

Sistemas educativos

La Educación Matemática en Bolivia

Begoña Grigoriu

SOBOEDMA

1. Bolivia (ubicación geográfica)



Bolivia es un país que se ubica el centro de Sudamérica. Limita al norte y el este con Brasil, al sudeste con Paraguay, al sur con Argentina, y al oeste con Chile y Perú. Su extensión territorial es de 1 098 581 kilómetros cuadrados. Su población alcanza alrededor de 8 millones de habitantes.

La pirámide poblacional muestra que el 56% de los habitantes son menores de 25 años.

DESCRIPCIÓN	TOTAL	EXPRESADO EN	PERÍODO DE REFERENCIA
Tasa de analfabetismo (Para la población de 15 o mas años)	12,93	Porcentaje	Sep 2001(p)
Área urbana	6,24	Porcentaje	Sep 2001(p)
Área rural	25,17	Porcentaje	Sep 2001(p)
Promedio de escolaridad (De la población de 19 años y mas)	7,57	Años	Sep 2001(p)
Cobertura bruta de matriculación	65,91	Porcentaje	2000
Cobertura bruta de matriculación en el nivel inicial	32,63	Porcentaje	2000
Cobertura bruta de matriculación en el nivel primario	86,98	Porcentaje	2000
Cobertura bruta de matriculación en el nivel secundario	38,44	Porcentaje	2000
Tasa de efectivos	93,14	Porcentaje	2000
Tasa de promoción	88,22	Porcentaje	2000
Tasa de abandono	6,86	Porcentaje	2000
Relación alumno/docente	26,1	Promedio	2000
Tasa bruta de matriculación universitaria	3,83	Porcentaje	1998
Tasa de egreso aparente en la educación universitaria	7,21	Porcentaje	1998

Fuente: Instituto Nacional de Estadística 2001

Tabla 1.- Indicadores educativos generales.

Los datos de la **tabla 1** muestran los indicadores más importantes para caracterizar la situación del país en relación con la educación. Como puede apreciarse existe un porcentaje aparentemente bajo de población analfabeta, sin embargo el analfabetismo funcional incrementa este porcentaje al doble o triple.

Respecto a los abandonos, sólo toman en cuenta a aquellos que desertan definitivamente del sistema escolar, no considera los abandonos temporales, que pueden abarcar períodos de incluso varios años.

Descripción	2002		
	Total	Hombres	Mujeres
BOLIVIA	3.094.833	1.591.468	1.503.365
Educación Pre Escolar	5,38	5,23	5,55
Primaria	61,34	62,58	60,03
Secundaria	17,94	17,95	17,94
Educación de Adultos	1,45	1,30	1,60
Normal	0,54	0,50	0,57
Universidad (Licenciatura y Post-grado)	9,47	8,96	10,00
Técnico (Medio y Superior)	2,58	2,47	2,70
Colegio Militar o Academia Policial	0,07	0,12	0,02
Otros cursos	1,23	0,90	1,59
ÁREA URBANA	2.111.464	1.072.877	1.038.587
Educación Pre Escolar	5,46	5,18	5,74
Primaria	53,60	56,15	50,97
Secundaria	19,95	19,08	20,86
Educación de Adultos	1,46	1,21	1,71
Normal	0,58	0,46	0,70
Universidad (Licenciatura y Post-grado)	13,63	13,07	14,22
Técnico (Medio y Superior)	3,69	3,59	3,80
Colegio Militar o Academia Policial	0,10	0,18	0,03
Otros cursos	1,53	1,09	1,98
ÁREA RURAL	983.369	518.591	464.778
Educación Pre Escolar	5,23	5,33	5,11
Primaria	77,97	75,90	80,29
Secundaria	13,63	15,60	11,42
Educación de Adultos	1,42	1,47	1,35
Normal	0,44	0,58	0,29
Universidad (Licenciatura y Post-grado)	0,52	0,47	0,57
Técnico (Medio y Superior)	0,19	0,14	0,25
Colegio Militar o Academia Policial			
Otros cursos	0,61	0,49	0,73

Fuente: Instituto Nacional de Estadística 2004

Tabla 2.- Distribución de los estudiantes entre los diferentes niveles.

Como puede apreciarse en la **tabla 2**, existen notables diferencias entre la población urbana y rural, las cuales deberían tomarse en cuenta a la hora de formular políticas educativas para garantizar **equidad de oportunidades**.

En el año 1994 se promulga la Ley de Reforma Educativa que plantea a lo largo de un proceso progresivo y continuo la transformación de los procesos de enseñanza aprendizaje en los diferentes niveles.

2. El currículo de la Reforma Educativa

La Reforma Educativa boliviana, define el currículo como “la organización de procesos formativos desarrollada, por el sistema educativo, en los que interactúan alumnos. Profesores, padres de familia y comunidad en general, en un marco institucional que posibilita la satisfacción de las necesidades de aprendizaje planteadas por la sociedad”.

Desde este enfoque, el currículo se constituye en un espacio democrático y equitativo, que permite el desarrollo de aprendizajes, que articulan el conocimiento y los valores locales, con el conocimiento y valores que son patrimonio de la humanidad; y que son requeridos para el desempeño social y el mejoramiento de la calidad de vida. Se aspira a la formación integral del estudiante, para que se desenvuelva competentemente, en una sociedad diversa, siendo capaz de proyectar su identidad y asumir el desafío de la **unidad en la diversidad**.

La Escuela Primaria, por los procesos formativos generados a través del desarrollo del currículo, se transforma en una institución en la que los procesos de enseñanza y de aprendizaje son permanentemente analizados y mejorados, para asegurar su pertinencia frente a las necesidades de la sociedad boliviana. Es decir, **la escuela se convierte en una institución abierta al cambio**.

Es preciso anotar que estos enunciados están aun más en un terreno de aspiraciones que de realidades.

Enfoque curricular

El enfoque curricular del Nivel Primario tiene como principios **la atención a la diversidad, la satisfacción de necesidades básicas de aprendizaje de la población y la atención a los problemas emergentes de la sociedad**. En respuesta a estos principios, el enfoque adopta una **orientación hacia el desarrollo de competencias, la formación laboral, la modalidad bilingüe y la integración de niños con necesidades educativas especiales**.

Los principios del enfoque curricular

Un currículo que atiende la diversidad

El principio de atención a la diversidad exige dar respuesta educativa a todos los individuos que conforman la sociedad boliviana. Educar en la diversidad supone crear un ambiente educativo donde no se excluya ni se discrimine a nadie.

Tanto en la concepción del currículo como en su diseño, se considera la diversidad desde dos perspectivas:

- **Cultural y lingüística**, que caracterizan nuestro país, y son asumidas como un potencial para el desarrollo de las capacidades de los niños y que se traduce en el planteamiento de una educación que reconoce y valora las diferentes manifestaciones culturales, es decir, una educación intercultural en modalidades monolingüe y bilingüe.
- **Individual**, referida a las características particulares de cada individuo, como son el desarrollo de las capacidades y la motivación propia en la manifestación de los intereses e inquietudes. Todas las personas tienen necesidades diferentes, y entre ellas, algunas tienen necesidades educativas especiales, que requieren una atención oportuna y adecuada.

Un currículo que atiende las necesidades básicas de aprendizaje

Necesidades básicas de aprendizaje en el enfoque de la reforma, son aquellos requerimientos fundamentales que la sociedad demanda a la educación, para que las personas desarrollen aprendizajes generadores de actitudes, conocimientos, habilidades y destrezas, que les permitan solucionar problemas y enfrentar desafíos exigidos por el entorno social y el medio ambiente, para así alcanzar el bienestar propio y contribuir al desarrollo social y económico del país.

Un currículo que atiende problemas emergentes en la sociedad

Las principales dificultades detectadas en la sociedad boliviana y priorizadas para su abordaje en el proceso educativo de la escuela, se refieren al manejo inadecuado de los recursos naturales, el desconocimiento de la importancia de una vida plena de salud, la falta de una sexualidad sana, responsable y respetuosa; la discriminación y la desigualdad de oportunidades entre géneros; los bajos niveles de participación popular que inciden en la debilidad de la democracia.

Un currículo orientado al desarrollo de competencias

Este tipo de currículo supera al basado en objetivos porque:

- Reemplaza la rigidez y la prescripción por la flexibilidad y apertura curricular.
- Prioriza los procesos de aprendizaje y no solamente sus logros.
- Rompe con la tradicional fragmentación entre los contenidos cognitivos, procedimentales y actitudinales, al proponer la formación integral del alumno.
- Entiende los aprendizajes como procesos que se dan a lo largo de la vida, permitiendo a las personas mejorar progresiva y permanentemente.

