

Geometría para el siglo XXI

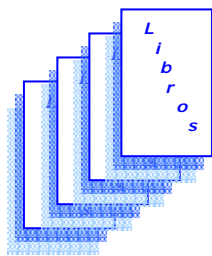
Autores: **Colectivo de autores** (Ángel Gutiérrez Rodríguez; Damián Aranda Ballesteros; Claudi Alsina; Francisco Ruiz López y Luís Rico Romero; Rafael Pérez Gómez; María Ángeles Benítez y Flores Serrano; Ricardo Barroso y José María Gavilán y Pablo Flores) coordinados por Pablo Flores, Francisco Ruiz y Miguel de la Fuente.

Edita: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas en coedición con la Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales

Año: 2006

248 páginas

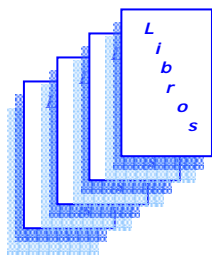
La Sociedad Andaluza de Educación Matemática (S. A. E. M.) ha comprendido la necesidad de ofrecer al profesorado una serie de libros, con carácter periódico, que aporte un “*estado de la cuestión*” sobre tópicos importantes de la Educación Matemática. El primer paso está ya realizado, con la publicación de **Geometría para el siglo XXI**, esperamos que siga en este camino y que la Federación siga apoyando estas iniciativas.



Como escribe Antonio Marín en la Introducción: “*A nadie se le esconde que hoy la Geometría es un pariente pobre de la educación matemática obligatoria y, a la vez, está incorporando en su haber nuevos y poderosos instrumentos para su enseñanza. Las nuevas tecnologías han abierto un camino de aplicaciones muy potente y, a su vez, están permitiendo que el estudiantado se sienta más cómodo al representar o razonar con herramientas casi instantáneas. Esta situación plantea nuevos problemas educativos a cuya solución pretende contribuir este material.*”

El libro se compone de tres partes perfectamente diferenciadas. La denominada **PARTE 1: Elementos teóricos** se compone de dos capítulos, Ángel Gutiérrez Rodríguez (Universidad de Valencia) nos presenta: **La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría**, en el que se presenta: distintas secciones dedicadas a temas importantes en los que se investiga actualmente, resultados destacados de las investigaciones, los marcos teóricos utilizados y los problemas de investigación abiertos. En la primera de las secciones describe *el modelo de razonamiento matemático* de los esposos holandeses *Van Hiele*, sin duda el marco teórico predominante, actualmente, para organizar la enseñanza de la geometría. En la segunda sección, denominada: *la enseñanza de geometría en micromundos informáticos*, aborda la enseñanza de la geometría con la ayuda de ordenadores y software específico, que ha supuesto, en los últimos años, la aparición de nuevas estrategias de enseñanza y de organización de las clases, desde el popular y potente lenguaje de programación Logo o el Cabri que le saca mucho rendimiento a las redes informáticas. En la siguiente sección plantea uno de los temas claves en la enseñanza de las matemáticas en la etapa de la educación secundaria, el aprendizaje del razonamiento abstracto y las demostraciones matemáticas, bajo el título: *Pruebas, justificaciones, demostraciones,...* La cuarta sección, *la visualización en geometría*, tiene como fin reflexionar sobre las estrechas relaciones entre el uso de la visualización (o imaginación) espacial y el aprendizaje de la geometría. Ángel Gutiérrez finaliza describiendo los resultados de algunas investigaciones relacionadas con el aprendizaje de conceptos geométricos elementales estudiados en los niveles de Primaria y Secundaria.

