



Coordinado por
Agustín Carrillo de Albornoz

TIC y Matemáticas

Francisco Villegas Martín

Resumen

Las nuevas tecnologías, en este artículo centradas en el ordenador, nos brindan una serie de posibilidades que como docentes no podemos dejar pasar. Internet, junto al software educativo libre existente nos permite trabajar mejor las matemáticas, tanto en clase, como para hacer temas más comprensibles y atractivos para nuestros alumnos. Es un reto y a su vez un inmenso océano de posibilidades el que se abre ante nosotros.

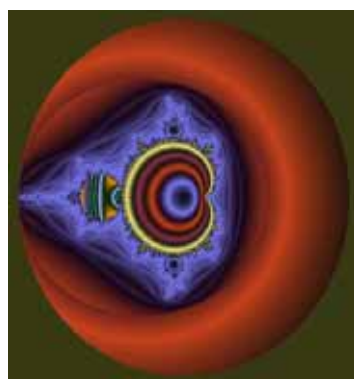
Abstract

New technologies, referred to computer in this article, give us a variety of possibilities that we, teachers, must not ignore. Internet and the open source educational software allow us to work Mathematics better with our pupils and make lessons more attractive. It's a challenge. We have a vast ocean of possibilities in front of us.

Introducción

“Tan pronto como exista una Máquina Analítica, no cabe duda de que fijará los futuros derroteros de la ciencia. Y siempre que se busque un resultado por este medio, surgirá la pregunta: ¿cuál es el curso de computación mediante el cual puede la máquina obtener estos resultados en el menor tiempo posible?” (Charles Babbage)

Para trabajar las matemáticas, el ser humano siempre ha necesitado de herramientas que le faciliten la representación y comprensión de los conceptos o le permitan aumentar la rapidez de cálculo. El recorrido ha sido largo, desde los *calculus* de los pastores de la antigüedad, el ábaco, las regletas o palos de Neper (siglo XVI), la máquina aritmética de Pascal (siglo XVII), la máquina de Leibniz,



[XaoS, generador de fractales](#)

la analítica de Babbage



hasta llegar al ordenador actual basado en la lógica de Turing y Von Neumann corroboran la afirmación anterior¹.

Resulta inquietante, por ejemplo, leer: “El primer hecho que habría de sorprendernos, si no fuese por lo acostumbrados que estamos a aceptarlo, es el de cómo es posible que haya personas que no entiendan las matemáticas. ... ¿cómo es posible que haya tanta gente refractaria a ellas” (Henri Poincaré, conferencia pronunciada a principios del siglo pasado en la Sociedad Psicológica de París), y comprobar que tras casi un siglo nos resulta actual.



Henri Poincaré

Los ordenadores, y por extensión, las TIC² han permitido la aparición de nuevos escenarios y formas de educar que obligan a los docentes a investigar métodos que aumenten la calidad del aprendizaje, de esta forma el profesorado puede asumir su papel de facilitador que sepa seleccionar, procesar y organizar la ingente cantidad de información que tenemos a nuestro alcance para ponerla a disposición de nuestros alumnos.

Desde la escuela es necesario promover y potenciar la utilización de recursos digitales que, sustentados en desarrollos curriculares específicos de la Enseñanza Secundaria Obligatoria³ (ESO) y del Bachillerato⁴, permitan al alumnado asumir un papel protagonista en el análisis, interpretación y comprensión de los conceptos matemáticos. Es fundamental que el alumnado adquiera destrezas usando software diseñado para trabajar las matemáticas y que éste le facilite acceder a los conceptos matemáticos de la asignatura. En los últimos años se han publicado numerosos estudios que avalan el potencial educativo del ordenador en el aula como instrumento para desarrollar destrezas matemáticas.

Nuestra comunidad autónoma (Andalucía), a nivel educativo, se encuentra inmersa en un proceso de cambio importante, en parte debido a los planes de incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación a los centros educativos. La iniciativa tiene por objeto acelerar la evolución del sistema educativo hacia la sociedad del conocimiento.

En consecuencia, en este artículo pretendo dar algunas ideas sobre herramientas para trabajar las matemáticas usando el sistema operativo instalado en los centros educativos andaluces (Guadalinex). En la actualidad, Guadalinex V3, es un sistema GNU/Linux basado en



¹ Véase [1], páginas 1383 a 1731


² Tecnologías de la Información y la Comunicación. http://es.wikipedia.org/wiki/Tecnologías_de_la_información

³ Abarca de los 12 a los 16 años, 4 cursos académicos.

⁴ Abarca desde los 16 hasta los 18 años, 2 cursos académicos.



