



Dinamización matemática

*I. E. S. Viera y Clavijo
Tenerife, España*

El año de la Ciencia, Euler y el Día del Libro

Como es sabido, el año 2007 ha sido declarado Año Europeo de la Ciencia. Por otra parte, es también el tercer centenario del nacimiento de Leonard Euler, uno de los grandes de la Ciencia en general y de las Matemáticas en particular al que, por cierto, se dedican varios artículos de esta revista.

Nos pareció, entonces que podríamos unir esos dos acontecimientos con la celebración del Día del Libro (en España se celebra el 23 de abril de cada año).

¿Qué hacer? Igual que de “don Quijote” la aventura más conocida es la de los Molinos de Viento (cap. VIII de la primera parte), de Euler, quizá, lo más extendido sea su intervención en la resolución del problema de los Puentes de Konigsberg.

El texto que presentamos fue escenificado mediante teatro leído por grupos de alumnos y alumnas del Instituto de Enseñanza Secundaria *Viera y Clavijo* de La Laguna (Tenerife-España), que pasaron por todas las clases a lo largo de la mañana bajo la coordinación de la Profesora Mercedes Gómez Cutillas.



Los puentes de Königsberg

Hay que preparar:

El mapa

El plano de la ciudad

Fotos de Kant y Hilbert

Un papel grande y rotulador (puede ser la pizarra)
para hacer el esquema

- **Narrador (N).**- Königsberg es una ciudad que se encuentra en un enclave que pertenece hoy Rusia en el Mar Báltico pero que no está unido al resto del país. Obsérvese en el mapa que entre ese enclave y el resto de Rusia está Polonia.

Y es que ese territorio perteneció en su momento a Prusia y se lo anexionó Rusia tras la Primera Guerra Mundial cambiándole el nombre a la ciudad. Le puso Kaliningrado y así aparece aun en muchos atlas que no han actualizado los nombres después de la descomposición de la Unión Soviética.

Es una ciudad perteneciente a la famosa liga Hanseática. Fue muy próspera y en ella nacieron y vivieron muchos famosos personajes de los que vamos a destacar dos:

Emmanuel Kant y David Hilbert

El primero es un famoso filósofo con el que se juegan la PAU (Prueba de acceso a la Universidad) muchos estudiantes.

De él se pueden decir muchas cosas. Solo destaco estas:

- La **Crítica de la razón pura**, en la que trata de fundamentar el conocimiento humano y fijar asimismo sus límites; el conocimiento es trascendental y se realiza en el ámbito de las matemáticas y de la física.
- La **Crítica de la razón práctica**, donde establece la necesidad de un principio moral a priori, el llamado imperativo categórico. En la moral, el hombre debe actuar como si fuese libre, aunque no sea posible demostrar teóricamente la existencia de esa libertad.
- La **Crítica del juicio**, que estudia el llamado goce estético y la finalidad en el campo de la naturaleza.

El segundo es un matemático de los más importantes que han existido. Se hizo muy famoso cuando en el año 1900, en el Congreso mundial de matemáticos que se celebró ese año en París, propuso en una conferencia los 20 problemas que estaban abiertos en aquel momento y que debían ser el reto de los matemáticos a lo largo del siglo XX que estaba a punto de comenzar. Y, en efecto, fueron un gran reto porque orientaron la investigación matemática de muchos estudiosos.

Pero vamos a lo nuestro.

Discurre el año 1735, casi mediados del siglo XVIII...

Tres ciudadanos pasean tranquilamente por la orilla del río Pregel que cruza la ciudad.

Escuchen. Escuchen atentamente el diálogo que mantienen.

