

A Exemplificação do Conceito de Função em quatro Professores Estagiários

Carlos A. Figueiredo, Lorenzo J. Blanco, Luis C. Contreras

Resumo

Este artigo divulga um estudo que incidiu sobre o conhecimento didáctico do conteúdo de quatro professores estagiários no âmbito da sua prática pedagógica na Escola Secundária de D. Sancho II em Elvas, Portugal, no ano lectivo de 2004/2005. A investigação descrita estudou e descreveu as características apresentadas pelos quatro estudantes para professores que resultam de uma experiência escolar de muitos anos: todas as crenças e atitudes sobre a matemática e o ensino da matemática enquanto foram alunos. A investigação incidiu nos exemplos utilizados sobre o conceito de função.

Abstract

This article divulges a study focussed on the Pedagogical Content Knowledge of four young teachers in their year of tutored practice in a secondary school in Elvas, Portugal, in 2004/2005. The described investigation studied and described the showed characteristics of those teachers obtained by their experience, as pupils, during several years: all the beliefs and attitudes towards mathematics and towards how to teach mathematics. The aim of this investigation was to study the examples over the function concept.

A. Introdução

Neste artigo queremos apresentar uma investigação (Figueiredo, 2005) sobre a exemplificação utilizada e aplicada por quatro professores no seu ano de estágio pedagógico, como estes professores escolhem os seus exemplos e, mais do que isso, a origem desses exemplos, a situação e o modo como os aplicam¹.

O objectivo do estágio pedagógico é introduzir o estudante para professor na actividade docente com um mínimo de ferramentas que lhe permitam iniciar e avaliar essa actividade de forma autónoma. Não é fácil transformar um conhecimento que, sendo conhecimento prático de outros e observado nos outros, se tem que transformar em conhecimento prático próprio para utilização própria. O papel do orientador de estágio deve ser o de promover essa transformação, pois é seu objectivo trazer o estudante para professor de uma posição observadora daquele conhecimento para um papel de protagonismo na sua utilização. Preparar

¹ Esta investigação desenvolveu-se dentro do Programa de Doutoramento oferecido pelo Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas da Universidade de Extremadura (Biénio 2003-2005), no qual se desenvolve uma linha de investigação sobre "El Profesorado de Matemáticas: formación inicial y desarrollo profesional" durante o segundo ano do programa.

professores é ensinar-lhes **como ensinar**, transmitir-lhes um conhecimento que tem uma componente pessoal, de reflexão individual sobre a experiência docente (Blanco, 1998).

A investigação que apresentamos foi desenvolvida segundo uma duplicidade de papéis pois o autor do estudo era, simultaneamente, professor da Escola Secundária de Elvas, designado como Orientador dos quatro estudantes para professores do 5º ano da Licenciatura em Ensino da Matemática da Universidade de Évora, e condutor desta investigação.

A investigação envolveu quatro áreas:

- i) **O Conhecimento Didáctico do Conteúdo.**
- ii) **Os Esquemas Conceptuais.**
- iii) **A Exemplificação apresentada por professores em práticas.**
- iv) **O Conceito de Função.**

B. O enquadramento teórico

i) O conhecimento específico que o professor utiliza na sua actividade quotidiana começou a ser objecto de uma observação mais atenta nos anos 80. Shulman (1986) teve o mérito de chamar a atenção para a importância de um domínio, de algum modo a meio caminho entre o conhecimento das técnicas didácticas e pedagógicas e o conhecimento do conteúdo matemático: **The Pedagogical Content Knowledge**. Este conhecimento inclui a capacidade de compreensão profunda das matérias de ensino por parte do professor, o que lhe permite encontrar as maneiras mais adequadas de as apresentar aos alunos de modo a facilitar-lhes a aprendizagem. Este conhecimento compreende por isso, no seu entendimento, as formas mais úteis de representar os conteúdos, as analogias mais eficazes, ilustrações, **exemplos** (o destaque é nosso), explicações e demonstrações - resumido: as formas de representar e formular a matéria de forma a torná-la compreensível aos outros. Assim observámos os aspectos relativos ao Conhecimento Didáctico do Conteúdo (Marcelo, 1993).

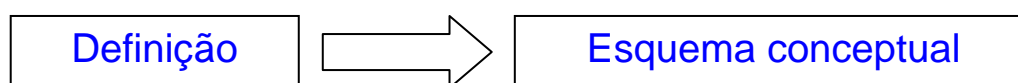
Mais recentemente, para Blanco, Mellado e Ruiz (1995), o Conhecimento Didáctico do Conteúdo constitui um conhecimento que se gera e evolui a partir dos próprios conhecimentos, crenças e atitudes que requerem um envolvimento pessoal, cuja evolução se produz mediante um processo dialéctico entre a teoria assimilada e a prática desenvolvida, tudo isto num processo de reflexão-acção. Não queremos deixar a noção que este conhecimento apenas se transmite e adquire aquando da formação inicial, a sua evolução é fundamental para uma boa prática e nunca será, portanto, um conhecimento estático e momentâneo.

Para Climent (2002) este conhecimento envolve duas vertentes, o *conhecimento didáctico do conteúdo referido ao ensino*, que inclui conhecimentos e recursos próprios de como se ensina, e o *conhecimento didáctico do conteúdo referido à aprendizagem*, que inclui o conhecimento dos aspectos próprios de como o aluno aprende. Esta diferenciação do conhecimento do professor é particularmente útil quando se pretende observar estudantes para professores, principalmente para diferenciar os resultados e apresentar sugestões para a formação inicial de professores.