Ubuntu⁵ 5.10, es decir, son aplicaciones desarrolladas con software libre que podremos trabajar en cualquier centro sin coste añadido alguno.

Antes de entrar de lleno en el tema, una aclaración: la mayoría de los programas analizados en el artículo están disponibles para sistemas Windows (se indicará con el gráfico ). En la Web <http://www.cdlibre.org> hay bastantes de ellos recopilados en un DVD/CD.



Veamos pues cómo usar algunas herramientas informáticas para trabajar sobre y con las matemáticas.

Aplicaciones para matemáticas “básicas”

Gcompris

Gcompris (<http://gcompris.net/>) es un programa desarrollado por Bruno Coudoin. Se trata de un software educativo libre para Linux diseñado para niños de 2 a 10 años (por lo que puede ser bastante útil en las etapas iniciales).

Incorpora⁶ casi 100 actividades distintas, entre ellas destacar actividades de álgebra sencillas, puzzles, relojes, ajedrez, actividades para familiarizarse con el ordenador... Junto al icono de cada actividad aparecen una o varias estrellas que indican el nivel de dificultad de las actividades:



⁵ Hasta hace un año en Debian Sarge

⁶ La versión para Windows dispone de menos actividades que la versión para GNU/Linux.



Los tres primeros niveles son adecuados desde los 2 a los 6 años, y los tres últimos de 7 a 10.

En algunas actividades se puede elevar el nivel con el "dado" que aparece en la pantalla. En la parte derecha aparecen los iconos correspondientes a los bloques de actividades, pulsando con el ratón podemos ver las actividades que incorpora cada uno.

TuxMath

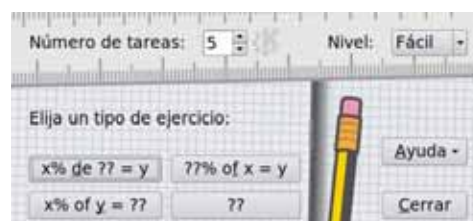
Lo lúdico no debe estar reñido con las matemáticas, sino todo lo contrario, las matemáticas son un juego del que si se conocen las reglas (como en todos los juegos) son muy divertidas. TuxMath es un juego matemático en el que se trabaja el cálculo aritmético básico. Una anécdota sobre él, fue mi hijo menor el que me descubrió que la tecla P permite parar el juego y hacer las operaciones en un tiempo "sensato" para mi capacidad "neuronal".



TuxMath

kPercentage

KPercentage es una aplicación matemática que ayuda a los alumnos a mejorar sus habilidades en el cálculo de porcentajes. Hay una sección especial de entrenamiento para las tres tareas básicas con varios niveles dificultad, al optar por el modo aleatorio se mezclan las tres tareas al azar. Permite al alumnado seleccionar el número de tareas a realizar (de 1 a 10). Se puede usar este recurso para trabajar el bloque de proporcionalidad en toda la Educación Secundaria (12 a 16 años). Al disponer de autoevaluación nos permite adecuarlo a los distintos niveles que se van a presentar en el aula.



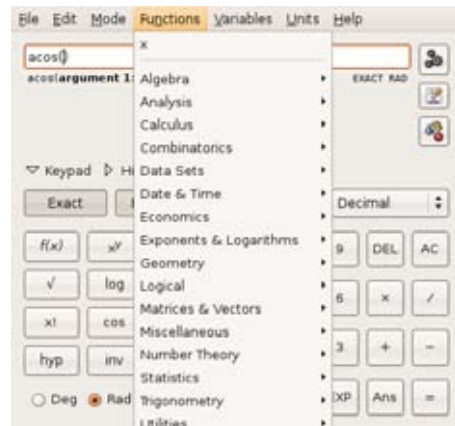
Cajón de Sastre

Calculadoras

Uno de los problemas más comunes para trabajar las matemáticas usando calculadoras, es que, por un lado no todos nuestros alumnos la traen todos los días, y por otro, no podemos obligar a que lo hagan ni en su caso a que el modelo sea el mismo para todos. Pero ese problema se resuelve con dos de las mejores calculadoras disponibles para GNU/Linux: *gcalculate* y *qcalculate*.



gCalculate



qCalculate

WIMS⁷

Hay una serie de actividades que merecen especial atención y visita, se trata de WIMS (http://wims.unice.fr/wims/es_home.html).



Es una Web con multitud de actividades interactivas para matemáticas. Si bien el entorno inicial no es muy atractivo, cuando se comienza a trabajar con él se ve el enorme potencial que encierra. Con los módulos existentes en la actualidad se puede desarrollar prácticamente todo el currículum de matemáticas. Permite al alumnado establecer el nivel de dificultad en el que trabajar y autoevaluar sus conocimientos. Se puede instalar en un servidor Web propio.