- Genera en los educandos la necesidad de construir sus conocimientos y actitudes a mediano y largo plazo y no permite que sean simples receptores de instrucciones e información.
- Permite al maestro tener mayor autonomía en las decisiones que toma, para encaminar el hecho educativo.
- Exige del docente promover la discusión, investigación, trabajo en equipo para la reflexión permanente sobre sus aprendizajes.

Para una mejor comprensión del contexto en el cual deben aplicarse los postulados de la Reforma, se presenta la Estructura del Sistema Educativo Boliviano en la **tabla 3**.

EDAD	NIVEL	TIPO DE APRENDIZAJE	OBLIGATORIEDAD	DESTINO	
18 y más	Educación Superior	Universidad Formación Docente Formación Técnica	EDUCACION POST OBLIGATORIA	MUNDO LABORAL	
17	Educación Secundaria	Segundo Ciclo			
16		Aprendizajes científico-humanísticos			Aprendizajes técnico-profesionales
15		Primer ciclo			
14		(Aprendizajes tecnológicos)			
13	Educación Primaria	Tercer ciclo			
12		(Aprendizajes aplicados)			
11		Segundo ciclo			
10		(Aprendizajes esenciales)			
9		Primer ciclo			
8		(Aprendizajes básicos)			
7					
6	Educación Inicial	Segundo ciclo			
5		(Aprendizajes sistemáticos iniciales)			
4		Primer ciclo			
3		(Primeros aprendizajes)			
2					
1					
0					

Tabla 3.- Estructura del sistema educativo boliviano.

En relación con dicha estructura trataremos de expresar la importancia relativa que se asigna a la educación matemática a través del tiempo de clases que se destina a la misma. Véase la **tabla 4**.

Nivel	Ciclo	Horas de clase por semana	Horas de clase matemáticas	Porcentaje
Superior		Variable según carreras	Variable según carreras	
Secundario	Segundo	36	4	11%
	Primero	36	5	14%
Primario	Tercero	36	6	20%
	Segundo	30	10 (aprox)	33%
	Primero	30	10 (aprox)	33%
Inicial	Variable según establecimiento			

Tabla 4.- Tiempo destinado a la enseñanza matemática en los diferentes niveles y ciclos

A pesar de que la Matemática es considerada a lo largo de todos los períodos como una de las materias troncales dentro del currículo del Sistema Educativo Boliviano, por lo que se le asigna una adecuada carga horaria, sin embargo la concepción de la enseñanza de la matemática, determina que en vez de ser un tronco vivo, es un tronco derribado en medio del camino, a manera de barrera que interfiere el avance de los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

Nivel	Alumnos	Profesores	Relación alumnos /profesor de matemática
Primario	1,578,086	35,523	44
Secundario	341,235	1,207	283

Fuente: Ministerio de Educación

Tabla 5.- Número de profesores de matemáticas en relación al número de alumnos por nivel (Promedios nacionales)

Esta visión cuantitativa (**tabla 5**) no refleja de una manera precisa la importancia asignada a la matemática, pues la misma está determinada por factores que tienen que ver con el interés y capacidad del profesor en el nivel primario y con la orientación del establecimiento en el nivel secundario.

Nivel	Profesores		Normalistas		Interinos		Universitarios	
Primario	35,523	100%	23,450	66%	8,177	23%	3,896	11%
Secundario	1,207	100%	904	75%	253	21%	50	4%

Fuente: Ministerio de Educación

Tabla 6.- Profesores según tipo de formación

La **tabla 6** muestra que en el nivel que mayor importancia tiene en la formación matemática (el primario) es donde se presenta mayor improvisación de profesores, lo cual constituye un problema para la construcción de conceptos básicos y su aplicación en la resolución de problemas de la vida diaria. Este aspecto es aplicable

tanto a los maestros interinos (empíricos) como a los formados en las universidades, quienes no tienen ningún conocimiento de didáctica.

La observación ha mostrado que los profesores empíricos son los más resistentes al cambio, pues su seguridad se fundamenta en la repetición de su propio aprendizaje. Además estos profesores son los menos interesados en la educación permanente, porque al no tener la formación básica, la capacitación complementaria no les representa posibilidad de ascenso en el escalafón docente, y la consecuente mejora de sus ingresos.

3. Competencias y contenidos por ciclo y nivel

Con la finalidad de completar la visión de la organización de la Educación Matemática dentro del Sistema Educativo Boliviano se presentan a continuación las competencias, indicadores y contenidos para los diferentes ciclos y niveles.

3.1. Competencias y contenidos del nivel primario

Competencias del primer ciclo de primaria

Competencias	Indicador	Indicador	Indicador	Indicador	Indicador
Identifica las características del sistema de numeración decimal y las utiliza para comunicar información cuantitativa de su entorno.	Cuenta y ordena colecciones de objetos y los representa en forma oral y escrita.	Lee y escribe números de hasta cuatro cifras.	Identifica regularidades en la formación de números de dos, tres y cuatro cifras.	Relaciona la posición de una cifra con su valor cuando ordena o cuantifica cantidades.	Resuelve problemas cotidianos en los que aplica estrategias de conteo y comparte sus soluciones con sus compañeros.
Utiliza apropiadamente las operaciones aritméticas básicas en la resolución de problemas matemáticos que relaciona con situaciones reales y significativas.	Realiza cálculos mentales y escritos de adición y sustracción con cantidades de una y dos cifras.	Compone y descompone cantidades numéricas de hasta cuatro cifras apoyándose en el valor de posición de éstas.	Verifica los resultados de los cálculos operativos que realiza en la resolución de problemas, utilizando diferentes recursos.	Utiliza estrategias no convencionales en las operaciones con números naturales que le ayudan a entender los algoritmos.	Reflexiona sobre los diferentes significados que tienen las operaciones con números naturales en la resolución de problemas cotidianos y los comunica de manera espontánea.
Relaciona su lenguaje cotidiano con el lenguaje simbólico de la matemática que utiliza en procesos de resolución de problemas.	Interpreta el significado de la información numérica del entorno y produce escrituras numéricas.	Representa situaciones cotidianas y situaciones matemáticas a través de simbología matemática.	Utiliza símbolos matemáticos convencionales cuando resuelve cálculos operativos.	Relaciona el lenguaje oral y escrito de los números con sus representaciones matemáticas.	Reflexiona sobre el valor de la notación matemática para interpretar y comunicar situaciones cotidianas y matemáticas.

Competencias	Indicador	Indicador	Indicador	Indicador	Indicador
Utiliza algunas estrategias de estimación para encontrar soluciones aproximadas a problemas cotidianos y matemáticos.	Explora estrategias de estimación cuando realiza comparaciones.	Reconoce las situaciones cotidianas en las que es conveniente realizar estimaciones.	Anticipa resultados en el cálculo de operaciones sencillas utilizando estrategias de agrupación.	Da respuestas aproximadas a los problemas cotidianos, matemáticos y comprueba la pertinencia de sus resultados.	Reflexiona sobre las diversas estrategias de estimación que utiliza en el cálculo de operaciones y la resolución de problemas y las comparte con sus compañeros.
Reconoce regularidades sencillas en sucesiones de números, formas y figuras geométricas en situaciones matemáticas y de su entorno.	Observa regularidades en sucesos, formas, dibujos y conjuntos de números y las comunica de manera espontánea.	Reconoce patrones en las regularidades que se dan en su entorno y crea otros ayudándose en la observación de los mismos.	Identifica regularidades en series numéricas para nombrar, leer y escribir números.	Clasifica figuras y números a partir del descubrimiento de regularidades.	Explica las relaciones que se dan en los patrones y formula conjeturas sobre esas relaciones.
Utiliza unidades de medidas no convencionales y convencionales cuando soluciona problemas cotidianos que requieren establecer magnitudes.	Realiza comparaciones entre objetos para determinar su longitud, capacidad y peso.	Compara y establece el número de veces que la unidad de medida no convencional o convencional está contenida en el objeto.	Utiliza unidades de medida propias y convencionales para medir longitudes capacidades y peso.	Efectúa mediciones y expresa por escrito con números el resultado de esas mediciones.	Reflexiona respecto al resultado de la medición y los errores producidos en el acto de medir.
Se orienta utilizando referentes espaciales y temporales cuando ubica, describe y representa posiciones de objetos y personas en situaciones que así lo requieren.	Ubica personas y objetos en el espacio con relación a su cuerpo, a diferentes puntos de referencia y a algunas indicaciones de posición.	Se desplaza a los diferentes puntos de referencia y a algunas indicaciones de dirección y sentido.	Describe la posición y los movimientos de personas y objetos en el espacio, en forma oral y gráfica.	Construye croquis, planos y maquetas de su entorno utilizando elementos conocidos como puntos de referencia.	Resuelve problemas de ubicación y desplazamiento al representarlo en croquis, planos y maquetas.
Identifica en el entorno figuras y cuerpos geométricos y los representa mediante dibujos y modelos tridimensionales considerando sus características.	Establece comparaciones entre las formas y figuras geométricas que reconoce en los objetos del entorno.	Observa las semejanzas y diferencias entre las figuras y cuerpos geométricos con características similares y las clasifica.	Reconoce que las redes geométricas forman diferentes cuerpos geométricos cuando las arma y desarma.	Reconoce las características de las figuras y cuerpos geométricos y las toma en cuenta en la resolución de problemas.	Anticipa los resultados de las diferentes combinaciones que realiza de figuras y cuerpos geométricos.
Organiza información que obtiene de su entorno y las comunica mediante algunas representaciones estadísticas.	Recolecta y clasifica de acuerdo a sus atributos la información que obtiene de su entorno.	Utiliza la función del número como un recurso para organizar la información.	Crea registros personales para comunicar la información recolectada.	Representa en tablas y gráficos la información recolectada.	Lee e interpreta la información con tenida en tablas gráficos, asumiendo una posición crítica.