Já se sabe há muito que a matemática se aprende principalmente através da tomada de contacto com exemplos em vez de ser directamente à custa das definições. Efectivamente, é apenas pelos exemplos que as definições têm algum sentido (Watson e Mason, 2002). Portanto considerámos a exemplificação como elemento do conhecimento didáctico do conteúdo que faz a ponte entre a forma como o professor ensina e a forma como os alunos aprendem, isto é, algo que une os dois pólos deste processo de ensinar alguém que aprende conceitos matemáticos.

ii) A necessidade de dar um sentido preciso ao termo **conceito** já se mostra evidente nos trabalhos de Skemp (1971). O autor propõe-se definir e esbater ambiguidades relativamente ao sentido dos termos por ele empregues quando explica a forma como os indivíduos constroem conceitos em geral mas também, em particular, como constroem conceitos matemáticos. Seguindo o autor, considerámos os conceitos como adaptações a estruturas conceptuais chamadas esquemas e um conceito como um objecto puramente mental que requer, para a sua formação, um certo número de experiências que têm algo em comum e cujas semelhanças consciencializamos por abstracção (Skemp, 1971).

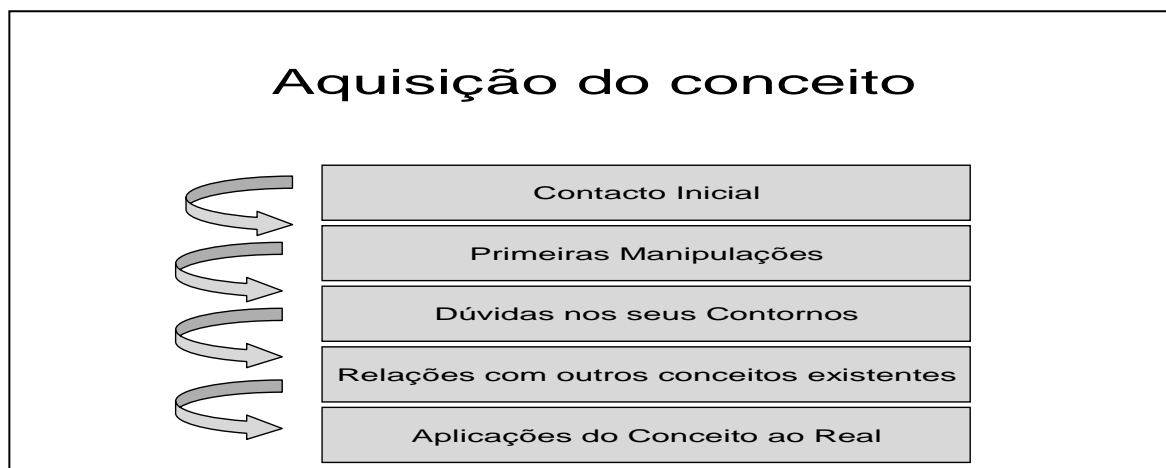
A aquisição de um esquema conceptual requer que se associem certos significados à palavra que designa o conceito: imagens mentais (qualquer classe de representação: forma simbólica, diagrama, gráfico, etc), propriedades, procedimentos e experiências desenvolvidas associadas ao conceito (Azcárate, 1995; 1997).



O esquema conceptual ligado ao conceito está formado por exemplos, não-exemplos, procedimentos vinculados ao conceito, recordações de experiências que o envolveram, propriedades, etc. (Calvo e Azcárate, 2001). Os atributos relevantes de um conceito são as características que um objecto deve possuir para poder ser considerado um exemplo desse conceito (Wilson, 1990; Calvo e Azcárate, 2001). A metáfora do andaime ilustra de forma precisa o papel destes termos na actividade matemática de um indivíduo. Na construção da *imagem de um conceito* a *definição do conceito* tem o papel equivalente ao de um andaime durante a construção de um edifício. Depois de construído o edifício, o andaime pode ser retirado porque o edifício já não necessita do seu auxílio na sustentação. Assim, o papel da definição aparece como o suporte para a construção da imagem do conceito. Uma vez

construída, é esta que se utiliza e dispensa-se a definição do conceito. No entanto, se necessário, poderemos sempre socorrer-nos da definição se a imagem do conceito necessitar de alguma alteração. Os termos *imagem de um conceito* e *definição do conceito* são termos introduzidos por Tall e Vinner (1981).

Na investigação considerámos que a aquisição do conceito se faz segundo um esquema tão simples como intuitivo e que determinou, na metodologia adoptada, a construção do sistema de categorias.



iii) “Por exemplo” é uma expressão que encerra muito do espírito da investigação que desenvolvemos. É uma expressão que todo o professor de matemática usa várias vezes todos os dias. O que atrai nesta expressão é, na verdade, o que a ela se segue e em que contexto é esta expressão utilizada. Relativamente à **exemplificação** convém reforçar o seu papel no objectivo de criar ligações e relações entre conceitos matemáticos. Esta perspectiva incluída no NCTM de 2000 vem descrita: “*O pensamento matemático envolve a busca de ligações e, provocar ligações constrói uma compreensão matemática. Sem ligações os estudantes têm que aprender e memorizar demasiados conceitos isolados e capacidades. Com ligações, os alunos constroem novas aprendizagens baseadas em conhecimentos anteriores*”(p. 274).

Para orientar a investigação que desenvolvemos sobre os exemplos utilizados pelos professores em estágio pedagógico considerámos as duas formulações seguintes:

- Através da exemplificação (exemplos, não-exemplos e contra-exemplos) promove-se no aluno a construção da estrutura mental do conceito.
- Através da exemplificação utilizada pode observar-se o conhecimento didáctico do conteúdo no jovem professor.

