Septiembre de 2006, Número 7, páginas 107 - 110
ISSN: 1815-0640

Por Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra

Números Figurados (y II)

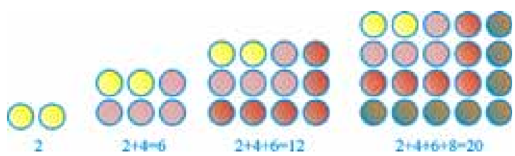
Oblongos, triangulares, cuadrados, pentagonales… en definitiva: ***números figurados***. A ellos nos hemos referido en la entrega anterior de DOSPIUNIÓN; ahora nuestro objetivo será intentar mostrar algunas de las leyes que los relacionan.

Orden	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	…	*n*
Oblongos	*2*	*6*	*12*	*20*	*30*	…	$n(n+1)$
Triangulares	*1*	*3*	*6*	*10*	*15*	…	$\frac{n(n+1)}{2}$
Cuadrados	*1*	*4*	*9*	*16*	*25*	…	n^2
Pentagonales	*1*	*5*	*12*	*22*	*35*	…	$\frac{3n^2-n}{2}$

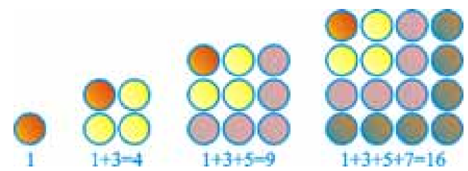
Haremos a continuación algunas afirmaciones que trataremos de visualizar geométricamente.

> La suma de los *n* primeros números *naturales* da como resultado el número *triangular* de orden *n*:
>
> $$1+2+3+4+\ldots+(n-1)+n=T_n=T_{n-1}+n$$

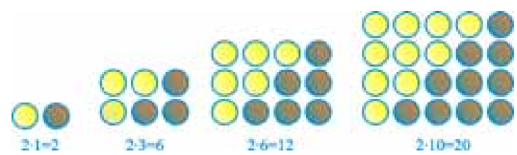
> La suma de los *n* primeros números *pares* da como resultado el número *oblongo* de orden *n*:
>
> $$2+4+6+8+\ldots+2n=n(n+1)$$



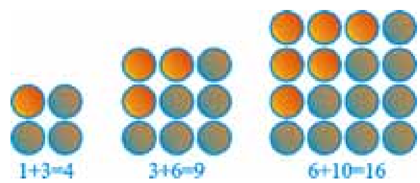
> La suma de los *n* primeros números *impares* da como resultado el número *cuadrado* de orden *n*:
>
> $$1+3+5+7+\ldots+(2n-1)=n^2$$



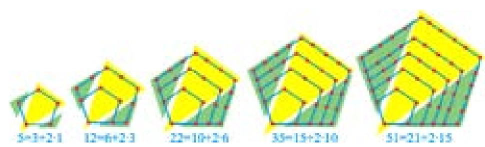
> El número *oblongo* de orden *n* equivale al doble del número *triangular* de orden *n*:
>
> $$n(n+1)=2\,T_n$$



> El número *cuadrado* de orden *n* se obtiene sumando el número *triangular* de orden *n* más el número *triangular* de orden *n-1*:
>
> $$n^2=T_n+T_{n-1}\quad (n\geq 2)$$



> El número *pentagonal* de orden *n* se obtiene sumando el número *triangular* de orden *n* más el doble del número *triangular* de orden *n-1*:
>
> $$P_n=T_n+2T_{n-1}\quad (n\geq 2)$$



Iago F.F. 3º ESO.