Contenidos del primer ciclo de primaria

Números y operaciones

- Los números y sus funciones en contextos cotidianos.
- Comparación y ordenación de colecciones por la cantidad de elementos.
- Valor de posición de una cifra en números de hasta cuatro cifras.
- Estrategias para estimar y cuantificar elementos de un colección en forma oral y escrita:
 - Por correspondencia.

- Por agrupación.
- A simple vista.
- Otros.
- Lectura y escritura de números de hasta cuatro cifras.
- Criterios para comparar y ordenar números:
 - Ordenarlos de menor a mayor y viceversa.
 - Comparar pares de números.
 - Ordenar tríos de números.
 - Intercalar números que faltan en una secuencia ordenada.
 - Otros.
- Conteos y desconteos a *partir* de cualquier número dado:
 - De 2 en 2 empezando por 5.
 - De 7 en 7 empezando por 3.
 - Empezando de 100, descontar de 8 en 8.
 - Otros.
- Estrategias para identificar números en situaciones que involucren conteos y medidas (temperaturas ambientes, distancias, duraciones, etc.)
- Regularidades en la serie numérica.
 - En los nombres de los números.
 - En la lectura y escritura de los números.
 - En los conteos o desconteos en intervalos regulares de la secuencia numérica (de 5 en 5, de 10 en 10, etc.)
- Representación de los números en la recta numérica.

Operaciones con números naturales

- Símbolos convencionales en la escritura de las operaciones.
- Combinaciones aditivas básicas ($7+3, 6+4$).
- Estrategias para desarrollar el cálculo mental con números de una cifra, de dos cifras, etc.
 - Descomposiciones aditivas ($7 + 8 = 7 + 3 + 5$).
 - Utilizar datos conocidos ($7 + 3, 70 + 30\dots$).
 - Construir y consultar tablas de adición y sustracción.
- Diferentes significados de la adición y sustracción en la interpretación, resolución y formulación de problemas:
 - Juntar dos o más colecciones.
 - Separar una parte de una colección.
 - Agregar objetos a una colección
 - Quitar objetos de una colección.
 - Comparar dos colecciones.
- Composición y descomposición de números en forma aditiva.
- Estrategias no convencionales en la resolución de operaciones (adición y sustracción) y algunos algoritmos convencionales.
- Diferentes significados de la multiplicación en la interpretación, resolución y formulación de problemas.

- Agregar varias veces una determinada cantidad.
- Relacionar la multiplicación con la proporcionalidad (triple, doble, etc.).
- Organizaciones rectangulares.
- Problemas de combinación.
- Situaciones de reparto equitativo en la resolución de problemas.
- Estrategias de verificación y control de resultados mediante el cálculo mental y la estimación:
 - Con material concreto.
 - Con calculadora.
 - Otros.

Tratamiento de la información

- Recolección, registro y organización de información de su entorno.
- Lectura e interpretación de información contenida en gráficos simples.
- Interpretación y elaboración de listas, tablas y diagramas de barra.

Espacialidad y geometría

Orientación en el espacio

- Localización de personas y objetos en el espacio con relación a diferentes puntos de referencia e indicadores de posición.
 - Con referencia a sí mismo.
 - Referentes externos.
- Desplazamientos de personas en el espacio con relación a diferentes puntos de referencia.
 - Siguiendo instrucciones verbales y dando instrucciones verbales.
 - Utilizando registros gráficos.
 - Creando códigos.
- Desplazamientos de objetos en el espacio con relación a diferentes puntos de referencia.
- Interpretación y representación de posiciones y movimientos en el espacio, precisando:
 - Origen y meta del trayecto.
 - Dirección de avance.
 - Distancia a recorrer.
 - Cambios de dirección expresados como giros (dar vuelta a la derecha...).

Representación del espacio

- Representación de ubicaciones y trayectos mediante dibujos.
- Construcción y representación de formas geométricas bi y tridimensionales.
- Construcción de maquetas, planos y Croquis.

Formas y planos espaciales

- Relaciones de tamaño y forma en los espacios bi y tridimensional.
- Descripción y modelado de cuerpos geométricos:
 - Armado de cuerpos (con varillas, a partir de redes, con plegados y recortes).
 - Modelado.
- Semejanzas y diferencias entre cuerpos geométricos.
- Semejanzas y diferencias entre figuras geométricas.
- Las figuras geométricas y sus elementos (diagonal, vértices, lados, etc).
- Relaciones entre figuras geométricas:
 - Entre los lados de un polígono: igual medida, paralelismo y perpendicularidad.
 - Entre sus diagonales: diagonales de un cuadrado, diagonales de un rectángulo.
 - Otros.

Medida

Medidas convencionales y no convencionales:

- Comparación de magnitudes con unidades de medidas corporales.
- Comparación de magnitudes con unidades de medidas no convencionales y convencionales (de uso local)
- Principales unidades de medida del sistema métrico decimal (metro, kilómetro, litro, kilogramo, gramo...).
- Unidades de medida de tiempo (día, mes, año, hora, minuto)
- Unidades de medida de temperatura.
- Unidades de medida monetarias.
- Aproximación de medidas:
 - Estimación en el uso de las medidas de longitud, capacidad, peso y tiempo (convencionales y no convencionales).

Competencias del segundo ciclo de primaria

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Sistematiza las características del sistema de numeración decimal y las amplía en otros conjuntos numéricos para resolver problemas cotidianos y matemáticos sencillos.	Compone y descompone números de cuatro y más cifras e interpreta el valor de posición de cada una de ellas.	Representa las partes fraccionadas de un objeto o de una colección a través del lenguaje y símbolos matemáticos.	Utiliza las características del sistema de numeración decimal para relacionar las fracciones con los números decimales.	Explora las relaciones valor de posición que se dan en los números decimales entre sus partes entera y decimal.	Establece relaciones entre los números naturales, fraccionarios y decimales y las explica.