Para reforçar a **primeira afirmação** usamos o termo “exemplo” para nos referirmos a um amplo espectro de géneros matemáticos tais como ilustrações de conceitos, técnicas de demonstração, problemas, objectos matemáticos que satisfazem uma dada condição, etc. (Watson e Mason, 2002). Podemos, se

quisermos, distinguir entre duas grandes classes de exemplos: os essencialmente indutivos, aqueles que apontam para algo mais geral, os que são particularizações de uma generalidade. Usamos estes exemplos para *personificar* ou *materializar* conceitos abstractos e mostrar procedimentos gerais, o seu uso é uma prática pedagógica muito comum que facilita a abstracção por parte do aluno; depois temos outros exemplos, aqueles a que chamamos exercícios, que não são indutivos, antes cumprem um papel ilustrativo e são orientados para a actividade prática do aluno (Rowland, Thwaites, e Huckstep, 2003).

A **segunda afirmação** pode ser suportada pela forma como utilizamos a exemplificação. Usando as duas classes de exemplos descritas, a selecção dos exemplos por parte dos professores não é trivial nem arbitraria, a forma de dificuldade gradual e crescente é geralmente bem compreendida, assim, o sucesso experimentado pelos alunos através de exemplos rotineiros prepara-os para atacarem outros mais desafiadores (Rowland, Thwaites, e Huckstep, 2003). Além do mais, a utilização de exemplos pode ser ou não acertada, promover ou não boas aprendizagens. Portanto, estamos interessados em criar boas relações entre linguagem e compreensão activa, isto é, relações que são efectivas em dirigir os alunos para formas úteis de compreenderem a matemática (Watson e Mason, 2002) através dos exemplos que o professor utiliza.

iv) Da revisão bibliográfica feita chamou-nos a atenção a variedade de formas de tratar o conceito de função e o número de investigações orientadas no sentido de aclarar pontos e pormenores relacionados com os seus aspectos ou subtemas. A forma que adoptámos, e que já descrevemos, de aquisição dos conceitos tem como base os trabalhos que DeMarois e Tall (1996) apresentaram como sendo a sua visão da forma como o aluno constrói o conceito de função. Este conceito é tanto mais aprofundado pelo aluno quanto maior for o grau de abstracção que ele possa conseguir e, por outro lado, será mais amplo se o aluno puder desenvolver e interrelacionar diferentes representações do conceito de função. Nesse tempo investigava-se como a imagem do conceito podia ser descrita segundo duas dimensões: em profundidade e em amplitude (DeMarois e Tall, 1996). O modelo apresentado assenta nos termos **Camadas** e **Facetas**. O termo *facetas* destina-se a descrever a dimensão relativa à amplitude do conceito de função e é entendido como “qualquer um dos lados ou aspectos”, enquanto o termo *camada*, entendido como sendo “uma das várias capas ou estratos”, destina-se a descrever a dimensão relativa à profundidade com que o conceito de função é obtido pelo aluno.

Já relativamente às facetas consideramos importante descrevê-las, isto porque as utilizámos para integrar o sistema de categorias, mais propriamente para a análise do material recolhido. Este sistema será descrito mais à frente na parte relativa à Metodologia. As Facetas estudadas em DeMarois e Tall, (1999) incluem a **notação** da função (algébrica), o uso **coloquial** da máquina de funções como caixa de input e output, **numérica** (tabelas) e **geométrica** (gráficos) e incluem também a **verbal** e a **escrita**. A designação das várias camadas variou desde a sua primeira apresentação em 1996 até à designação apresentada em 1999. Tomaremos esta última por supomos que será fruto do amadurecimento por parte dos investigadores. Com um crescente grau de profundidade teremos Pré-procedimento, Procedimento, Processo, Objecto e Proceito. A descrição detalhada de cada uma

das camadas não cabe neste trabalho mas poderá ser consultada em DeMarois e Tall, (1999). Contudo, o termo Proceito (Gray e Tall, 1994) é um termo que merece ser descrito pela importância no que respeita à descrição e construção de conceitos. Proceito é uma simbiose entre três coisas: um processo, um conceito e um sinal. Assim “2+3” inclui o processo de adicionar, o conceito de soma e o sinal + que representa tanto o conceito como o processo. No que concerne à camada mais profunda deste modelo, o proceito apenas é alcançado pelos estudantes que evidenciam uma flexibilidade em ver e manipular uma função tanto como um processo como um objecto quando colocados numa situação problemática (DeMarois e Tall, 1996).

O modelo poderá ser representado como um disco dividido em fatias, as facetas, e em sectores circulares concêntricos, as camadas, conforme a figura 1.

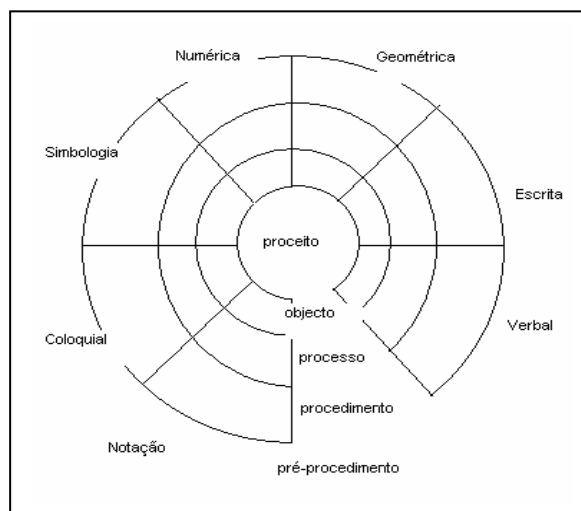


Figura 1

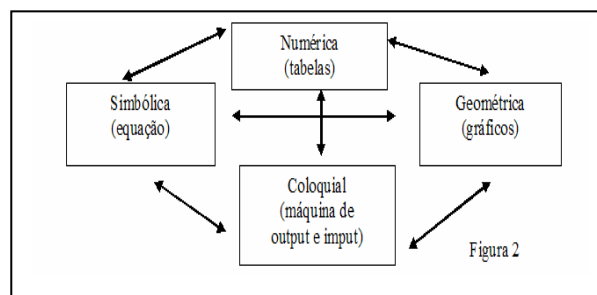


Figura 2

Este modelo ainda suporta as relações entre as várias facetas. As quatro facetas, Numérica, Simbólica, Coloquial e Gráfica, possuem ligações que poderão, ou não, ser evidenciadas se o estudante realizar as ligações entre as várias facetas (figura 2).