⁷ Interactive mathematics on the internet



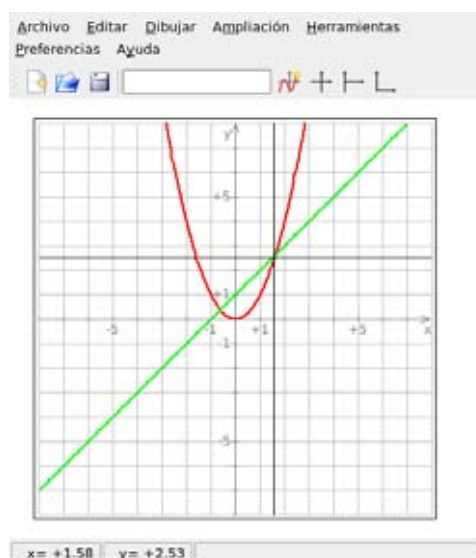
Programas para representaciones gráficas de funciones

KmPlot

Programa para representar funciones matemáticas. Es simple de usar y permite representar varias funciones simultáneamente. En definitiva una herramienta de un gran potencial en nuestras clases.

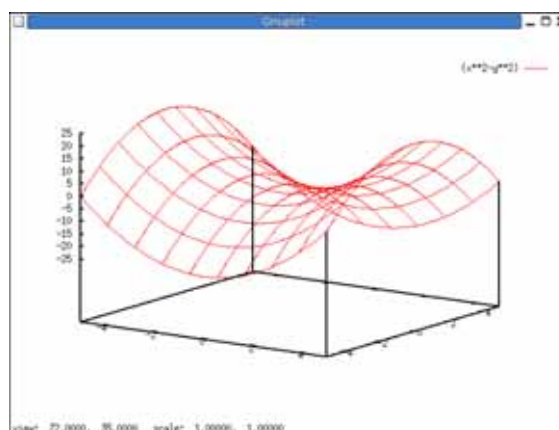
Para representar una función se pulsa sobre **Dibujar ▶ Nuevo gráfico de función** y se escribe la función correspondiente. Repetimos el proceso para cada una de las funciones.

En la captura, se han representado dos funciones y se ha hallado el punto de corte de forma gráfica (aproximada). Con él, por ejemplo, podemos representar la derivada y la integral de una función dada.



Gnuplot

GnuPlot (<http://www.gnuplot.info>) es una aplicación orientada a la representación de gráficas con dos y tres variables y para la visualización de datos matemáticos. Es un clásico en el mundo GNU/Linux, tanto es así que programas de cálculo numérico (como Octave) o simbólico (como Máxima) lo incorporan como complemento para sus representaciones gráficas. Una de sus características más interesantes es que soporta multitud de formatos de salida, entre ellos LaTeX, fig, pdf y png.



Su uso no es inmediato, y al principio puede resultar abrumador trabajar con él⁸. Existe mucha información en la red y por supuesto en la página principal del programa.

```
gnuplot> plot [-5:5][-5:5] x**2-y**2
```

⁸ Existen programas en modo gráfico que permiten trabajar con él a golpe de ratón, por ejemplo *qalculate*.



Geometría⁹

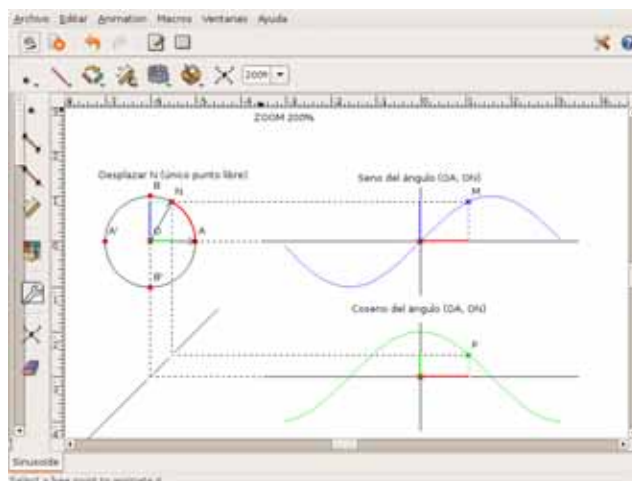
DrGeo

DrGeo (<http://offset.org/drgeo>) es un programa de geometría dinámica plana muy apropiado para trabajar en Secundaria. No está tan desarrollado como Cabri pero para trabajar en clase cubre todo aquello que necesito. Entre sus posibilidades está la de exportar¹⁰ los gráficos a LaTeX/PostScript o realizar animaciones.

En la Web del programa hay un excelente manual en castellano [2], así como algunos vídeos que explican cómo trabajar con él [3].