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Sistematiza estrategias matemáticas para realizar operaciones aritméticas en la resolución de problemas.	Realiza composiciones y descomposiciones de cantidades numéricas que faciliten el cálculo mental.	Utiliza estrategias propias y convencionales cuando realiza operaciones con números naturales.	Utiliza estrategias propias y convencionales cuando realiza operaciones con fracciones y números decimales.	Identifica y comunica los significados que tienen las operaciones aritméticas en la formulación y resolución de problemas.	Selecciona las técnicas más apropiadas para resolver problemas de cálculo: cálculo mental, cálculo escrito y con calculadora.
Reconoce la utilidad de la notación convencional para representar y comunicar matemáticamente algunas situaciones significativas.	Utiliza las reglas del sistema de numeración decimal para producir escrituras numéricas convencionales y comunicarlas.	Utiliza fracciones equivalentes como un recurso de notación para comunicar diferentes situaciones matemáticas.	Representa un número en sus diferentes formas equivalentes (fracción, decimal y porcentaje).	Representa situaciones cuantificables en modelos gráficos y numéricos.	Reflexiona sobre la importancia de la notación convencional para interpretar y comunicar matemáticamente situaciones cotidianas.
Selecciona y emplea estrategias de estimación pertinentes para realizar cálculos aproximados en la resolución de problemas.	Anticipa resultados en el cálculo de operaciones o en la resolución de problemas y evalúa la pertinencia de la anticipación.	Relaciona el intervalo numérico estimado con el resultado obtenido.	Selecciona estrategias de estimación y reconoce cuándo es apropiado utilizarlas.	Utiliza diferentes estrategias para realizar cálculos mentales.	Argumenta las estrategias de estimación que utiliza en la resolución de problemas.
Identifica patrones y establece relaciones entre ellos para clasificar, organizar información y anticipar resultados.	Explora patrones numéricos y geométricos para determinar repeticiones, crecimiento o decrecimiento.	Elabora conjeturas sobre las reglas que sigue un patrón numérico y las verifica.	Utiliza patrones numéricos para resolver problemas de conteo que puedan generalizarse a otras situaciones numéricas.	Identifica los múltiplos y divisores de un número a partir de la exploración y descripción de patrones.	Identifica las propiedades de los números a partir de las características que se establecen en las regularidades numéricas.
Selecciona y utiliza las unidades de medida y los instrumentos adecuados para resolver problemas de medición.	Reconoce la unidad de medida más pertinente en relación con lo que se quiere medir.	Realiza conversiones entre las unidades de medida más usuales de su entorno.	Utiliza diferentes instrumentos de medición en función del nivel de exactitud que se requiere.	Desarrolla procedimientos para obtener fórmulas que le permitan resolver problemas de medida.	Resuelve creativamente problemas de medidas de superficies irregulares y explica su procedimiento.
Representa diferentes espacios geográficos en modelos bi y tridimensionales y los interpreta cuando localiza lugares y se orienta espacialmente.	Identifica puntos de referencia para describir convencionalmente la posición y el movimiento de personas y objetos en un determinado espacio.	Interpreta planos y mapas de diferentes lugares de su entorno y de otros.	Utiliza algunas nociones de medida cuando representa espacios geográficos en maquetas, croquis y planos.	Utiliza códigos para comunicar ubicaciones y trayectorias en un plano o mapa.	Resuelve problemas de ubicación y desplazamiento en el espacio a partir del análisis de planos y mapas.
Analiza y relaciona propiedades y características de figuras y cuerpos geométricos y los representa gráficamente en la resolución de problemas.	Describe las características de las figuras y cuerpos geométricos a partir de su visualización.	Descubre relaciones entre las figuras y cuerpos geométricos para transformarlos y clasificarlos.	Observa las características de los objetos tridimensionales y los representa en el plano.	Establece relaciones de medida, paralelismo y perpendicularidad entre elementos de las figuras geométricas.	Representa gráficamente figuras y cuerpos geométricos considerando sus propiedades fundamentales.
Interpreta información estadística y la representa de diferentes formas para explicar y argumentar aspectos cuantitativos de su realidad.	Recoge datos de diferentes fuentes de información y los organiza utilizando criterios de clasificación sencillos.	Representa en diferentes tipos de gráficos los resultados obtenidos en la organización de datos.	Establece conclusiones y argumentos a partir de la información organizada.	Resuelve problemas de contexto que impliquen recoger, organizar, representar y analizar datos.	Fundamenta sus conclusiones basándose en el análisis de la información obtenida.

Contenidos del segundo ciclo de primaria

Número y operaciones

Números naturales

- De cuatro y más cifras.
- Conteos y comparación de colecciones.
- Valor de posición de una cifra en un número.
- Reglas del sistema de numeración decimal para la lectura y escritura de números.
- Composición y descomposición de números en forma aditiva y multiplicativa.
- Relaciones entre los números naturales: mayor que, igual que, menor que.
- Representación de diferentes intervalos de números naturales en la recta numérica.
- Estrategias para contar secuencias numéricas en forma ascendente y descendente:
 - de conteo directo.
 - aditivas o multiplicativas.
- Relaciones entre el conteo y su representación escrita (literal y numérica).

Regularidades y patrones.

- Regularidades en las sucesiones numéricas.
- Identificación del patrón de formación:
 - en sucesiones numéricas.
 - números figurados.
 - regularidades del sistema de numeración.
- Formulación y comprobación de conjeturas sobre la regla que sigue un patrón.
- Múltiplos y divisores.
- Múltiplos de un número e interpretación de sus factores como sus divisores.
- Números primos y compuestos:
 - descomposición de números en sus factores primos.
 - criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 10.

Operaciones con números naturales

- Diferentes significados de las operaciones en la formulación y resolución de problemas:
 - juntar dos o más colecciones, separar una parte de una colección, avanzar o retroceder en la recta numérica, etc.
 - adición iterada (repetida).

- arreglos bidimensionales (rectangulares).
- variación proporcional.
- reparto, agrupación, distribución.
- Estrategias para efectuar cálculos mentales y escritos:
 - descomposiciones aditivas y multiplicativas.
 - cálculos desconocidos a partir de cálculos conocidos.
 - propiedades de los números y las operaciones.
 - construcción y consulta de tablas de adición y multiplicación.
- Estrategias para anticipar resultados:
 - redondeos de cantidades.
 - estimación en el cálculo de operaciones.
 - valoración de la respuesta anticipada.
- Algoritmos de las operaciones:
 - algoritmos no convencionales.
 - algoritmos convencionales.
 - uso de la calculadora.
- Relaciones inversas entre las operaciones aritméticas:
 - adición – sustracción.
 - multiplicación – división.
- Potenciación de números naturales:
 - potenciación como multiplicación iterada.
 - regularidades y propiedades de las potencias.
- Estrategias para la resolución de problemas mediante:
 - ensayo error.
 - problemas más simples.
 - problemas semejantes.
 - elección de la notación o representación adecuada.
 - experimentación con casos particulares.
 - suposición del problema resuelto.
- Fracciones y decimales.
- Diferentes significados y usos de la fracción:
 - como medida.
 - como la comparación de una parte con el todo continuo o discreto.
 - como porcentaje.
 - como razón.
- Fraccionamiento del entero:
 - en mitades: diferentes posibilidades.
 - en tercios, en cuartos, etc.
- Orden y comparación de fracciones sencillas.
- Representación de fracciones en la recta numérica.
- Familias de fracciones equivalentes.
- Operaciones con fracciones sencillas: cálculo mental con fracciones sencillas.

- Números decimales: usos de los números decimales (precios, medida, etc.)
- Extensión de las reglas del sistema de numeración decimal en la lectura y escritura de las fracciones en su forma decimal: valor de posición (décimos, centésimos y milésimos).
- Equivalencias entre los números fraccionarios y decimales.
- Relaciones entre números decimales y su representación en la recta numérica.
- Relaciones entre las fracciones decimales con denominador 10, 100 y 1000 y los décimos, centésimos y milésimos.
- Transformación de fracciones decimales a números decimales y viceversa.
- Operaciones con números decimales.
- Porcentajes sencillos en la resolución de problemas.
- Relaciones numéricas entre porcentajes, fracciones y decimales.

Tratamiento de la información

- Recolección de datos.
- Organización de la información obtenida.
- Representación en: tablas, diagramas y gráficos.
- Interpretación y argumentación de datos.

Espacialidad y geometría

Orientación en el espacio

- Desplazamiento y/o ubicación en diferentes sistemas de referencia:
 - puntos cardinales
 - sistemas de ejes coordenados
 - posición de objetos en el espacio bi y tridimensional

Formas planas y espaciales

- Modelados de cuerpos geométricos.
- Representación gráfica de cuerpos geométricos desde diferentes perspectivas:
 - Construcción de redes de cuerpos geométricos
- Semejanzas y diferencias entre cuerpos redondos: esferas, conos y cilindros.
- Semejanzas y diferencias entre poliedros y sus elementos: prismas, pirámides y otros.
 - Simetrías en figuras planas.
- Figuras poligonales y circulares en cuerpos geométricos y su representación en superficies planas.

- Lados, vértices y ángulos en figuras poligonales. Tipos de ángulos con referencia al ángulo recto:
 - ángulos agudos
 - ángulos obtusos
- Construcción de figuras y cuerpos geométricos con instrumentos geométricos.
- Caracterización de los lados y ángulos en los cuadriláteros: paralelogramos, trapecios, rombos, etc.
- Descomposición y composición de figuras planas Características de algunas figuras planas:
 - lados paralelos y perpendiculares
 - rigidez triangular, etc.
- Ampliación y reducción de figuras planas.

Representación del espacio

- Construcción de maquetas, planos y croquis.
- Planos de ámbitos urbanos y rurales.
- Códigos de información al interior de un plano.

Medida

- Medidas convencionales y no convencionales.
- Comparación de magnitudes.
- Unidades de medida en el sistema métrico decimal:
 - longitud
 - superficie
 - capacidad
 - volumen
- Unidades de medida no convencionales de uso local.
- Unidades de medida de tiempo y temperatura.
- Sistema monetario.
- La unidad de medida del ángulo: El grado
- Cálculo de perímetros y áreas.
- Uso de instrumentos de medir.
- Estimación en la medición.