Interessou-nos este tipo de modelo porque se adequava ao nosso estudo de forma muito particular pois forneceu as perspectivas adequadas à observação e análise de qualquer processo de exemplificação que se apresentasse num contexto de conceito de função.

C. O que motivou o estudo: definição do problema.

A forma como o professor comunica com o aluno é, digamos assim, a sua impressão digital como professor. As características que o diferenciam têm a sua génese em factores tão diferentes como as suas crenças, a sua personalidade ou vivências, como aluno, que de alguma forma foram marcantes. O período de estágio pedagógico é um desses factores que orientará todo o percurso futuro da actividade

profissional do professor. A exemplificação utilizada proporciona uma leitura objectiva do ponto de partida destes professores e a reflexão sobre esse ponto de partida proporcionará, seguramente, um melhor percurso futuro.

A necessidade do uso de exemplos parece-nos óbvia pois torna-se difícil que os alunos possam aprender com base exclusiva nas definições, são os exemplos e contra-exemplos que ajudam a perceber e matizar as definições dos conceitos (Orton, 1990). Esta necessidade traduz, em parte, o que nas aulas de qualquer professor de matemática ocupa uma substancial fatia do tempo disponível.

A necessidade de introduzir, modificar e desenvolver uma estrutura conceptual no aluno obriga a que se modifique a nossa própria estrutura do conceito. À medida que controlamos as várias perspectivas do conceito mais capacitados estamos para poder transmitir (de formas diversas, se necessário) o conceito em causa. No fundo, é este processo ensino/reflexão/ensino a que nos obrigamos que melhora a nossa própria prática e enriquece a forma como conseguimos manusear um conceito. Cada conceito pode ser definido de diferentes maneiras. Dispor de uma grande variedade de definições equivalentes colabora na resolução de problemas onde o conceito está envolvido (Calvo e Azcárate, 2001). Então também a exemplificação será tanto mais eficaz quanto mais variada for a forma de perspectivar e abordar o conceito. O que atrás foi dito é facilmente aceite se tivermos em conta a sensação que todos os professores já experimentaram de que conhecemos, perspectivamos e manuseamos melhor os conceitos que já ensinámos ou que ensinamos mais frequentemente; o que é equivalente a afirmar que melhor se exemplifica quanto melhor se controla o conceito (e vice-versa) e mais diversificada for a perspectivação desse conceito. Assim, mais que exemplificar sobre conteúdos, devemos exemplificar sobre conceitos, esquemas cognitivos e aplicações para que a matemática faça sentido e, em última análise, se possa tornar útil.

A exemplificação encerra em si mesma as duas faces da mesma moeda: se por um lado tem um papel esclarecedor, por outro, se deficiente, pode criar problemas graves de todos conhecidos – erros de conceito, concepções alternativas, obstáculos cognitivos, etc. Assim sendo, não é de estranhar que a forma de transmissão de conhecimentos seja, por parte do professor, um processo que requer todo o cuidado. Perante esta assumpção impõe-se a escolha de uma metodologia baseada nas concepções e crenças do professor. Desde uma metodologia tradicional (Porlán, 1992; Carrillo e Contreras, 1995; Contreras, 1998) à resolução de problemas.

Pela falta de experiência lectiva, as crenças explicitadas pelos professores no início do ano de estágio não são coerentes com as práticas posteriormente apresentadas nas aulas. Por isso, mais uma vez, entendemos que a exemplificação é um veículo apropriado ao estudo do desenvolvimento do conhecimento didáctico do conteúdo do professor durante o ano de estágio pedagógico. Desta forma o tipo de exemplificação utilizada --os exercícios apresentados, os problemas propostos-- poderá ser um factor (entre vários) que permite estudar e aprofundar o conhecimento didáctico do conteúdo que um professor estagiário apresenta ao longo deste período de práticas.

No fundo, uma situação particular que envolva um determinado conceito será sempre um exemplo. No quotidiano o nome será ou *exemplo* ou *exercício/problema*, consoante a situação é apresentada aos alunos resolvida ou é apresentada por resolver. Para nós o exemplo incluiu ambas as apresentações.

D. O que se pretendeu com o estudo

Ao analisarem-se as especificidades dos exemplos, a exemplificação utilizada e o seu papel no processo de ensino/aprendizagem do conceito de Função, pretendeu-se verificar a existência de padrões vinculados ao nível do Conhecimento Didático do Conteúdo de quatro professores no ano de Estágio Pedagógico com a intenção última de trazer algumas sugestões à Formação Inicial de Professores, no âmbito da exemplificação.

E. Os aspectos metodológicos

Procurámos que a relação entre o investigador e os informantes fosse de colaboração, estando todos os elementos integrados no seu ambiente e interagindo durante um determinado período de tempo. De cariz etnográfico, enquadrámos esta investigação num paradigma qualitativo. Os exemplos foram a forma e o conceito de função o veículo para podermos olhar para os conhecimentos iniciais que quatro jovens professores trouxeram para o terreno, quais foram os instrumentos que a sua vivência como estudantes e a formação académica lhes proporcionaram e, depois da sua análise, reflectir de forma a poderem melhorar as suas *performances* enquanto jovens professores.

A perspectiva é construtivista e, tendo em conta que se promove que estes professores se assumam como profissionais reflexivos, racionais, que tomam decisões, emitem juízos, possuem crenças e geram rotinas próprias do seu desenvolvimento profissional (Marcelo, 1987), entendemos a investigação como integrada no paradigma do pensamento do professor. Por tudo isto, a investigação que realizámos apresenta como principal característica ser uma análise descritiva e interpretativa.