Su uso no presenta mayor problema gracias a la ayuda contextual (en castellano) que aparece al pasar sobre cualquiera de los elementos de las distintas barras de herramientas desplegables¹¹.

Hay varios ejercicios para los que creo es imprescindible, por ejemplo para comprobar gráficamente con los alumnos de secundaria (¿y por qué no de primaria?) que el baricentro, circuncentro y ortocentro de un triángulo están alineados. O por ejemplo, para trabajar la trigonometría: a partir del fichero que permite obtener las funciones seno y coseno podemos plantear actividades del tipo:



1. Escribe en tu cuaderno una tabla de valores para ambas funciones desde 0° a 720° .
2. Determina en qué cuadrantes son positivas o negativas.
3. ¿Se repite la forma? ¿cada cuánto?
4. ¿Entre qué valores oscilan las funciones seno y coseno?
5. ¿Qué relación crees que puede existir entre los valores del seno y coseno de un ángulo?

⁹ Hay bastantes programas libres para trabajar esta rama de las matemáticas.

¹⁰ Permite exportar a formato Fly Draw, se trata del formato de descripción de figuras usado por WIMS.

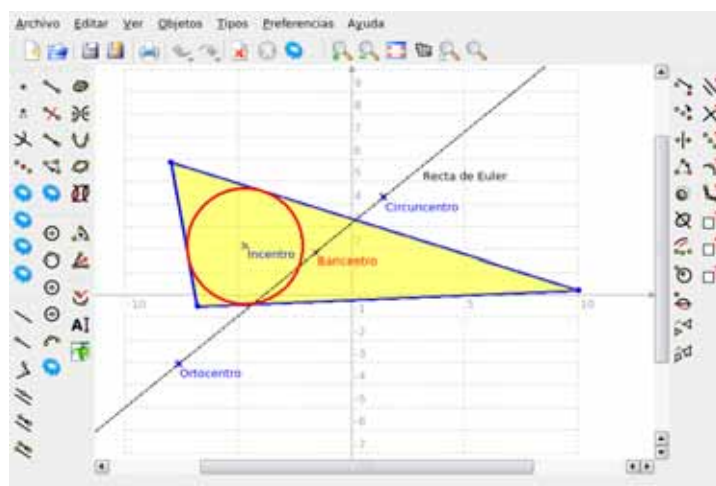
¹¹ Además de la documentación del programa, son interesantes para el aula las actividades desarrolladas para DrGenius del libro *Aprender con GNU/Linux* disponible en la zona de descargas de <http://www.linex.org>. Se trata de las páginas 165-190



Kig

Se trata de una aplicación muy interesante para el estudio de la geometría plana y que puede resultar bastante motivadora para nuestros alumnos dada su gran interactividad. Permite dibujar multitud de elementos geométricos (puntos, rectas, circunferencias, vectores, polígonos, ángulos...). También nos da la posibilidad de cambiar los colores, introducir las coordenadas de los puntos, poner etiquetas. En definitiva, podemos abarcar el estudio de la geometría desde los aspectos más simples a los más complicados.

La captura se ha realizado usando una macro disponible en <http://edu.kde.org/kig/macros.php> cuyo objetivo es hallar de forma inmediata los puntos notables de un triángulo. Sólo tenemos que importarla desde el menú **Tipos► Gestionar tipos...**



En la imagen podemos observar los iconos de las herramientas de construcción (en el panel de la izquierda, son autoexplicativos); esto junto con la ayuda contextual que aparece al mantener el puntero sobre los iconos hace que el programa sea muy fácil de utilizar y apropiado para el uso en el aula. Se puede, como en todos los programas de este tipo, arrastrar un punto y ver cómo se mueven los elementos ligados a él. El programa dibuja puntos dados por sus coordenadas cartesianas y mide distancias, ángulos y longitudes de circunferencia. Por ejemplo, desde el menú **Objetos► Transformaciones** podemos realizar transformaciones de los elementos (traslaciones, rotaciones, escalarlos...) y desde **Objetos► Opciones► Pruebas** permite comprobar el paralelismo, ortogonalidad, distancia, etc.

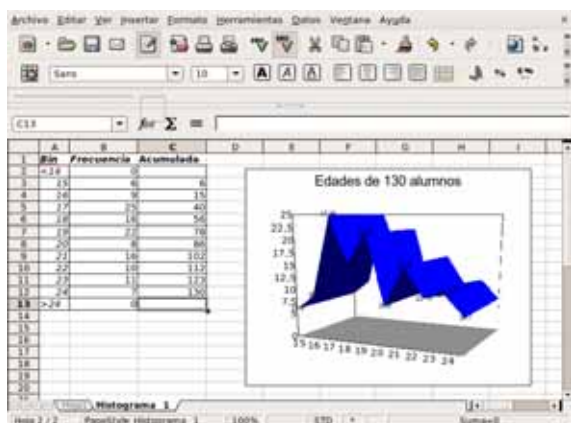
A diferencia de DrGeo, exporta las figuras a formato *fig* o *svg* lo que nos permite poder retocarlas con el programa *xfig* o cualquier herramienta de dibujo vectorial que soporte formato *svg* (por ejemplo *inkscape*).