Competencias del tercer ciclo de primaria

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Aplica las características del sistema de numeración decimal en diferentes conjuntos numéricos para resolver problemas matemáticos en diversas situaciones.	Reconoce las principales diferencias entre el sistema de numeración decimal y otros sistemas de numeración.	Localiza números enteros y racionales en la recta numérica y deduce que pueden ser expresados en forma fraccionaria y decimal.	Representa números enteros y racionales en sus formas equivalentes, estableciendo relaciones entre esas representaciones.	Identifica números irracionales como números de representación decimal infinita no periódica y localiza algunos de ellos en la recta numérica.	Aplica el significado de los números reales (naturales, enteros, racionales e irracionales) en la resolución de problemas matemáticos.
Utiliza estrategias matemáticas convencionales para operar con diferentes conjuntos numéricos en la resolución de problemas.	Aplica las propiedades de las operaciones matemáticas como estrategias de cálculo mental.	Elige las operaciones más adecuadas en la resolución de problemas numéricos con números naturales, enteros, racionales, irracionales y reales.	Realiza operaciones combinadas estableciendo el orden de las mismas.	Formula problemas numéricos, analiza sus procedimientos y los confronta con otros posibles.	Utiliza la calculadora en función de la complejidad de los cálculos que realiza y de la exigencia de exactitud en los resultados.
Representa patrones numéricos y situaciones reales en tablas de datos, gráficos y expresiones algebraicas y los aplica en la resolución de problemas matemáticos.	Aplica conceptos de la teoría de números (números primos, factores y múltiplos) en la resolución de problemas	Utiliza las propiedades de las potencias con exponente entero positivo y las aplica a potencias de exponente negativo, fraccionario y nulo.	Utiliza representaciones algebraicas para expresar generalizaciones sobre las propiedades de las operaciones aritméticas y regularidades numéricas	Generaliza patrones y construye gráficas donde explica de qué forma el cambio en una cantidad provoca el cambio en otra.	Compara y utiliza gráficos, tablas y ecuaciones como diferentes formas de representar una relación.
Anticipa los resultados de problemas matemáticos mediante estimaciones y verifica sus hipótesis realizando cálculos con exactitud.	Estima y acota de manera pertinente, resultados de operaciones con distintos conjuntos numéricos.	Utiliza la notación científica para contar o estimar grandes y pequeñas cantidades.	Calcula de manera aproximada diferentes raíces a través de estimaciones y/o mediante el uso de la calculadora.	Resuelve problemas matemáticos utilizando cálculos estimativos por comparación.	Verifica y busca la precisión de los resultados obtenidos por medio de la estimación de medidas y el cálculo de operaciones.
Representa situaciones problema mediante expresiones algebraicas y las resuelve utilizando sus propiedades.	Deduce, a partir del contexto del problema, si la letra se usa como variable, como incógnita o como símbolo abstracto.	Traduce situaciones problema en ecuaciones o inecuaciones de primer grado y las resuelve utilizando sus propiedades.	Expresa enunciados en lenguaje algebraico y utiliza algoritmos que permitan realizar operaciones con monomios y polinomios.	Obtiene las expresiones equivalentes de una expresión algebraica por medio de la aplicación de factorizaciones, simplificaciones y ampliaciones.	Aplica métodos algebraicos en la resolución de diversos problemas matemáticos, sobre todo aquellos que involucran relaciones lineales.
Utiliza las relaciones proporcionales como estrategias para resolver problemas numéricos y geométricos en situaciones cotidianas y matemáticas.	Resuelve situaciones problema que requieren el uso de la proporcionalidad y la aplicación de estrategias propias.	Representa en el plano cartesiano la relación algebraica existente entre dos magnitudes, proporcionales o no proporcionales.	Resuelve problemas que incluyen magnitudes directa e inversamente proporcionales, por medio de diversas estrategias.	Utiliza la proporcionalidad geométrica en las construcciones geométricas y la resolución de problemas de semejanza de figuras.	Resuelve algunos problemas de matemática comercial aplicando relaciones proporcionales y otras estrategias de cálculo.

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Establece relaciones entre diferentes sistemas de medición a través de fórmulas y procedimientos que aplica en la resolución de problemas.	Realiza conversiones para resolver problemas que implican el uso o de diferentes magnitudes de acuerdo a la unidad de medida pertinente.	Interpreta y aplica fórmulas que describen fenómenos o relaciones conocidas para calcular sus valores.	Resuelve problemas de cálculo de áreas y perímetros de superficies planas por medio de la composición y descomposición de figuras y por aproximación.	Utiliza diferentes estrategias para resolver problemas de cálculo de áreas de superficie total en algunos cuerpos tridimensionales.	Calcula el volumen de algunos prismas rectos y de composiciones de cuerpos tridimensionales.
Interpreta, a partir de situaciones problema, la posición de puntos, sus transformaciones en el plano y sus representaciones en un sistema de coordenadas cartesianas.	Representa los desplazamientos de un punto en un plano cartesiano mediante un segmento de recta orientado.	Utiliza la terminología y la notación adecuada para describir con precisión las transformaciones geométricas e isométricas.	Descubre propiedades y relaciones en las transformaciones de figuras y cuerpos en el plano y las aplica en la resolución de problemas.	Identifica las características que se mantienen y las que se modifican cuando amplía y reduce figuras planas.	Formula y verifica conjeturas acerca de las propiedades de las transformaciones isométricas y homotéticas.
Resuelve problemas y realiza demostraciones aplicando las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.	Obtiene las propiedades geométricas de figuras planas y de sus relaciones utilizando los métodos inductivo y deductivo.	Formula y comprueba conjeturas acerca de las propiedades geométricas de figuras planas.	Establece propiedades, regularidades y relaciones en distintos cuerpos.	Formula y comprueba conjeturas acerca de las propiedades geométricas de algunos poliedros y cuerpos redondos.	Aplica las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos en la resolución de problemas.
Valora la utilidad del análisis estadístico y de la probabilidad como medios para predecir eventos que ayuden en la toma de decisiones.	Lee e interpreta tablas estadísticas y gráficas que representan diversas situaciones.	Compara e interpreta información obtenida de diferentes fuentes estadísticas aplicando medidas de tendencia central.	Define un espacio muestral e indica la posibilidad de que suceda un evento mediante una fracción.	Estima y verifica probabilidades a partir de experimentos de carácter aleatorio.	Formula inferencias y argumentos convincentes basados en el análisis de la información estadística y determina la probabilidad de que suceda un evento.

Contenidos del tercer ciclo de primaria

Números y operaciones

Números naturales

- Sistemas de numeración.
 - Sistemas antiguos de numeración: maya, egipcio, romano
 - Sistemas de numeración posicionales (decimal) y no posicionales (romano).
 - Sistemas de numeración en diferentes bases (binario, quinario)
 - Comparación de la escritura de los números en diferentes sistemas en cuanto al valor posicional y la base.
- Regularidades y patrones en N
 - Múltiplos y divisores: definiciones y propiedades.
 - Números primos y compuestos. Criba de Eratóstenes.

- Criterios de divisibilidad: Formulación de conjeturas sobre problemas numéricos de divisibilidad y su comprobación mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, método de ensayo y error, etc.
- Descomposición factorial de un número en sus factores primos: Teorema fundamental de la Aritmética.
- Máximo común divisor y mínimo común múltiplo en la resolución de problemas numéricos: Algoritmo de Euclides.
- Ampliación de las operaciones en \mathbb{N} .
 - Pictogramas y multiplicación, diagramas de árbol y multiplicación.
 - División entera
 - Potenciación y radicación en \mathbb{N} :
 - Interpretación y uso de la potenciación en diferentes contextos
 - Potencias de base natural y exponente natural
 - Potencias y diagramas de árbol
 - Patrones y propiedades de las potencias
 - Las potencias de 10 y nuestro sistema de numeración
 - Raíz cuadrada, raíz cúbica y raíz enésima exacta y aproximada
 - Estrategias de cálculo mental y estimación, utilizando potencias, raíces y sus propiedades.
 - Propiedades de las operaciones en \mathbb{N} y su aplicación en operaciones combinadas.
 - Estrategias de cálculo mental utilizando las propiedades de las operaciones en \mathbb{N} .