Os exemplos são simultaneamente um produto e um instrumento que o professor usa. Foi sempre tida em consideração a opinião dos quatro estudantes para professores, antes da produção dos exemplos, durante a sua utilização e também após essa utilização. Da seguinte forma: houve uma primeira entrevista em Setembro de 2004 no início do estágio pedagógico; em Maio de 2005, enquanto as práticas decorriam, recolheram-se os exemplos e informação a eles ligada; e uma segunda entrevista no final do ano, em Junho de 2005. A análise e reflexão sobre a prática é o que nos permite melhorar e ajudar a melhorar. Com base naqueles três momentos, a análise e reflexão ao longo de todo o processo foi uma constante, permitindo esclarecer dúvidas e aclarar pormenores no momento em que surgiram. Assim, os materiais que constituíram as unidades de análise são de dois tipos: as

referências que foram obtidas nas entrevistas e os exemplos que foram obtidos nas aulas e nas fichas de trabalho

Considerando o que referimos sobre a aquisição de conceitos por um lado e, por outro, sobre como se constrói o conceito de função definimos o sistema de categorias. É um sistema simples, sem subcategorias, e que de algum modo reflecte o esquema conceptual de função.

A 1ª Categoria é a **Definição**, porque o primeiro momento prende-se com a apresentação da função em estudo.

A 2ª Categoria é a **Representação**, porque após a apresentação do conceito dessa função surgem os primeiros contactos com as suas possíveis representações.

A 3ª Categoria é **Características**, no sentido de pormenorizações, porque as primeiras dúvidas surgem e o seu esclarecimento torna-se necessário trabalhando os pormenores da função.

A 4ª Categoria é **Aplicações Internas**, porque o conceito de função se relaciona com outros conceitos matemáticos.

A 5ª Categoria é **Aplicações Externas**, porque a aplicação à vida real e a outras ciências é fundamental para uma compreensão global do conceito de função e para o seu ensino.

Com este sistema de categorias procedeu-se à análise dos dados.

As referências às categorias que constituem unidades de análise foram encontradas nas entrevistas de Setembro de 2004 e de Junho de 2005 e os exemplos recolhidos nas aulas assistidas e nas fichas de trabalho foram classificados na categoria correspondente com base nas características que apresentavam.

As unidades de análise foram codificadas segundo a categoria, o conteúdo, o material de origem e o professor que a produziu. Os totais de unidades de análise, por categorias, dos quatro professores são dados pelo quadro:

Categoria EXEMPLOS	Definição	Representação	Características	Aplicações Internas	Aplicações Externas
TOTAL prof1	25	49	17	15	10
TOTAL prof2	27	37	14	16	11
TOTAL prof3	18	39	16	14	11
TOTAL prof4	17	40	14	12	10

Quadro 1: Totais de exemplos recolhidos

Os dados foram objecto de uma análise cruzada, foram analisados por professor e por categoria. Isto é, analisaram-se todos os professores categoria a

categoria e, por sua vez, cada categoria professor a professor. Assim, pudemos fazer quatro análises finais por professor e finalmente cinco análises finais por categoria.

A figura 3 representa em esquema os passos que caracterizam a metodologia seguida e também o espaço temporal que a investigação ocupou.

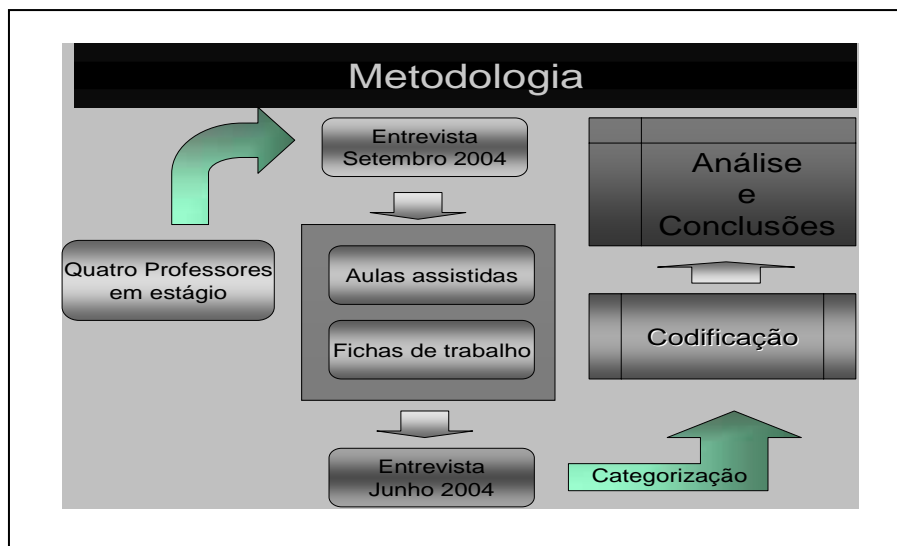


Figura 3

F. Resultados mais significativos

A análise cruzada de toda a informação produziu, obviamente, resultados referentes à exemplificação de cada professor. Contudo, para este artigo, estes resultados foram plasmados nos resultados referentes às categorias. Assim, considerámos mais interessante, para a área da formação inicial de professores, apresentar os resultados de forma conjunta mas dando maior relevância aos resultados por categorias.

1. *Definição*: todos os professores distinguiram duas formas de introdução de conceitos. Uma indutiva: uma selecção de exemplos com características semelhantes que conduzem os alunos ao conceito e à sua definição. Outra ilustrativa: o conceito é definido e, para que faça sentido, apresenta-se uma colecção de exemplos que dão corpo e materializam esse conceito. Durante as entrevistas os quatro professores estagiários apontaram a primeira forma como a mais adequada mas, durante as práticas apenas um a utilizou.