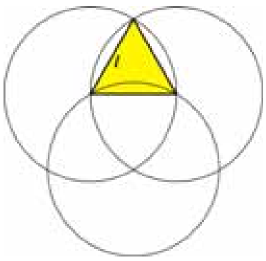
Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra

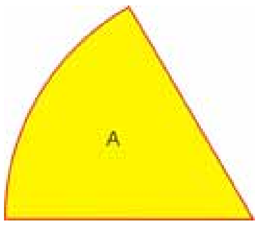
Diseño de Isletas

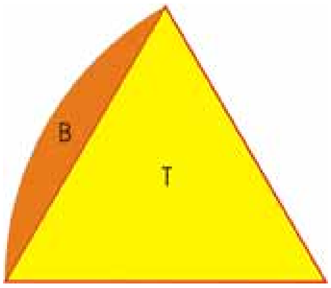
El primer concepto matemático que se nos sugiere al observar la imagen anterior es el de triángulo. Un triángulo especial, eso sí, pues la figura parece tener por lados tres arcos de circunferencia.

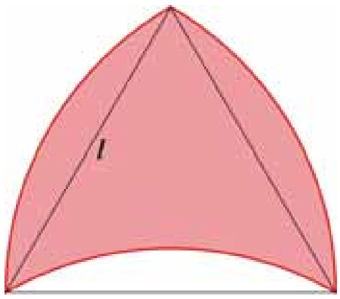
En este trabajo trataremos de investigar sobre las posibles respuestas a estas tres preguntas: ¿Cómo diseñar isletas? ¿Cuál es la medida de su perímetro? ¿Cuánto vale su área?

Tomemos como punto de partida un triángulo equilátero. La siguiente secuencia de imágenes nos servirá para aclarar lo que queremos explicar:









Para conocer el perímetro de nuestra figura debemos determinar, en primer lugar, cual es la longitud de los arcos de circunferencia que la forman. Como estos arcos han sido trazados a partir de un triángulo equilátero, tenemos un ángulo central de 60º. Por consiguiente, el arco trazado abarca una sexta parte de la longitud de la circunferencia que tiene *radio igual al lado* del triángulo.

Como la longitud de una circunferencia es $2 \cdot \pi \cdot r$ y los tres arcos equivalen a la mitad de la circunferencia, la fórmula para hallar el perímetro de la figura será:

$$P = \pi \cdot l$$

Para determinar el área de la figura tendremos que sumar el área del segmento circular, *B*, más el área del triángulo, *T*, puesto que:

Área figura = Área Triángulo + 2·área Segmento circular – Área Segmento circular

Área figura = Área Triángulo + Área Segmento circular

Conclusión:

El área de la figura coincide con la del sector circular:

$$S = \frac{\pi \cdot l^2}{6}$$

Obtendremos el mismo resultado, como es lógico, si sumamos las áreas del triángulo y del segmento circular. No será superfluo realizar estos cálculos, pues nos servirán de entrenamiento para extender la resolución del problema a otros triángulos que no sean equiláteros.

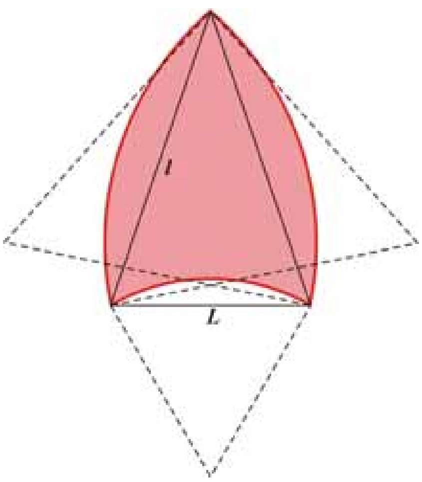
Veamos a continuación como podemos determinar el área del segmento circular, *B*. La altura, *h*, del triángulo, *T*, se obtiene por aplicación del Teorema de Pitágoras y con este dato podemos calcular el área del triángulo:

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \qquad S_T = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Teniendo en cuenta que el área del sector circular, *A*, es un sexto de la medida de la superficie del círculo, determinamos el área del segmento circular, *B*:

$$S_A = \frac{\pi \cdot l^2}{6} \qquad S_B = S_A - S_T = \frac{l^2 \cdot \left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)}{12}$$