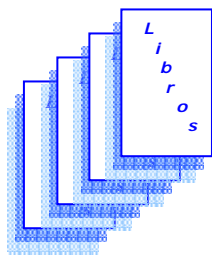
El segundo capítulo lo presenta Damián Aranda Ballesteros (Córdoba) y tiene como título: **La circunferencia: Una revisión epistemológica**. Realiza una *aproximación histórica del uso de la circunferencia*: La circunferencia es la figura más regular de todas las figuras geométricas planas y además de ser uno de los grandes logros de la Humanidad ha cautivado a muchas civilizaciones. Realiza un análisis exhaustivo desde la época de los griegos hasta el siglo XIX. Damián Aranda finaliza con un análisis de las *tipologías de los problemas matemáticos*, y en el caso particular de la circunferencia, y posteriormente desarrolla algunos *métodos geométricos de resolución de problemas, diversos teoremas y problemas sobre la Geometría de la circunferencia (Problema de Apolunio, Problema de Castellón,...)*.



La denominada **PARTE 2: Partes de la Geometría**, se compone de tres capítulos, en el primero de ellos Claudi Alsina (Universidad de Barcelona) nos hace una **Invitación a la tridimensionalidad**, afirmando que recuperar la Geometría es en el fondo recuperar para las aulas el gusto por descubrir el espacio, por vivir la matematización y poder usar diversos modelos matemáticos. Claudi Alsina invita al profesorado a que avance en el reto docente de educar en la tridimensionalidad. Para ello, después de unas breves referencias a los temas básicos de realidad, aspectos históricos y materiales docentes (presenta una propuesta de ocho principios que podrían guiar nuestra labor educativa a cerca de la cultura espacial), enseña los principios que cree debería guiar la transmisión de una cultura espacial, incluyendo una muestra de sorpresas geométricas espaciales y de problemas sugestivos con la esperanza de que captando el interés por el tema, el profesorado, se anime a incorporar elementos de tridimensionalidad en sus clases.

El segundo capítulo, **Un enfoque geométrico para la enseñanza de nociones aritméticas** de Francisco Ruiz López y Luís Rico Romero (Universidad de Granada) presenta una investigación realizada en el campo de la formación inicial de maestros con el propósito de explorar y buscar conexiones entre la enseñanza de las matemáticas y otras disciplinas y más concretamente subrayar las conexiones entre Aritmética y Geometría. Entre los campos relacionados con la educación matemática implicados en este trabajo se destacan, los Sistemas de Representación, la Visualización y las Tablas Numéricas, y más concretamente la Tabla-100 o tabla de los 100 primeros números naturales. Francisco Ruiz y Luís Rico, en la presentación de los resultados de la investigación, han seleccionado tres actividades, organizadas por sesiones, realizadas por los estudiantes que participaron en esta experiencia: *Divisibilidad y operaciones aritméticas en la Tabla-100*, *Divisibilidad y Geoplano* y *Divisibilidad y Geoplano: Fórmula de Pick*, en la que se incluyen los objetivos que se pretende en la sesión, presentación de la tarea tal y como se les planteó al alumnado, además se señalan los criterios para la valoración de las producciones de los alumnos y, finalmente, se presenta y comentan los resultados principales obtenidos.

El último capítulo lo presenta Rafael Pérez Gómez (Universidad de Granada) abordando **La enseñanza de las Matemáticas aplicada a la Arquitectura**. La Escuela de Arquitectura, que es donde trabaja el autor, le ha dado la oportunidad de tener una asignatura optativa en la que puede unir parte de su investigación como matemático con la docencia que en ella desarrolla. Nos presenta los principios generales de la asignatura que aunque se denomine Ampliación de Matemáticas, realmente se hace Matemáticas Aplicada a la Arquitectura, junto con sus contenidos y el programa de prácticas (viajes programados, visitas a la Alhambra,...). Además comenta la proyección social del trabajo de sus estudiantes (participación en programas de televisión, publicaciones, exposiciones,...). Plantea el método de evaluación y, Rafael Pérez, como Epílogo nos presenta un trabajo entregado por uno de sus alumnos, que aunque presenta algunos errores se puede observar el



modelo y tipo de trabajo del alumnado que se matricula en la mencionada asignatura optativa.