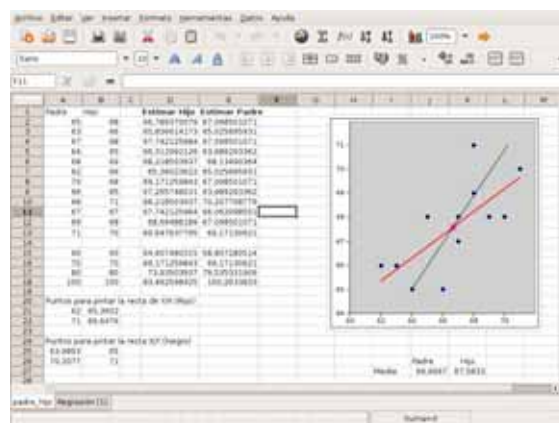
Estadística

Hojas de cálculo: OpenOffice Calc y gnumeric

Ambas hojas de cálculo, además de permitir el análisis estadístico de los datos permiten generar informes y la elaboración de gráficos y diagramas.



OpenOffice Calc



Gnumeric

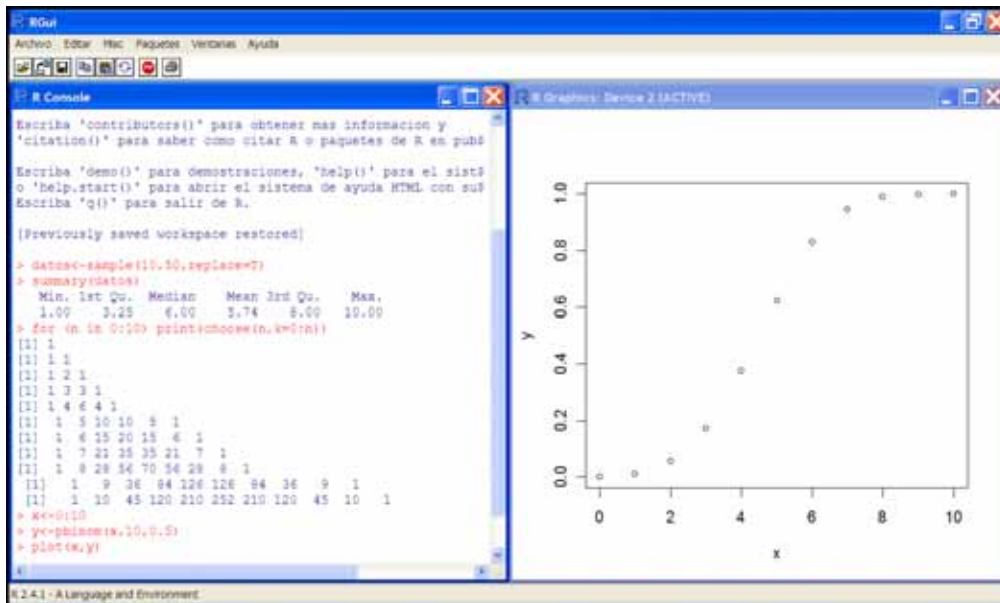
Calc forma parte de la Suite Ofimática OpenOffice y es muy similar a Excel. En sus celdas podemos introducir texto, números o fórmulas con referencias a otras celdas para que la aplicación realice los cálculos programados. El programa incorpora también una amplia gama de funciones para análisis estadísticos y puede importar hojas de cálculo externas.

Las posibilidades gráficas de Calc son superiores que las de Gnumeric, sin embargo la facilidad de uso de esta última para realizar análisis estadísticos me hace decantarme por ella. Los análisis estadísticos se pueden realizar a “golpe de ratón” usando el menú **Herramientas**.

La zona de trabajo de Gnumeric es muy intuitiva y semejante a la de otros programas de estas características. Ofrece compatibilidad con los formatos de Excel, Lotus y por supuesto con la hoja de cálculo de OpenOffice.

R

Como software específico destaca R (<http://www.r-project.org>) ó "GNU S", se trata de un programa libre para análisis estadístico que permite calcular parámetros, inferencia, construir todo tipo de gráficos de alta calidad, etc. R permite trabajar las técnicas estadísticas más básicas, pero llegando a las más avanzadas. Además, permite que le añadamos nuevas funcionalidades, ya que podemos programar nuevas funciones o instalar nuevos paquetes.



