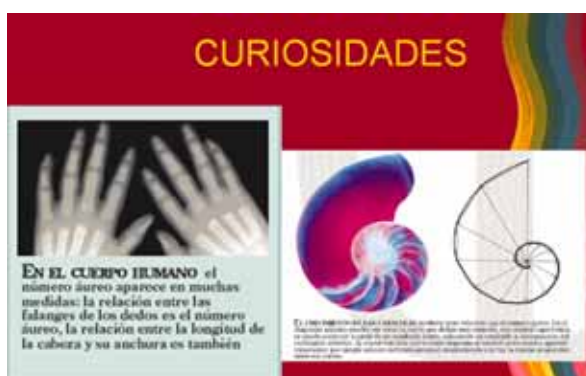


La razón áurea aparece ya formulada en los *Elementos* de Euclides, en una construcción geométrica llamada *División de un segmento en media y extrema razón*: “el todo se divide en dos partes tal que la razón proporcional entre la parte menor y la mayor, es igual a la existente entre la mayor y el total, es decir, la suma de ambas”.

Se explicó a los alumnos cómo construir un rectángulo áureo a partir de un cuadrado: dividimos por la mitad uno de los lados del cuadrado y unimos el punto medio de ese lado con uno de los vértices del lado opuesto. Dejamos “caer” el segmento resultante, de modo que quede en horizontal, desde el punto medio del segmento AB, obteniendo el punto C, por último, dibujamos el rectángulo de base AC y altura AB. El rectángulo obtenido tiene proporción áurea.



Otra de las partes en la que se dividió la charla trataba de encontrar la proporción áurea en la naturaleza, en sitios tan insospechados como en los huesos del cuerpo humano, pájaros, flores, crecimiento de las conchas, etc., como ejemplo se muestra la figura siguiente:



Por último, también se introdujo a los alumnos otras proporciones que se dan en el arte, no tan famosa y utilizada como la áurea, como es la proporción cordobesa, que se define como la relación entre el radio de la circunferencia circunscrita al octógono regular y el lado de éste:

$$\frac{R}{L} = \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} \cong 1.3065629\dots$$

Como ejemplo de proporción cordobesa se puede citar las bellas arcadas de la Mezquita de Córdoba.



Nos gustaría resaltar que la experiencia fue muy grata tanto por parte de la profesora como de los alumnos, ya que éstos mostraron un especial interés desde el comienzo de la clase. Para ellos, suponía una experiencia muy novedosa y bastante diferente de lo que habían visto hasta ese momento, ya que esta sede de Carmona del Aula de Mayores se centra en las Humanidades, como ya se indicó anteriormente. Para estos alumnos era la primera vez que tenían contacto con una disciplina “más científica”.

4. Conclusiones

Queremos resaltar que trabajar como docente en el Aula Abierta de Mayores es una experiencia sumamente gratificante, ya que el alumnado asistente presenta una predisposición altamente remarcable a la hora de aprender y es sumamente activo en el aula, aportando sus experiencias, ideas y dudas. De hecho, muchas de las cuestiones que plantearon (por no decir todas) fueron altamente gratificantes para nosotros, los docentes, ya que mostraron una gran implicación en las actividades y buscaban soluciones y planteamientos para las situaciones y dificultades que se les iban planteando.

Al pensar en cuáles son los problemas (desde un punto de vista didáctico) que un docente se encuentra en este tipo de sesiones, no se nos ocurre ninguno que no

sea subsanable (o al menos suavizable) con una elección de tópicos y temáticas que no requieran de conocimientos previos para su comprensión. Además, ha de tenerse siempre presente que las temáticas tratadas sean interesantes para nuestro alumnado, ya que éste se encuentra más motivado e involucrado si trabajamos con situaciones relacionadas con su entorno y vida cotidiana y que les sean de alguna utilidad o aplicación.

Pese a que podría parecer complicado encontrar contenidos matemáticos que puedan tratarse del modo en que se indica, el presente artículo ha mostrado algunos temas que pueden utilizarse para este tipo de actividades. Es nuestro deseo que las experiencias que hemos presentado permitan al lector interesado el pensar otros ejemplos de temas a trabajar desde una perspectiva matemática interesante para nuestros alumnos.