Si tenemos presentes estos resultados, podremos construir isletas a partir de otros triángulos, tomando como elementos auxiliares triángulos equiláteros. Y podremos determinar, asimismo, las medidas de sus perímetros y superficies. Nosotros lo hemos realizado para casos diversos y os mostramos a continuación los resultados que obtuvimos al trabajar con triángulos isósceles del tipo del que mostramos en la figura.



$$P = \frac{\pi(2l + L)}{3}$$

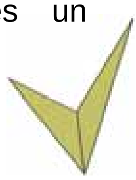
$$S = \frac{3L \cdot \sqrt{4l^2 - L^2} + \left(2l^2 - L^2\right)\cdot\left(2\pi - 3\sqrt{3}\right)}{12}$$

Atón C. G. 4º ESO.

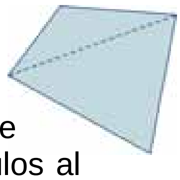
Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra

Clasificación de Cuadriláteros

Un ***cuadrilátero*** es un polígono (figura plana cerrada cuyos lados son segmentos) de cuatro



lados. Los ángulos interiores de un cuadrilátero suman 360º, puesto que obtenemos dos triángulos al triangularlo.



La clasificación de cuadriláteros depende del criterio que se utilice. La mayoría de los libros de texto utilizan dos criterios a la hora de realizar clasificaciones de ***cuadriláteros convexos***: el paralelismo y la medida de sus lados. Cuando el criterio utilizado es el número de lados paralelos, obtenemos las siguientes familias: ***Paralelogramos***, ***trapecios*** y ***trapezoides***.

PARALELOGRAMOS, son los cuadriláteros que tienen dos parejas de lados paralelos. Podemos distinguir dos subclases: los que tienen todos los lados iguales (***cuadrados*** y ***rombos***) y los que tienen los lados iguales dos a dos (***rectángulos*** y ***romboides***).

TRAPECIOS, tienen solamente dos lados paralelos. En esta familia podemos distinguir: ***trapecios escalenos*** en los que los lados no paralelos son desiguales; ***trapecios isósceles***, que tienen los dos lados no paralelos iguales; y ***trapecios rectángulos*** en los que uno de los lados no paralelos es perpendicular a las bases.

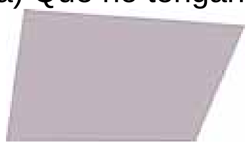
Fuentes:
http://sapiens.ya.com/geolay/pagehtm/geometria.htm
http://sapiens.ya.com/geolay/pagehtm/cuadrila.htm
MATEMÁTICAS. Anaya. J. Colera y otros.
MATEMÁTICAS. Edelvives. I. Lazcano Uranga otros.
ENCICLOPEDIA TEMÁTICA. Argos Vergara. Volumen II.

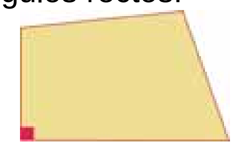
TRAPEZOIDES, no tienen lados paralelos. Los ***trapezoides asimétricos*** tienen cuatro lados desiguales y los ***deltoides*** o ***cometas*** poseen dos pares de lados de dos medidas diferentes.

Te proponemos que dibujes un ejemplo de cada uno de los tipos de cuadriláteros que acabamos de describir.

Vamos a realizar ahora una clasificación de cuadriláteros convexos teniendo en cuenta el ***número de ángulos rectos*** que posean.

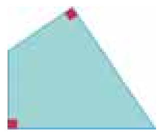
a) Que no tengan ángulos rectos:





b) Que tengan un único ángulo recto:

c) Que posean dos ángulos rectos. En este caso, esos ángulos pueden ser consecutivos o no.



d) Que tengan cuatro ángulos rectos.

¿Por qué no existen cuadriláteros que tengan exactamente tres ángulos rectos?