En la imagen se muestra la forma de almacenar 50 números aleatorios comprendidos entre 1 y 10 y cómo hallar las medidas de tendencia central. También se ve la forma de obtener un triángulo de Pascal y un ejemplo de representación gráfica.

Su uso no es inmediato y su utilidad se adapta mejor al bachillerato¹² o universidad. En <http://cran.r-project.org/other-docs.html#nenglish> hay diferente documentación sobre R en varios idiomas (véase [4], [5], [6], [7] y [8]).

En [9] se exponen de forma detallada una serie de actividades para realizar con él en clase, así como otras realizadas con Grace y Gnumeric para trabajar en clase la estadística y orientadas a diferentes niveles educativos.

Cálculo simbólico

Maxima

Maxima (<http://maxima.sourceforge.net/>) es un magnífico paquete matemático de cálculo simbólico. La versión actual es un descendiente de DOE Macsyma que fue desarrollado en los laboratorios del MIT. Está implementada usando COMMON LISP y mantenida por William F. Schelter.

Podemos utilizar Maxima para la manipulación de expresiones algebraicas que incluyan constantes, variables y funciones. Permite calcular límites, integrales,

¹² De 16 a 18 años



derivadas, resolver ecuaciones algebraicas y diferenciales, representar funciones de una y dos variables, etc. Es también un lenguaje de programación, lo que nos permite ampliar sus capacidades.

Desde la página principal del programa podemos bajarnos una amplia documentación sobre su uso. En castellano, podemos consultar un manual de introducción en [10]

El interfaz de programa, por defecto, es en modo comando, pero disponemos de dos *front-end* para trabajar en modo gráfico *xmaxima* y *wxmaxima*

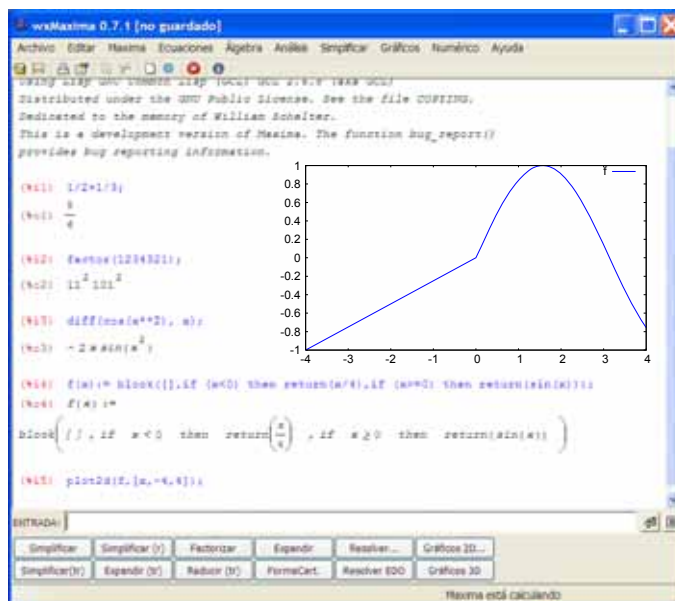


xmaxima



wxmaxima

Con él podemos trabajar desde los aspectos más básicos, por ejemplo sumas y restas de fracciones, descomposición factorial de números..., hasta los más avanzados como puede ser la diferenciación o la representación de funciones definidas a trozos.





Herramientas para creación de textos científicos

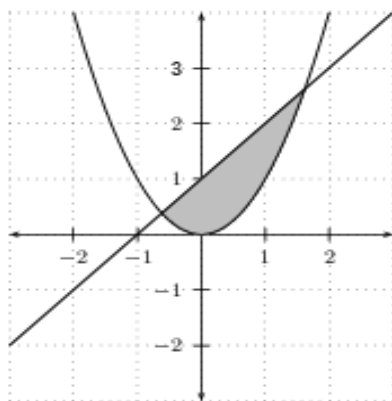
LaTeX

LaTeX es un lenguaje de macros para un lenguaje denominado TeX que se encarga del formateo del texto. TeX es una creación de Donald E. Knuth (Universidad de Standford, 1978) y su propósito inicial fue facilitar la creación de artículos para la *American Mathematical Society* (AMS). El inconveniente de TeX es que es muy complejo. Para facilitar el uso de TeX Leslie Lamport crea LaTeX en 1982. Con LaTeX establecemos qué queremos que aparezca en el documento y no cómo debe aparecer.