Números enteros y sus operaciones

- Significado, uso, ordenación, representación de operaciones y sus propiedades en contextos cotidianos, históricos y científicos.
 - Clasificación de los números enteros en positivos, negativos y cero
 - Representación de los números enteros en la recta numérica.
 - Valor absoluto o módulo de un número entero y su interpretación geométrica.
 - Comparación de números enteros mediante la ordenación y su representación gráfica
 - Regularidades y patrones en \mathbb{Z} :
 - Divisibilidad en \mathbb{Z} .
 - Regularidades en sucesiones numéricas en \mathbb{Z} .
 - Operaciones con números enteros y sus propiedades:
 - Adición y sustracción
 - Multiplicación y división
 - Potenciación: Potencias de base positiva o negativa y exponente natural, potencias y diagramas de árbol, patrones y propiedades
 - Radicación: Raíz cuadrada, raíz cúbica y raíz enésima exacta
 - Cálculo aproximado de raíces por medio de la estimación y haciendo uso de la calculadora

- Propiedades de las operaciones en Z , estrategias de cálculo mental y su aplicación en operaciones combinadas.

Números racionales y sus operaciones

- Significado, uso, ordenación, representación, operaciones y propiedades de las operaciones en Q , bajo sus diferentes representaciones y en contextos cotidianos, históricos y científicos.
 - El número racional como conjunto de fracciones equivalentes
 - Clasificación de los números racionales en positivos, negativos y cero; enteros y fraccionarios
 - Relación entre fracciones y decimales
 - Representación de una fracción por un decimal exacto o periódico y viceversa
 - Aproximaciones por truncamiento o por redondeo. Errores cometidos al aproximar
 - Representación de los números racionales en la recta numérica en su forma fraccionaria y decimal
 - Comparación de números racionales mediante la ordenación y la representación gráfica
 - Regularidades y patrones en sucesiones numéricas en Q
 - Operaciones con números racionales en su forma fraccionaria y decimal y sus propiedades:
 - Adición y sustracción
 - Multiplicación y división
 - Potenciación: Potencias de base natural y exponente entero, potencias de base racional y exponente entero, regularidades y propiedades, crecimiento y decrecimiento exponencial, notación científica
 - Radicación: Raíz cuadrada, raíz cúbica y raíz enésima exacta
 - Cálculo aproximado de potencias y raíces por medio de la estimación y haciendo uso de la calculadora
 - Propiedades de las operaciones en Q y su aplicación en operaciones combinadas.
 - Aproximaciones: estimaciones de cálculo por redondeo o truncamiento y control de los resultados utilizando la calculadora
 - Resolución de desafíos y problemas numéricos tales como cuadrados mágicos o cálculos orientados a la identificación de patrones numéricos.

Números irracionales y reales.

- El número decimal irracional. Algunos números especiales: π , $\sqrt{2}$, la razón áurea.
 - Representaciones en la recta numérica.

- Reconocimiento de números racionales o irracionales utilizando la calculadora.
- Cálculo aproximado: truncamiento y redondeo
 - Distinción entre una aproximación y un número exacto
 - Error absoluto, relativo y porcentual
 - Estimación y acotación de los resultados de un cálculo con la precisión adecuada.
 - Aproximación de raíces
- Números reales: Representación en la recta numérica
- Operaciones con números reales

Proporcionalidad

- Las razones y sus diferentes formas de interpretación:
 - Razones entre partes de una colección u objetos y razones entre una parte y el todo.
- Situaciones que dan sentido a la proporcionalidad. Situaciones de variaciones no proporcionales.
 - Situaciones de variación proporcional directa o inversa y su representación en tablas y gráficos.
 - Caracterización de situaciones de proporcionalidad directa o inversa mediante un cociente o un producto respectivamente.
 - Resolución de ecuaciones con proporciones
 - Expresiones usuales de la proporcionalidad directa e inversa y situaciones científicas, económicas y sociales que las involucre:
 - Porcentajes
 - Escalas
 - Tasa
 - Reparto proporcional
 - Interés simple
 - Análisis de fórmulas
 - Resolución de problemas geométricos de proporcionalidad
 - Figuras semejantes. Representación a escala:
 - Ampliación y reducción de figuras
 - Construcción de croquis, planos y maquetas

Lenguaje gráfico y algebraico y sus diferentes interpretaciones

- Aritmética generalizada.
 - Modelos aritméticos
 - Propiedades de las operaciones.
 - Generalizaciones de patrones aritméticos.
- Relaciones funcionales.
 - Análisis de relaciones que son o no funciones a través de gráficas o tablas

- La letra como variable. Noción de dependencia entre variables
- Utilización del lenguaje gráfico para expresar relaciones funcionales
- Utilización del lenguaje algebraico para describir gráficos sencillos
- Descripción de las características más importantes de una función a través
 - gráfica (incrementos, valores límite, continuidad)
 - Descripción de un fenómeno en términos de funciones
 - Patrones a partir de la interpretación de gráficos
 - Funciones que se expresan mediante fórmulas
 - Algunas funciones especiales:
 - Función de proporcionalidad directa o inversa
 - Función afín
 - Función lineal
- Ecuaciones e inecuaciones lineales
 - Las letras como incógnitas. Resolución de ecuaciones e inecuaciones
 - Fórmulas. Análisis de fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes en relación con la variación de los elementos lineales y viceversa
- El álgebra como estructura
 - Las letras como símbolo abstracto
 - Cálculo algebraico: operaciones con monomios y polinomios, productos y cocientes notables, factorización y expresiones algebraicas fraccionarias.
 - Obtención de expresiones algebraicas equivalentes: por eliminación de signos de agrupación, reducción de términos semejantes, factorización y simplificación.

Tratamiento del azar y la información

- Nociones elementales de probabilidad
 - Fenómenos aleatorios y terminología probabilística
 - Probabilidad teórica: ley de Laplace
 - Probabilidad experimental: elaboración de tablas de frecuencias y gráficas para representar el comportamiento de fenómenos aleatorios
 - Errores habituales en la interpretación del azar
- Técnicas de recuento de datos o de sucesos
 - Diagramas de árbol y de casillas.
 - Frecuencia absoluta y relativa
 - Probabilidad de sucesos a partir de las frecuencias
- Nociones elementales de estadística
 - Terminología estadística
 - Variables estadísticas discretas y continuas
 - Tablas de frecuencias y representaciones gráficas.
 - Errores en las gráficas que afectan a su interpretación
- Medidas de tendencia central
 - Media, moda y mediana: ventajas y desventajas en su uso

Espacialidad y geometría

Elementos geométricos en el plano y en el espacio

- Elementos básicos para la descripción y organización del plano y del espacio: puntos, rectas y planos
- Relaciones básicas para la descripción del plano y el espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia.
- Sistemas de referencia:
 - Coordenadas cartesianas en el plano
Proyecciones planas de cuerpos geométricos: planta, perfil y alzado
 - Coordenadas en la superficie esférica:
Paralelos-Meridianos
Latitud-Longitud

Formas planas y espaciales

- Descripción y clasificación de figuras, cuerpos y configuraciones geométricas Clasificación de figuras y cuerpos atendiendo a diversos criterios: número de lados, medida de los lados y los ángulos, número de caras, formas de las caras
 - Elementos y propiedades de triángulos y cuadriláteros:
Construcciones con regla y compás
Líneas y puntos notables en un triángulo
Formulación de conjeturas acerca de algunas propiedades y demostración de las mismas
 - Elementos y propiedades de los polígonos:
Diagonales de un polígono
Suma de los ángulos de un polígono
Construcciones con regla y compás
Formulación de conjeturas acerca de algunas propiedades y demostración de las mismas
 - Circunferencia y círculo:
Posiciones de rectas y circunferencia
Circunferencia inscrita y circunscrita
Ángulos en la circunferencia
 - Elementos y propiedades de poliedros y cuerpos redondos:
Teorema de Euler
Redes o desarrollo de poliedros y cuerpos redondos
Proyecciones planas
La esfera terrestre
- Transformaciones isométricas y homotéticas en el plano.
 - Simetrías, traslaciones y rotaciones:
Composición de transformaciones isométricas
Transformaciones isométricas en el plano cartesiano. Teselados

Medida

- Sistemas de medida
 - Ampliación del Sistema Métrico Decimal: múltiplos y submúltiplos de las unidades fundamentales para longitudes, áreas, volúmenes y masas
 - Unidades astronómicas y micro unidades de longitud
 - Unidades de memoria en informática (bytes, kilobytes, etc.)
 - Unidades de medida no convencionales de uso común en la región
- La medida de tiempo
 - Relación de las unidades de tiempo con fenómenos astronómicos en nuestro sistema de calendario y en los de otras culturas
 - Expresión de medidas temporales: forma compleja y decimal
 - Operaciones con unidades de tiempo
- Medida de ángulos
 - Ángulos planos: unidades angulares sexagesimales
- Relaciones métricas en el triángulo Relación entre los lados
 - El teorema de Pitágoras
- Instrumentos de medida
 - Instrumentos de medida más frecuentes
 - Instrumentos de medida tradicionales de la región
 - Precisión de los instrumentos de medida

Fuente: Ministerio de Educación.