- **Ciudadano1 (C1).**- Te digo que no es posible
- **Ciudadano 2 (C2).**- Pues yo creo que sí, lo que ocurre es que no hemos tenido la suficiente paciencia para comprobarlo.
- **C1.**- Te insisto en que no. Lo he intentado muchas veces y no lo he conseguido. Y se de muchos paisanos que también lo han intentado.
- **C2.**- Pues un primo mío, que es muy meticulouso, me ha dicho que sí es posible porque él anotó los recorridos que hizo y una tarde lo completó bien.
- **C1.**- Permíteme que lo dude pues además ¿por qué no...
- **Visitante (V).**- Perdonen que les interrumpa, pero ya saben que yo llegué ayer y no se de qué están hablando. ¿Me lo pueden explicar? Tal vez yo, que soy de fuera, les pueda ayudar en eso que parece una disputa.
- **C1.**- No, amigo, no se trata de ninguna disputa que nos tenga enfrentados. Es solo un reto que tenemos desde hace tiempo y que incluso la alcaldía ha ofrecido 100 monedas de oro a quien lo resuelva. Por eso le decía a mi amigo que dudo que su primo lo haya resuelto porque, que yo sepa, nadie ha cobrado la recompensa...
- **V.**- ¡Hombre! Esto se pone interesante pues ese dinerillo no me vendría mal así que díganme de qué va este asunto para intentar llevarme las cien monedas.
- **C1.**- De acuerdo, aunque espero que me des algo ya que te lo voy a explicar... Ves que estamos paseando a la orilla de este río que baña la ciudad. Fíjate que hay dos islas en él, ¿las ves?
- **V.**- Sí, en efecto, veo dos islas una un poco mayor que la otra y veo también que está unidas por un puente.
- **C1.**- ¡Ya!, y además de ese puente que las une, la mayor está unida a tierra firme con dos puentes a cada orilla y la pequeña también pero con uno a cada orilla. Donde estamos solo se ven los que vienen a esta orilla pero en el esquema están todos.
- **V.**- Sí, ya veo, un tremendo lío de puentes. Pero ¿cuál es ese famoso reto?
- **C1.**- ¡Tranquilo, hombre, que hasta ahora nadie se ha llevado las cien monedas!... Se trata de lo siguiente: hay que dar un paseo por estos puentes de tal manera que empezando donde tú quieras, pases por todos los puentes pero sin recorrer ninguno más de una vez, ¿entendido?
- **V.**- Más o menos... repítemelo, por favor.
- **C2.**- ¡Sí, hombre, no es tan complicado! Si miras el esquema verás que hay siete puentes, ¿ves? Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete. Pues bien,

tienes que hacer un recorrido por todos de forma tal que solo pases una vez por cada puente.

- **V.-** ¿Y eso tan fácil no lo ha logrado nadie?
- **C1.-** ¡Chacho, no te pases de listo! Ni don Emmanuel, que era una eminencia, lo consiguió, ¿cómo lo vas a conseguir tú que eres un “pelao”?
- **C2.-** ¡Miren quién viene por allí! Nada menos que la señora alcaldesa...
- **C1.-** Seguro que viene a intentar, una vez más, llevarse las cien monedas...
- **C2.-** ¡Qué!, Sra. Alcaldesa, ¿cómo va lo de los puentes? ¿Ya ha cobrado alguien las cien monedas?
- **Alcaldesa (A).-** ¡Qué va! El otro día fue un individuo creyendo que tenía la solución pero le falló y se fue como vino.
- **C2.-** (Ese debió ser el rebenque de mi primo)
- **C1.-** Entonces, ¿qué va a pasar, alcaldesa?
- **A.-** Ayer la corporación decidió poner el problema en manos de un famoso matemático que, aunque es suizo, trabaja ahora cerca de aquí, en San Petersburgo. Ya salió esta mañana un correo a caballo para tratar de conseguir que esté aquí la semana próxima.
- **C1.-** ¿Y usted cree que va a venir solo por las cien monedas de oro?
- **A.-** ¡No hombre!, como le contrata el ayuntamiento, si lo resuelve se le pagará algo más, ya lo habíamos pensado...
- **C2.-** ¿Y quién es ese señor?
- **A.-** Tenemos buenas referencias de él. Se llama Leonardo Euler. Dicen que es muy trabajador y serio.
- **V.-** ¡Ah!, sí, yo lo he oído nombrar. Estuvo en Berlín. Tiene fama de muy inteligente, vamos, de superdotado y ha publicado varios libros.
- **A.-** ¿Cómo varios libros? Según nos informaron se pasa la vida escribiendo y tiene no se cuantos publicados.
- **C1.-** Estaremos pendientes de la llegada del sabio.

N.- Nuestros personajes volvieron a sus casas ese día y volvían nuevamente al siguiente intrigados por el problema planteado, especialmente el Visitante.

Una semana después...

- **A.-** ¡Qué!, don Leonardo, ¿tiene ya el recorrido que hay que hacer para resolver el problema que le planteamos?
- **Euler (E).-** Bueno, pues sí, ya lo tengo solucionado, si...
- **A.-** ¡Y qué! ¿Cuál es el recorrido? ¿Por dónde hay que empezar? ¿Es cierto que hay que empezar en una de las islas y acabar en la otra? Eso, al menos es lo que piensa mucha gente.
- **C1.-** ¿Ven? Mi primo tiene razón. Verá don Leonardo, tengo un primo que dice haberlo solucionado pero nadie le cree. Espero que sea lo que él dice y que la Señora Alcaldesa lo reconozca y le de las cien monedas...
- **E.-** ¡Tranquilos! Moderen la ansiedad...