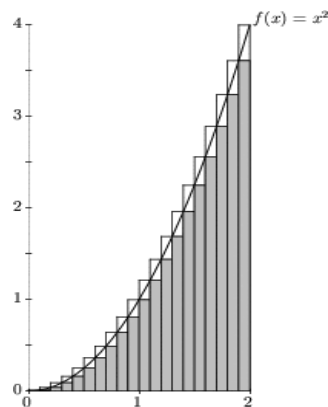
LaTeX destaca sobre todo en la edición de fórmulas y en la composición de textos matemáticos. Pero... aunque es muy potente, su aprendizaje no es inmediato.

Una de las ventajas de LaTeX es que permite añadirle multitud de paquetes en función de nuestras necesidades. Existen paquetes para fórmulas químicas, circuitos electrónicos, símbolos fonéticos, escribir en árabe, notas musicales... En <http://www.ctan.org/> podemos encontrar todos los paquetes disponibles. Algunos de los paquetes o utilidades más interesantes, bajo mi punto de vista, para trabajar con LaTeX y matemáticas son:

- *Pstricks* <http://tug.org/PSTricks/main.cgi> es un conjunto de paquetes para LaTeX con múltiples opciones. Para hacernos una idea lo mejor es revisar en la Web anterior los ejemplos de lo que se puede hacer con ellos. Por ejemplo, lo uso para representar funciones y obtener el área encerrada entre ambas.
- No es un paquete, pero *ePiX* (<http://mathcs.holycross.edu/~ahwang/current/ePiX.html>) es una de mis herramientas favoritas para obtener gráficos de alta calidad para usar en clase o confeccionar mis apuntes. La captura de la derecha, por ejemplo, es un fichero parametrizado que permite representar funciones y tantos rectángulos (para las sumas superiores e inferiores) como desee a partir del parámetro.



psTricks

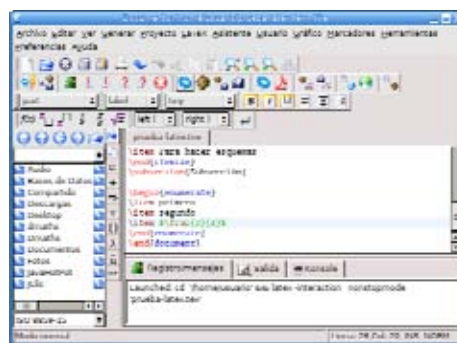


ePiX



Kile

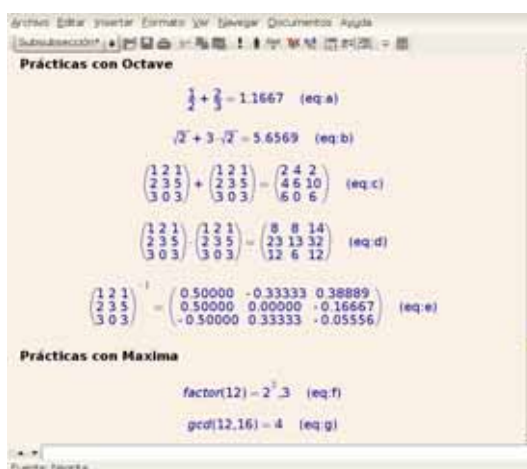
Si optamos por crear documentos con LaTeX, *kile* (<http://kile.sourceforge.net>) es el mejor editor que conozco para GNU/Linux. Se trata de un programa que facilita la composición de documentos en LaTeX. Tiene incorporados los comandos más usuales de LaTeX, lo que supone mucha más rapidez a la hora de escribir un documento. Es aconsejable, no obstante, conocer algo de LaTeX para poder sacarle todo el partido. Nos permite compilar los documentos y verlos en distintos formatos (DVI, PostScript, pdf), insertar símbolos fácilmente, dispone de magnífica ayuda en línea, etc.



LyX

Si bien la idea de LaTeX es crear documentos profesionales con el mínimo esfuerzo, la idea cobra realmente sentido cuando aparece LyX en escena. LyX (<http://www.lyx.org>) es obra de Matthias Ettrich y un grupo de programadores y se trata de una herramienta más intuitiva para escribir nuestros documentos matemáticos.

LyX es "un interfaz casi WYSIWIG (*What You See Is What You Get*) para LaTeX" y SGML. LyX permite componer documentos siguiendo la filosofía de LaTeX pero sin tener que conocer comandos de LaTeX. Con LyX nos centramos en lo que queremos escribir y no en cómo hacerlo. El proceso de edición y composición final es responsabilidad de LaTeX.