2. *Representação*: o resultado mais importante é a constatação do grande número de exemplos relativos a esta categoria que todos utilizaram. Um olhar para os quadros com os totais apresentados atrás é suficiente para constatar o desequilíbrio em relação aos totais das outras categorias. A quase totalidade dos exemplos desta categoria envolve apenas uma representação, duas representações

em alguns, sempre a faceta algébrica ou a gráfica, eventualmente as duas. O motivo relaciona-se com um processo de simplificação e fraccionamento do conceito com vista a motivar o aluno pelo sucesso. A estratégia é não complicar no início; depois, no final, juntam-se as partes e forma-se o todo.

3. *Características*: foi nesta categoria que os resultados se mostraram mais contraditórios. Esta é a categoria mais referida nas entrevistas mas é a que inclui menos exemplos. Isto é, em teoria o papel principal dos exemplos é elucidar e esclarecer dúvidas; contudo, na prática, esse papel principal coube aos exemplos simples da categoria anterior. Os conceitos e esquemas conceptuais não foram aprofundados pelas suas características mas sim pelas representações. Em situação de dúvida por parte do aluno os jovens professores não criaram nem recorreram a exemplos próprios para esclarecer, utilizaram a própria situação que levou à dúvida.

4./5. *Aplicações Internas/Externas*: quanto às categorias relativas às *aplicações* existe um desequilíbrio das *aplicações internas* relativamente às *aplicações externas*. A importância que os estudantes para professores atribuíram às aplicações internas não ultrapassou o mero exercício rotineiro e serviu apenas para deixar clara a não estanquidade dos temas matemáticos. Já o tratamento da aplicação às outras ciências ou à vida real foi diferente. Houve referências a esta aplicação nas duas entrevistas e os exemplos, por vezes configurando situações problema, fizeram a sua aparição de forma quotidiana para concluir os capítulos dedicados a determinado tema. A importância das modelações noutras ciências e caracterizações da vida real teve um cariz de importância crescente ao longo do ano, muito evidente no final, em consequência do realce dado pelas indicações metodológicas emanadas do Ministério da Educação e, directamente, pela utilização do manual adoptado.

G. Conclusões

Neste artigo quisemos evidenciar uma forma, entre outras, de observar professores em prática pedagógica. Não foi, nem pretendia ser, um estudo exaustivo sobre a forma de exemplificar dos quatro professores estagiários que se dispuseram a colaborar com o seu orientador. O objectivo que se perseguiu foi o de se encontrarem coincidências e discrepâncias que pudessem ser consideradas importantes, dignas de um olhar mais atento e, sobretudo, que a sua evidência pudesse ser objecto de um estudo mais aprofundado e de uma reflexão por parte de todos e cada um dos cinco participantes desta experiência conjunta. Na opinião de um dos jovens professores, que todos seguramente compartimos, está muito do espírito que orientou todos os dias em que nos ajudámos mutuamente:

“... se uma pessoa tiver experiência e nunca reflectiu sobre aquilo que está a fazer, nunca vai conseguir chegar à conclusão se é bom ou se é mau professor, se utiliza bem os exemplos, ou se não utiliza bem os exemplos.” (Junho 2005)

Relativas às especificidades dos exemplos:

Existem traços comuns às referências dadas nas entrevistas e também à exemplificação apresentada pelos quatro professores estagiários. Consideramos significativos os aspectos:

a) A categoria mais referida nas entrevistas é a Categoria Características.

Categoria Referências	Definição	Representação	Características	Aplicações Internas	Aplicações Externas
Total do prof. 1	4	6	10	1	3
Total do prof. 2	4	4	8	0	3
Total do prof. 3	3	4	7	1	2
Total do prof. 4	4	5	10	1	4

Quadro 2: Totais de referências recolhidas nas entrevistas

Pelo número de referências retiramos das palavras dos professores estagiários que os exemplos servem sobretudo para esclarecer dúvidas e para sistematizar. Sem a pressão do ambiente da sala de aula e da actividade lectiva, em conversa descontraída e despreocupada é essa a função dos exemplos que sobressai das opiniões destes professores estagiários, seja em Setembro seja em Junho.

b) Outra coincidência é que a função da exemplificação menos considerada é a de interligação entre conceitos matemáticos a nível interno. De todos os contactos tidos entre os professores estagiários e o seu orientador sempre sobressaiu a aplicação da matemática a nível externo, as ligações a nível interno são tão óbvias para eles que não sentem grande necessidade de trabalhar esse facto com os seus alunos de forma isolada. A somar a este facto, as linhas apontadas nos programas, exemplos propostos nos diversos manuais e as orientações das disciplinas de didáctica sempre apontam para a resolução de problemas, sobretudo, da vida real. Por isso os professores não estiveram muito despertados para os exemplos exclusivamente matemáticos.

c) Em todas as situações improvisadas por qualquer dos quatro professores que se destinavam ao esclarecimento de dúvidas dos alunos, nos exemplos que foram produzidos sem preparação, os coeficientes, raízes e outros valores numéricos utilizados foram sempre inteiros, dando a ideia que o universo com que se trabalha é sempre \mathbb{Z} e nunca utilizaram outros que fossem de \mathbb{Q} ou \mathbb{R} . A explicação para este facto reside no cuidado que estes professores tiveram em não introduzir elementos que pudessem criar algum ruído na exemplificação. A sua opinião é de que a utilização de elementos de \mathbb{Q} ou \mathbb{R} poderiam introduzir um grau de dificuldade artificial e desnecessário. Ora, o efeito do seu uso é exactamente o contrário. Os alunos serão indiferentes à utilização de elementos de \mathbb{Q} ou \mathbb{R} se estes números forem usados de forma banal. A não utilização quotidiana destes números é que gera dificuldades.