- **A.-** ¿Cómo que la moderemos si llevamos muchos años tras la solución de este recorrido y usted, que llegó ayer por la tarde nos dice que lo ha resuelto?
- **E.-** Si, lo he resuelto...
- **A.-** Pues díganos de una vez la solución.
- **E.-** La solución, queridos ciudadanos, es que no tiene solución...
- **A-C1-C2-V.-** ¿¿¿¿¿¿Cómo???????
- **E.-** Lo que han oído. Es-te pro-ble-ma no tie-ne so-lu-ci-ón. Tal re-co-rri-do no es po-si-ble.
- **A.-** ¡Imposible!
- **E.-** Eso, imposible.
- **A.-** No, que no puede ser, tiene que haberlo. Por favor, don Leonardo, no nos tome el pelo...
- **E.-** No se empeñe, alcaldesa. Se lo voy a demostrar aunque tal vez me quede sin lo que me ha prometido...
- **A.-** Si me convence, lo cobraré, ¡palabra de alcaldesa prusiana!...
- **E.-** He pasado ese problema a un esquema que hice y que le voy a reproducir y explicar. Espero que quede todo claro. Este punto representa una orilla, este otro, la otra orilla. Las dos islas son estos otros puntos que coloco en medio. Para entendernos, a estos puntos les llamaré “vértices”.

Y ahora voy a trazar los siete puentes que hay entre ellos mediante unas líneas que llamaré “aristas”:

Una arista entre las dos islas porque como ven hay un puente entre ellas.

Entre la isla mayor y las orillas, dos puentes hacia cada lado.

Entre la isla menor y las orillas un puente por cada lado.

Vamos a contarlos y comprueben conmigo que están las siete aristas que representan a los siete puentes: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis y siete. Están todos, ¿verdad?

- **A.-** Sí, bueno, ¿y qué?
- **E.-** Pues que este esquema le demuestra que es imposible hacer el recorrido que usted me pide. No se puede recorrer este tipo de “grafo”-que es como he llamado a este esquema- pasando una sola vez por cada arista. En términos más coloquiales, lo que se plantea es si se puede trazar este gráfico con un lápiz sin pasar dos veces por una arista si bien por los vértices puede pasar las veces que sea necesario. Y eso, insisto, es imposible.
- **A.-** Pero Señor Euler, ¿usted ha estudiado eso bien? ¿Está seguro de lo que dice?
- **E.-** ¡Por supuesto! Anoche descubrí unas leyes que rigen los recorridos por los grafos. Según ellas, un grafo solo se puede recorrer en las condiciones que usted me pide si sus vértices son todos pares o so-lo tie-ne dos im-pa-

res. Vamos a ver cómo son los vértices de este grafo: (*Contar todas las aristas en cada vértice*). ¿Lo ve? ¡Todos los vértices, los cuatro, son impares! ¡Es imposible hacer el recorrido!

- **A.-** Sí, parece que es evidente, le he estado dando vueltas al asunto en lo que usted hablaba y veo que sí, que tal recorrido no existe. Convocaré esta tarde al ayuntamiento en una sesión de urgencia para que usted lo comunique de manera oficial y mañana espero poder pagarle lo convenido. Propondré además que una calle de esta ciudad lleve su nombre pues ha ahorrado muchos quebraderos de cabeza a sus ciudadanos.
- **C1.-** ¡Ya, alcaldesa!, me parece una buena iniciativa pero con las carreras que muchos nos hemos dado por estos puentes en busca de las cien monedas, al menos hemos aportado a la humanidad un gran invento: el futing...

FIN

N.- Debemos clarificar que hoy la ciudad ya no tiene estas islas ni estos puentes pues el tiempo y los bombardeos de la Segunda Guerra Mundial los han modificado...pero esa aportación de Euler la consideran muchos como el inicio de una rama nueva de las matemáticas llamada "topología" así que fíjense todo lo que dio de sí el problema de los puentes de Königsberg





Día del Libro

Leonard Euler y los Puentes de Königsberg

Por Luis Balbuena



Viera y Clavijo

24 de
abril de
2007



Dinamización matemática

I.E.S. Viera y Clavijo, Tenerife, España

El año de la Ciencia, Euler y el Día del Libro