Para una visión más detallada, con ejemplos y prácticas, de las posibilidades que ofrece LyX se puede consultar [11]



LaTeX-Beamer

¿Qué es esto de LaTeX-Beamer? Desde mi punto de vista, para crear presentaciones de diapositivas con fórmulas matemáticas la mejor herramienta es una clase de LaTeX, la clase *Beamer*, disponible en <http://latex-beamer.sourceforge.net/>. Con esta clase podemos crear presentaciones de diapositivas en formato pdf de excelente calidad. Una mini guía sobre su uso con LyX se encuentra en [12].



A modo de resumen

A nivel de enseñanza superior, la demostración de la conjetura de Kepler (http://en.wikipedia.org/wiki/Kepler_conjecture) supone un cambio en la forma de demostrar teoremas matemáticos que no nos puede dejar impasibles ante el uso del ordenador:

“Pero es posible, y yo diría que muy deseable, que las máquinas se encarguen en el futuro de tantos desarrollos rutinarios y tantas demostraciones clónicas que mantienen ocupados a demasiados matemáticos quienes, incansables, publican obviedad tras obviedad. Llenando sin cesar, con mutuas referencias, el registro de esa grotesca casa de citas que tiene su sede en Filadelfia. Liberados por las máquinas, podrían estos artistas, siguiendo el buen ejemplo de Wiles y Hales, dedicar sus esfuerzos a resolver problemas realmente difíciles e interesantes que tengan luego cabida en *Annals of Mathematics*.” Diario El País, 04/01/2006.

Es un reto y a su vez un inmenso océano de posibilidades el que se abre ante nosotros. Las nuevas tecnologías, en este artículo centradas en el ordenador, nos brindan una serie de posibilidades que como docentes no podemos dejar pasar. Internet, junto al software educativo libre existente nos permite trabajar mejor las matemáticas, tanto en clase, como para hacer temas más comprensibles y atractivos para nuestros alumnos.



Bibliografía

- [1] G. Ifrah (1997): Historia universal de las cifras. 2.ed. Espasa Fórum, Madrid.
- [2] H. Fernandes, A. Centomo, A. Soto (2005): Manual de usuario de DR. GEO, <http://www.ofset.org/articles/80>
- [3] <http://documentation.ofset.org/drgeo/videos/>
- [4] E. Paradis: R for Beginners, <http://cran.r-project.org/other-docs.html#nenglish>
- [5] P. Kuhnert, B. Venables: An Introduction to R: Software for Statistical Modelling & Computing, <http://cran.r-project.org/other-docs.html#nenglish>
- [6] J. C. Correa, N. González: Gráficos estadísticos con R, <http://cran.r-project.org/other-docs.html#nenglish>
- [7] M. R. Risk: Cartas sobre Estadística de la Revista Argentina de Bioingeniería, <http://cran.r-project.org/other-docs.html#nenglish>
- [8] R. Díaz-Uriarte: Introducción al uso y programación del sistema estadístico R, <http://cran.r-project.org/other-docs.html#nenglish>
- [9] F. Villegas (2004): Estadística con GuadaLinux Edu, <http://www.picasa.org/downloads/matematicas/estadistica/estadistica.pdf>
- [10] M. Arsuaga, R. Ramos (2005): Manual de Introducción a Máxima, <http://www.guadalinex.org/modules/mydownloads/viewcat.php?cid=4>
- [11] F. Villegas (2004): Introducción a LyX, http://www.picasa.org/downloads/linux/lyx/intro_lyx.pdf
- [12] F. Villegas (2006): Elaboración de recursos didácticos con GuadaLinux, <http://www.picasa.org/downloads/linux/guadalinex/elaboracion-recursos-guadalinex.pdf>
- [13] D. J. Gallego, C. M. Alonso (1999): El ordenador como recurso didáctico. Universidad Nacional de Educación a Distancia, Madrid.
- [14] B. Cascales, P. Lucas, J. M. Mira, A. Pallarés, S. Sánchez-Pedreño (2000): LaTeX una imprenta en sus manos, Aula Documental de Investigación, Madrid.
- [15] J. Alonso, F. Rubio, F. Villegas (2004): Software libre y educación (curso de iniciación): GuadaLinux (Debian) y aplicaciones didácticas. <http://www.picasa.org>

Francisco Villegas Martín es Licenciado en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Granada. Profesor de Enseñanza Secundaria de Matemáticas. En la actualidad, Asesor de Formación del Profesorado en el ámbito Científico-Tecnológico en el Centro del Profesorado del El Ejido (Almería). Profesor de los cursos de formación a distancia sobre GNU/Linux, organizados por el CICA y la SAEM THALES, en las convocatorias de los años 1999 a 2005. Además, ha impartido varios cursos (presenciales y a distancia) relacionados con GNU/Linux y las nuevas tecnologías organizados por diversos CEP andaluces.