Bibliografía

- C. Bru (ed.) (2002): “Los Modelos Marco de Programas Universitarios para Mayores”. *Actas del VI Encuentro Nacional de Programas Universitarios para Mayores*. Universidad de Alicante, Alicante.
- A. Castellón, M.A. González y A. Martos (2004): “Análisis de la satisfacción en los mayores de la Universidad de Granada”. *Rev. Mult. Gerontol.* 14:5, 252-257.
- Comisión Europea (2006): Programa Grundtvig. Disponible en: http://ec.europa.eu/education/programmes/llp/grundtvig/index_en.html.
- M.A. DiSpezio (2002): *Experimentos sencillos sobre ilusiones ópticas*. Ediciones Oniro, Barcelona.
- E.M. Fedriani y A.F. Tenorio (2006): “Geometría para mayores de 55 años: una experiencia en un Aula de Mayores”. *Epsilon*, 22:2, 217–229.
- J. Haigh (2003): *Matemáticas y juegos de azar: jugar con la probabilidad*. Tusquets, Barcelona.
- IMSERSO (1993): *Plan Gerontológico Nacional*. Madrid.
- IMSERSO (2003): *Plan de Acción para las personas mayores 2003–2007*. Consejo de Ministros de 29 de agosto. Disponible en: <http://www.seg-social.es/imserso/normativas/planppmm20032007.pdf>.
- Junta de Andalucía (1989): *Plan Andaluz de Servicios Sociales*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía de 12 de mayo.
- Junta de Andalucía (1999): *Ley 6/1999, de 7 de julio, de Atención y Protección a las Personas Mayores*. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía nº 87 de 29 de julio. Disponible en: <http://www.juntadeandalucia.es/boja/boletines/1999/87/d/2.html>.
- Red Europea Learning in Later Life (1995-2008). Disponible en: <http://www.lill-online.net/hauptmenu/S/haupt.html>.
- V. Meavilla (2004): *Figuras imposibles: geometría para heterodoxos*. Proyecto Sur, Granada.
- C. Montoya y P. Flores (2003): “Los puzzles en alambre como recurso didáctico para la enseñanza de las matemáticas”. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 6:3, 665-684.
- J. Muñoz (2003): *Ernesto, el aprendiz de matemago*. Nivola, Madrid.

- ONU (1982): *Resolution 37/51: Vienna International Plan of Action on Ageing*. Disponible en: http://www.un.org/esa/socdev/ageing/vienna_intlplanofaction.html.
- F. Pavón (2002): "La otra universidad: las aulas de la experiencia. A los mayores españoles les va interesando Internet". *Actas de la X Jornada Universitaria de Tecnología Educativa*. Disponible en: <http://dewey.uab.es/pmarques/evte/pavon.html>.
- F.J. Ruiz (2000): "Juegos de azar: Una breve historia: La ruleta de Las Vegas y la lotería primitiva, ¿cómo funcionan?". *Epsilon*, 16:3, 257-268.
- J.C. Ruiz y P. Alegría (2002): "La magia desvelada". *Sigma*, 21, 145-174.
- UNESCO (1998): *Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el s.XXI*. Disponible en: http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm.
- UNESCO (2000): *Informe final del Foro Mundial sobre la Educación*. Disponible en: <http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001211/121117s.pdf>.
- Universidad Pablo de Olavide (2004–2008). *Web del Aula Abierta de Mayores*: http://www.upo.es/general/centros_depart/otros_centros/aula_mayores/otros_a_mayores.html.
- M. Velázquez y C. Fernández (1998): *Las Universidades de mayores. Una aventura hecha realidad*. Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, Sevilla.
- Vicerrectorado de Promoción Social y Extensión Universitaria de la Universidad Pablo de Olavide (2004): *Aula Abierta de Mayores. Memoria Evaluativa Curso 2003–2004*. Disponible en: http://www.upo.es/general/centros_depart/otros_centros/aula_mayores/docu/memoria2004_aam.pdf.
- D. Vila (2002): "Las Aulas de la Experiencia". *Muf@ce. Revista electrónica* 18/188. Disponible en: <http://www.map.es/gobierno/muface/o188/educ.htm>.

Ana M. Martín Caraballo, Licenciada en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla en 1993 y Doctora por la Universidad Pablo de Olavide de Sevilla (febrero de 2005). Actualmente es Profesora Colaboradora en la Universidad Pablo de Olavide y Secretaria Provincial de la SAEM THALES en Sevilla. Sus publicaciones, tanto en revistas como en congresos, son referentes a indicadores de pobreza y desarrollo, además de la Historia de las Matemáticas y la metodología ECTS en las universidades españolas.

Ángel F. Tenorio Villalón, nacido el 7 de julio de 1977 en Sevilla. Licenciado en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Sevilla (julio de 2000) y Doctor por esa misma universidad (diciembre de 2003). Actualmente es Profesor Ayudante en la Universidad Pablo de Olavide y Delegado Provincial de la S.A.E.M. THALES en Sevilla. Sus publicaciones, tanto en revistas como en congresos, son referentes a la Teoría de Lie, la Historia de las Matemáticas y la metodología ECTS en las universidades españolas.