La **PARTE 3: Recursos en Geometría**, se compone también de tres capítulos. En el primero denominado **El entorno y la enseñanza de la Geometría**, de María Ángeles Benítez y Flores Serrano (Córdoba) nos analiza la importancia del uso del entorno como recurso didáctico en la enseñanza de la Geometría, pudiendo enfocarse desde distintos puntos de vista: Problemas en contexto, Modelización y Actividades fuera del Aula. Aseguran que es, sin duda, trabajando fuera del aula (*certámenes de fotografía, certámenes matemáticos, paseos matemáticos por poblaciones, matemáticas en la calle, Gymkhanas matemáticas, visitas a edificios y monumentos,...*) cuando se ponen de manifiesto todo el potencial del entorno como recurso didáctico en la enseñanza de la Geometría. María Ángeles Benítez y Flores Serrano culminan su trabajo presentando una seleccionada serie de problemas propuestos en distintas ediciones de la Gymkhana (problemas en los que se puede ver la vinculación de la Geometría con el arte y el patrimonio así como el soporte geométrico de algunos oficios y tareas; problemas que permiten valorar la estética de los elementos geométricos y comprobar su uso repetido en el arte y en la publicidad; problemas que fomentan el gusto por afrontar retos matemáticos,...)

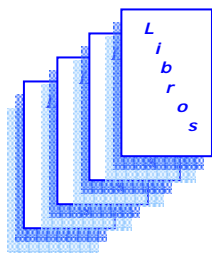
El segundo capítulo lo desarrollan Ricardo Barroso y José María Gavilán y trata sobre la **Resolución de problemas de Geometría**. Los autores presentan ocho problemas, después de hacer referencias a la diferencia entre resolver o plantear *ejercicios* en clase y resolver o plantear *problemas* en clase, donde muestran en cada uno de ellos una *clasificación de la tarea*, dentro de qué criterio de Polya se encuentra el problema (problemas de rutina – denominados ejercicios –, problemas por resolver y problemas por demostrar); el nivel educativo al que va dirigido (Primaria, Secundaria, Bachillerato o Universidad); la perspectiva geométrica (sintética, analítica, de transformaciones); la dimensión geométrica (plana – 2D –, tridimensional – 3D) y temas matemáticos relacionados (teoría de números, análisis, probabilidad, etc.).

Ricardo Barroso y José María Gavilán hacen un repaso en los ocho problemas presentados a conocidas figuras geométricas: triángulo, cuadrilátero, cubo y tetraedro.

El último capítulo del libro es responsabilidad de Pablo Flores y se denomina **Pirámides rellena de...Pirámides. Puzzles espaciales que favorecen la visualización**.

Se presenta un puzzle de 15 piezas, llamado *Pirámide rellena de pirámides*.

Pablo Flores plasma una serie de propuestas para realizar en clase, con pautas de actuación: *Presentación de la tarea: ¿Rellena el espacio los tetraedros? o ¿se*



puede construir un tetraedro más grande con tetraedros idénticos?; *Juego libre con piezas*: usando las piezas de la pirámide de Keops, formar una pirámide cuadrada con todas las piezas del mismo; *Análisis de las piezas del puzzle*: el objetivo es la familiarización con las formas, estudiando las características de las figuras.

El trabajo conjunto de los problemas ligados al puzzle y al modelo geométrico de relleno resulta acorde con las recomendaciones que se derivan de los artículos de la revista *Arithmetic Teacher* (nº 6 del volumen 37 de 1990) en los que se aboga por el tratamiento conjunto de la geometría con el *sentido espacial*.

Por último indicar que hay que considerar la amplia bibliografía que ha sido utilizada para la realización de las diferentes colaboraciones por los diferentes autores, cosa que siempre se agradece tener a mano tantas referencias en un solo libro.

Reseña: M. Eloy Morales Santana
I.E.S. La Minilla (Las Palmas de Gran Canaria)
Gran Canaria, España