3.2. Competencias y contenidos del nivel secundario

Competencias del primer ciclo de secundaria

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Representa patrones numéricos y situaciones reales en tablas de datos, gráficos y expresiones algebraicas y los aplica en la resolución de problemas matemáticos	Aplica conceptos de la teoría de números (números primos, factores y múltiplos) en la resolución de problemas.	Utiliza las propiedades de las potencias con exponente entero positivo y las aplica a potencias de exponente negativo, fraccionario y nulo.	Utiliza representaciones algebraicas para expresar generalizaciones sobre las propiedades de las operaciones aritméticas y regularidades numéricas.	Generaliza patrones y construye gráficos donde explica de qué forma el cambio en una cantidad provoca el cambio en otra.	Compara y utiliza gráficos, tablas y ecuaciones como diferentes formas de representar una relación.
Incorpora el lenguaje y los métodos algebraico y modos de argumentación como medio de representación y generalización de situaciones numéricas, utilizándolos como herramientas para la resolución de problemas en diversos contextos.	Encuentra relaciones entre magnitudes, analizando situaciones cotidianas.	Representa situaciones numéricas en el lenguaje algebraico.	Expresa mediante polinomios perímetros y áreas de figuras planas, así como volúmenes de cuerpos geométricos.	Realiza operaciones elementales con expresiones algebraicas.	Desarrolla estrategias propias y/o aplica la operatoria algebraica en la resolución de problemas prácticos.

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Representa situaciones problema mediante expresiones algebraicas y las resuelve utilizando sus propiedades.	Deduce, a partir del contexto del problema, si la letra se usa como variable, como incógnita o como símbolo abstracto.	Traduce situaciones problema en ecuaciones o inecuaciones de primer grado y las resuelve utilizando sus propiedades.	Expresa enunciados en lenguaje algebraico y utiliza algoritmos que permitan realizar operaciones con monomios y polinomios.	Obtiene las expresiones equivalentes de una expresión algebraica por medio de la aplicación de factorizaciones, simplificaciones y ampliaciones.	Aplica métodos algebraicos en la resolución de diversos problemas matemáticos, sobre todo aquellos que involucran relaciones lineales.
Transforma expresiones algebraicas aditivas en expresiones multiplicativas, eligiendo el camino más apropiado de descomposición, para simplificar polinomios, realizar operaciones con fracciones y optimizar el tiempo en la resolución de problemas en diversos contextos.	Factoriza expresiones algebraicas.	Simplifica fracciones algebraicas, aplicando la descomposición factorial.	Realiza operaciones fundamentales con fracciones algebraicas.	Realiza trabajos prácticos con esmero, puntualidad y pulcritud.	Identifica los productos notables y los desarrolla, aplicando estrategias prácticas.
Interpreta hechos reales a través del análisis de gráficas y fórmulas algebraicas de funciones polinómicas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, reconociendo la importancia que tienen estos conocimientos matemáticos por sus múltiples aplicaciones en diversas ciencias y en su vida cotidiana.	Reconoce las características de una función y de su gráfica.	Utiliza procedimientos algebraicos y gráficos para definir funciones.	Construye gráficos de distintos tipos de funciones.	Determina el dominio y el rango de una función.	Construye los gráficos de funciones de segundo grado, determinando claramente el vértice de cada parábola.
Interpreta y traduce diferentes enunciados a ecuaciones algebraicas, utilizando simbología apropiada, resolviendo problemas relacionados con distintas áreas científicas y con su realidad circundante.	Resuelve ecuaciones y sistemas de primer grado, utilizando diferentes estrategias.	Resuelve problemas relacionados con su entorno, a través del planteo de ecuaciones lineales.	Inventa problemas a partir de ecuaciones lineales dadas	Resuelve ecuaciones cuadráticas y sistemas cuadráticos, gráfica y algebraicamente.	Resuelve problemas que plantean ecuaciones cuadráticas
Utiliza funciones, ecuaciones, inecuaciones y sistemas sencillos formalizando y resolviendo situaciones problemáticas en áreas diferentes, seleccionando las estrategias de resolución en función de la situación planteada y reconociendo el valor de la matemática como herramienta necesaria para el aprendizaje científico.	Utiliza funciones, ecuaciones, inecuaciones y sistemas sencillos para formalizar.	Expresa hechos cotidianos como funciones.	Aplica el cálculo de funciones a eventos reales.	Selecciona las estrategias de resolución en función de la situación planteada.	Reconoce el valor de la matemática como herramienta necesaria para el aprendizaje científico.
Resuelve problemas reales, cotidianos realizando demostraciones y aplicando las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.	Obtiene las propiedades geométricas de figuras planas y de sus relaciones utilizando los métodos inductivo y deductivo.	Formula y comprueba conjeturas acerca de las propiedades geométricas de figuras planas.	Establece propiedades, regularidades y relaciones en distintos cuerpos	Formula y comprueba conjeturas acerca de las propiedades geométricas de algunos poliedros y cuerpos redondos.	Aplica las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos en la resolución de problemas.

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Valora la utilidad del análisis estadístico y de la probabilidad como medios para predecir eventos que ayuden en la toma de decisiones.	Acude a diferentes medios para recolectar información.	Clasifica la información que obtiene de diferentes fuentes.	Lee e interpreta la información contenida en las tablas y gráficos y opina sobre la misma.	Compara e interpreta información obtenida de diferentes fuentes estadísticas aplicando medidas de tendencia central.	Socializa la información con sus compañeros.

Contenidos del primer ciclo de secundaria

Números y operaciones

1. Operaciones algebraicas

- Definiciones básicas.- Expresión.- Término.- Coeficiente numérico.- Monomio, Binomio y Trinomio.- Polinomio.
- Adición de expresiones algebraicas.
- Sustracción de expresiones algebraicas.
- Símbolos de agrupación.- Eliminación de símbolos de agrupación.
- Operaciones con coeficientes fraccionarios, exponentes literales.
- Multiplicación de expresiones algebraicas.- Ejercicios con exponentes literales.- Productos notables.
- División de expresiones algebraicas.- División sintética.
- Operaciones combinadas.

2. Factorización

- Factor común.
- Trinomio de segundo grado.
- Suma y resta de potencias iguales.
- Descomposición por evaluación.
- Casos especiales.

3. Fracciones algebraicas

- Principio fundamental de las fracciones.- Numerador, Denominador, Miembro.
- Operaciones con fracciones.-Producto de dos fracciones.- Multiplicación y División de una fracción por una cantidad diferente de cero.- Regla de los signos de las fracciones.
- Reducción a la mínima expresión.- Supresión de factores comunes.
- Multiplicación de fracciones.
- División de fracciones.

- Ejercicios combinados de multiplicación y división de fracciones (monomios y polinomio).
- El Mínimo Común Múltiplo.- Pasos para determinar el M.C.M.- Factor Primo.
- La adición de fracciones.- Fracciones equivalentes.- M. C. D.
- Fracciones complejas.- Reducciones de fracciones complejas.

4. Ecuaciones e inecuaciones de primer grado

- Igualdad Identidad y ecuación
- Ecuaciones de primer grado-Ecuaciones Literales
- Formulas
- Inecuaciones de primer grado
- Problemas

5. Ecuaciones simultáneas de primer grado

- Solución del sistema
- Métodos de resolución: Gráfico – Reducción – Determinante –Sustitución

6. Potenciación y radicación

- Operaciones con potencias
- Racionalización de denominadores

7. Función cuadrática

- Ecuaciones cuadráticas
- Métodos de resolución
- Inecuaciones
- Sistemas de segundo grado
- Problemas

Espacialidad y geometría

1. Paralelismo y congruencia

- Rectas y planos paralelos
- Triángulos y Congruencia
- Casos de congruencia

2. Relaciones Métricas y Semejanza

- Teorema de Pitágoras
- Teorema de Tales

- Teorema fundamental de proporciones
- Teorema fundamental de semejanza

Tratamiento de la información

- Recolección, registro y organización de información de su entorno.
- Lectura e interpretación de información contenida en gráficos simples.
- Interpretación y elaboración de listas, tablas y diagramas de barra.