Poder-se-á perguntar se as dificuldades sentidas pela generalidade dos alunos em trabalharem com elementos de IR não estarão relacionadas com uma inclinação que os seus professores têm em não os utilizarem nos seus exemplos.

Na leccionação destes quatro professores queremos destacar o papel dos exemplos da 2ª categoria. Pelo número de exemplos que esta categoria engloba podemos constatar que foram os exemplos relativos às representações que assumiram maior importância e protagonismo na actividade docente dos estudantes para professores. O papel principal dos exemplos deixou de ser o esclarecimento para passar a ser a construção do conceito através das representações algébrica e gráfica. Assim, a actividade usual com os alunos centrou-se fundamentalmente em exemplos que configuravam exercícios elementares e rotineiros tratando até à exaustão faceta por faceta, conteúdo por conteúdo e sofrendo, deste modo, as relações internas e externas um tratamento deficitário, como pode ser confirmado pela pouca quantidade de exemplos das 4ª e 5ª categorias. As 4ª e 5ª categorias incluem exemplos que podem ser situações problema e, caso surgissem, as dúvidas levantadas deviam ser esclarecidas de imediato, o que é mais exigente para os jovens professores e, talvez por isso, tenham optado por exercícios rotineiros que se incluem na 2ª categoria e que são menos propícios ao surgimento de situações de dúvida. Esta forma de actuar é resultante da auto-constatação das dificuldades inerentes a uma exposição a situações que mais exigem do professor; nos níveis etários a que estes professores leccionaram (15-17 anos) o *período de sobrevivência* não se refere tanto à disciplina da aula, mas antes ao terem de enfrentar situações inesperadas em termos de competência didáctico-pedagógica ou, mas não tanto, de competência matemática. Ser um professor inexperiente acarreta, naturalmente, estas fragilidades profissionais.

Com a excepção de um, todos os professores definiram primeiro e exemplificaram depois, utilizaram uma metodologia baseada num processo cuja orientação é partir do geral para o particular na situação em que se pretende a introdução de novos conceitos, dando aos exemplos um papel essencialmente ilustrativo e quase nunca indutivo. Este traço de tendência didáctica tradicional dos professores inexperientes, tal como está amplamente documentado (Carrillo e Contreras, 1995; Contreras, 1998), também se evidenciou nesta investigação.

Foram encontradas semelhanças na exemplificação dos professores. Nas análises dos dados de cada um destes estudantes para professores podemos encontrar uma tendência para o fraccionamento dos conceitos. Foi notório nestes professores a forma como a sua exemplificação atomizou o esquema conceptual que estava a ser trabalhado. Promoveram a separação do esquema conceptual em partes para exemplificarem sobre cada uma dessas partes (normalmente eram referências a cada representação por separado) e depois, com algum exemplo adequado, sistematizaram, voltando a unir as partes num todo. O elevado número de exemplos utilizados que se enquadram na 2ª categoria é indicadora disso mesmo. O motivo pelo qual dividiram em múltiplos exemplos simples um esquema complexo é julgarem que a sua compreensão é mais fácil de alcançar se estiver fraccionado em situações mais simples. Este facto, dos alunos compreenderem as situações mais simples, não é contestável, o que se contesta é o facto de os professores considerarem simples a junção de todos os passos. Persistir em

situações simples, habituar os alunos à simplicidade das situações é, conseqüentemente, perpetuar aquilo que não foi o objectivo escolhido inicialmente.

Padrões vinculados ao nível do Conhecimento Didáctico do Conteúdo

Do que enunciámos anteriormente podemos fazer constatações ao nível do conhecimento didáctico do conteúdo destes quatro estudantes para professores. Se quisermos, podemos considerar que são padrões apresentados por todos.

a) Referente à aprendizagem:

- Não esperam e não antevêm as dúvidas e dificuldades dos alunos nos diversos conteúdos relativos às funções, o que indica que o seu conhecimento didáctico do conteúdo se encontra num patamar de desenvolvimento muito incipiente.
- Consideram que os alunos aprofundam os diferentes conceitos sobre funções com base em muitos exemplos simples que envolvem uma representação de cada vez, o que poderia ser justificado como característica da tendência tradicional em que consideram que a aprendizagem assenta num seguimento rígido de um guião pré-determinado que conduz, forçosamente, ao objectivo para que foi criado.
- Não se apercebem dos erros e dificuldades futuras que podem induzir nos seus alunos.

b) Referente ao ensino:

- Não concebem o conceito de função como um todo integrado, vêem-no mais como a soma de várias partes, esperando que o aluno sobreponha a informação e que a apreenda apenas pelo facto de o professor lhe ter transmitido essa informação. O que revela, segundo Contreras (1998), uma forte tendência tradicional.
- Numa situação de dúvida mantêm o exemplo que a provoca, não diversificam o esclarecimento com outros exemplos, o que é sintomático de que não possuem uma base de exemplos suficientemente rica e ampla onde escolher os exemplos mais apropriados a determinada situação.

H. Sugestões para a Formação Inicial.

Os aspectos observados nos quatro casos fornecem fortes indícios a ter em consideração por quem seja tutor de professores em práticas. O estudo pretendeu observar e colaborar com estes quatro professores e, tão só, descrever o resultado. Não pôde, nem desejou, fazer generalizações mas encontramos motivos para as sugestões que se seguem no âmbito da formação inicial de professores:

- Ter em atenção e contrariar a propensão que os professores estagiários possam ter para a utilização excessiva de exemplos e exercícios estritamente dirigidos a trabalharem as representações de uma função por separado.

Sugere-se a quem tem responsabilidades de formação que alerte os professores em formação para, caso essa excessiva utilização se verifique, tratem os diversos conceitos com base em tarefas que envolvam de forma completa e integrada os conceitos a adquirir pelos alunos. Para isso, a resolução de problemas pode ser uma forma. Contudo não será a única, também a utilização de situações motivantes e variadas que promovam descobertas significativas pode ter efeitos semelhantes na aprendizagem.

- Contrariar de forma enérgica a inércia que os professores estagiários possam adquirir persistindo numa exemplificação que não trabalha as relações internas dos temas matemáticos e a sua aplicação à vida real. Estes exemplos de aplicação interna e externa de esquemas conceptuais derivados do conceito de função devem ser tratados em aula e não ser deixados ao livre arbítrio do interesse do aluno.
- Chamar a atenção dos professores estagiários para o facto de que os alunos de 16, 17 e 18 anos trabalham há vários anos com o conjunto dos números reais e que a exemplificação utilizada deve incluir os elementos desse conjunto.
- Não deixar que os professores estagiários utilizem de forma exagerada uma determinada representação de função e incentivá-los a utilizarem (e relacionarem) todas as facetas relativas a este conceito.

Ao terminar o estudo foi nossa forte convicção que o estudo da exemplificação apresentada pelo professor é um instrumento que pode ser usado para observar e estudar o conhecimento do professor de forma alternativa ou, então, complementar aos instrumentos que estão hoje disponíveis.

Bibliografia

- Azcárate, C. (1995): "Sistemas de representación". Uno 4, 53-61.
- Azcárate, C. (1997): "Si el eje de coordenadas es vertical, ¿qué podemos decir de las alturas de un triángulo?". Suma 25, 23-30.
- Blanco, L.J. (1998): "Otro nivel de aprendizaje: perspectivas y dificultades de aprender a enseñar matemáticas". Cultura y Educación 9, 77-96.
- Blanco, L., Mellado, V. e Ruiz, C. (1995): "Conocimiento didáctico del contenido en matemáticas y ciencias". Revista de Educación 307, 427-446.
- Calvo, C. y Azcárate, C. (2001): "Usos alternativos de las pruebas visuales en los cursos de cálculo diferencial e integral". Reporte de investigación presentado en la 15ª Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. (RI-044, RELME 15) Buenos Aires, Argentina.
- Carrillo, J. e Contreras, L.C. (1995): "Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la Matemática y su Enseñanza". Educación Matemática 7(3), 79-92.
- Climent, N. (2002): El desarrollo Profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Tese de Doutoramento. Universidade de Huelva.
- Contreras, L.C. (1998): Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula. Tese de Doutoramento. Publicações da Universidade de Huelva.

- DeMarois, P. e Tall, D. O. (1996): "Facets and layers of the function concept. Em Puig, L & Gutierrez, A. (Eds.), Proceedings of the 20th Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education 2, 297–304. Valencia, Spain.
- DeMarois, P. e Tall, D. (1999): "Functions: Organizing principle or cognitive root". Proceedings of PME 23(2), Haifa, 257–264.
- Figueiredo, C. A. (2005): Os exemplos utilizados por professores estagiários quando ensinam o conceito de Função. Memoria de Proyecto de investigación de Doctorado. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Universidad de Extremadura.
- Gray, E. M. e Tall, D. O. (1994): "Duality, ambiguity, and flexibility: A Proceptual view of simple arithmetic". Journal for Research in Mathematics Education 25(2), 116–140.
- Marcelo, C. (1987): El Pensamiento del Profesor. Barcelona: CEAC.
- Marcelo, C. (1993): "Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido". Em L. Montero e J. Vez (Eds.), Las Didácticas Específicas en la Formación del Profesorado. Santiago, 151-186. Tórculo.
- NCTM (2000): Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston. NCTM.
- Orton, A. (1990): Didáctica de las Matemáticas. Madrid: Ediciones Morata/MEC.
- Porlán, R. (1992). Teoría y práctica del currículum. El currículum en la acción. Em AA.VV. Curso de actualización científico-didáctica. Madrid: MEC.
- Rowland, T., Thwaites, A. e Huckstep, P. (2003): "Elementary Teachers' Mathematics Content Knowledge and Choice Of Examples". CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, March 2003, Bellaria, Italy.
- Shulman, L. S. (1986): "Those Who Understand: Knowledge Growth". Teaching, Educational Researcher, 15(2), 4-14.
- Skemp, R. (1971): The Psychology of Learning Mathematics. Middlesex, England: Penguin.
- Tall D., e Vinner S. (1981): "Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity". Educational Studies in Mathematics 12, 151-169.
- Watson, A. and Mason, J. (2002): Extending example spaces as a teaching/learning strategy in mathematics. Em A. D. Cockburn and E. Nardi (Eds.) Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 4, 378-386. Norwich: University of East Anglia.
- Wilson, P. S. (1990). "Inconsistent ideas related to definitions and examples". Focus in Learning Problems in Mathematics 12(3-4), 31-47.

Carlos Alberto Figueiredo é licenciado em Ensino da Matemática e Professor Efetivo na Escola Secundária D. Sancho II de Elvas, Portugal. A sua Tese de Doutoramento refere-se à Análise de Exemplos empregues durante a actividade lectiva tanto na Formação Inicial como no Desenvolvimento Profissional de professores de Matemática. carlosaafigueiredo@sapo.pt

Lorenzo J. Blanco Nieto é Professor Titular de Didáctica da Matemática do Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, Universidad de Extremadura, Badajoz, España. A sua linha de investigação está orientada para a Formação Inicial de Professores e para o Desenvolvimento Profissional dos Professores do Ensino Primário e Secundário, tendo publicado vários trabalhos sobre o assunto. lblanco@unex.es

Luis Carlos Contreras González é Profesor Titular de Didáctica da Matemática do Departamento de Didáctica de las Ciencias y la Filosofía, Universidad de Huelva, España. As suas linhas de investigação estão orientadas para a Formação Inicial de Professores e Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática bem como, para a Resolução de Problemas. lcarlos@uhu.es