Competencias segundo ciclo de secundaria

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Interpreta hechos reales a través del análisis de gráficas y fórmulas algebraicas de funciones polinómicas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, reconociendo la importancia que tienen estos conocimientos matemáticos por sus múltiples aplicaciones en diversas ciencias y en su vida cotidiana.	Reconoce las características de una función y de su gráfica.	Expresa hechos cotidianos como funciones exponenciales.	Define la función logarítmica a partir de la exponencial y construye su gráfico.	Aplica el cálculo de funciones exponenciales y logarítmicas a eventos reales.	Resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
Aplica las propiedades de progresiones aritméticas y progresiones geométricas en la solución de diversos problemas económicos y sociales, reconociendo su valor para resolver situaciones.	Determina la ley de formación de sucesiones de números reales.	Reconoce las diferencias conceptuales entre progresiones aritméticas, progresiones geométricas y progresiones armónicas.	Analiza las relaciones entre términos de una progresión aritmética y de una progresión geométrica.	Resuelve problemas de aplicación práctica.	Establece las relaciones de procedimientos entre las interpolaciones aritméticas y geométricas.
Resuelve problemas de su contexto y realiza demostraciones aplicando las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.	Obtiene las propiedades geométricas de figuras planas y de sus relaciones utilizando los métodos inductivo y deductivo.	Formula y comprueba conjeturas acerca de las propiedades geométricas de figuras planas.	Establece propiedades, regularidades y relaciones en distintos cuerpos	Formula y comprueba conjeturas acerca de las propiedades geométricas de algunos poliedros y cuerpos redondos.	Aplica las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos en la resolución de problemas.
Grafica, analiza y resuelve problemas trigonométricos, aplicando estrategias y modelos matemáticos apropiados a situaciones reales de su medio.	Define funciones trigonométricas.	Grafica funciones trigonométricas.	Resuelve problemas aplicando definiciones de funciones trigonométricas.	Demuestra identidades trigonométricas.	Resuelve ecuaciones trigonométricas.
Analiza, deduce y resuelve problemas de geometría analítica, aplicando procesos algebraicos y relaciones geométricas, en situaciones reales y contextos matemáticos.	Analiza las distintas posibilidades de encontrar una ecuación de una recta.	Identifica el mínimo de datos suficientes para encontrar la ecuación de las cónicas.	Deduce las fórmulas de las cónicas.	Traslada ejes para encontrar la ecuación de la cualquier cónica.	Resuelve problemas reales utilizando cónicas.

COMPETENCIAS	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR	INDICADOR
Conceptualiza, organiza y representa la información en cuadros estadísticos mediante estrategias y modelos matemáticos apropiados para el estudio de fenómenos observables en su entorno social.	Lee e interpreta tablas estadísticas y gráficas que representan diversas situaciones.	Compara e interpreta información obtenida de diferentes fuentes estadísticas aplicando medidas de tendencia central.	Hace gráficos para interpretar fenómenos.	Determina estadígrafos de posición.	Determina estadígrafos de dispersión.
Valora la utilidad del análisis probabilístico como medios para predecir eventos que ayuden en la toma de decisiones.	Define un espacio muestral e indica la posibilidad de que suceda un evento mediante una fracción.	Realiza experiencias sencillas para estudiar la relación entre la frecuencia relativa de un suceso y su probabilidad.	Estima y verifica probabilidades a partir de experimentos de carácter aleatorio.	Formula inferencias y argumentos convincentes basados en el análisis de la información estadística y determina la probabilidad de que suceda un evento.	Identifica situaciones de la vida cotidiana que dependen o no dependen del azar.

Contenidos del segundo ciclo de secundaria

Números y operaciones

1. Función Exponencial y Logarítmica

- Definiciones.
- Propiedades.
- Manejo de la calculadora.
- Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

2. Sucesiones y series

- Progresiones aritméticas
- Progresiones geométricas.

Espacialidad y geometría

1. Figuras planas

- Congruencia y semejanza de triángulos.
- Teoremas.
- Círculo y circunferencia.
- Relaciones métricas de la circunferencia.
- Polígonos.

2. Trigonometría

- Funciones trigonométricas y sus variaciones.

- Círculo trigonométrico.
- Resolución de triángulos.- rectángulos y oblicuángulos.
- Funciones trigonométrica de dos ángulos.
- Transformaciones de suma a producto y viceversa.
- Funciones trigonométricas inversas.
- Identidades trigonométricas.
- Ecuaciones trigonométricas.

3. Geometría analítica

- Ecuación de la recta.
- Ecuación de la circunferencia.
- Ecuación de la elipse.
- Ecuación de la parábola.
- Ecuación de la hipérbola.

Tratamiento de la información

1. Estadística

- Técnicas de recuento de datos o de sucesos.
- Diagramas de árbol y de casillas.
- Frecuencia absoluta y relativa.
- Probabilidad de sucesos a partir de las frecuencias.
- Nociones elementales de estadística.
- Terminología estadística.
- Variables estadísticas discretas y continuas.
- Tablas de frecuencias y representaciones gráficas.
- Errores en las gráficas que afectan a su interpretación.
- Medidas de tendencia central:
 - Media, moda y mediana; ventajas y desventajas en su uso.

2.- Probabilidades

- Nociones elementales de probabilidad.
- Fenómenos aleatorios y terminología probabilística.
- Probabilidad teórica: ley de Laplace.
- Probabilidad experimental: elaboración de tablas de frecuencias y gráficas para representar el comportamiento de fenómenos aleatorios.
- Errores habituales en la interpretación del azar.

Fuente: Propuesta del IV Congreso Boliviano de Educación Matemática

4. La formación docente

Los profesores se forman en los Institutos Normales Superiores cuyo grado académico corresponde a Técnico Superior, los maestros de nivel primario, primer y segundo ciclo son polivalentes y los profesores del tercer ciclo de nivel primario y de nivel secundario son especialistas en matemática.

El tiempo de formación en todos los casos es de 4 años. El requisito es ser Bachiller en Humanidades.

Existen Institutos Normales Superiores, para área urbana e Institutos Normales bilingües, para el área rural.

Desde hacen algunos años, las Universidades están desarrollando cursos de complementación para acceder al grado académico de licenciatura. Sin embargo, es preciso anotar, que dichos cursos hacen énfasis en aspectos teóricos generales, con poco peso de las materias pedagógicas y menos aún las de didáctica de las ramas científicas específicas.

Desde el año 2001 se ha implementado un programa piloto de Bachillerato Humanístico Pedagógico, con el fin de cubrir los requerimientos de profesores para áreas alejadas donde no llegan los profesores normalistas.

5. Movimientos de mejora de la educación matemática

Existen cuatro movimientos de diferente origen, con diferentes motivaciones y manejo de recursos, los mismos que tienen en común el deseo de mejorar la educación matemática. A continuación se presenta una descripción muy breve de los mismos.

En 1968 con el surgimiento de la llamada **matemática moderna, el Centro Pedagógico y Cultural Simón Patiño**, tomó el desafío de promoverla en Bolivia.

Para lograrlo organizó un equipo constituido por docentes belgas y profesores de los distintos distritos en la ciudad de Cochabamba. Este equipo se encargó de la preparación de los que debían ser los multiplicadores del mejoramiento, en los 9 departamentos. Este movimiento no tuvo mucho éxito y en 1985 concluyó sin lograr los objetivos que se había planteado

En 1992 surge también en Cochabamba otro movimiento esta vez promocionado por la Facultad de Tecnología de la Universidad Mayor de San Simón, con el apoyo del Instituto Freudenthal de la Universidad de Utrecht- Holanda, con el nombre de **Proyecto MEMI** (Mejoramiento de la Enseñanza de la Matemática y la Informática).

Este movimiento tuvo como propósito promover el mejoramiento de la enseñanza de la matemática y la informática, tanto en el nivel secundario, como en la Universidad. Con este propósito organizaron cursos, talleres y seminarios. El proceso concluyó con la creación de una Licenciatura en didáctica Matemática dirigida a docentes de secundaria. Esta carrera ha logrado capacitar un buen grupo de profesores

Las Olimpiadas Matemáticas son un movimiento importante en nuestro país. Aunque están a cargo de las universidades, movilizan a los profesores de matemática del todo el país en la preparación de los participantes, debiendo reconocer que Tarija es el distrito que mejor y mayor participación ha tenido en olimpiadas internacionales

Un movimiento representativo y activo en los distritos pequeños del país son las **Asociaciones de Profesores**, que trabajan promoviendo cursos para actualización de los docentes. Este movimiento de carácter académico se extendió por todo el país, pero ha perdido vigencia en los distritos grandes en los últimos años.

Sociedad Boliviana de Educación Matemática (SOBOEDMA)

Contando con el apoyo de las Sociedades de Educación Matemática de los países Iberoamericanos, con domicilio legal en la ciudad de Cochabamba, en fecha 28 de agosto de 1995, se constituyó una Sociedad de Educadores en el campo de la Matemática, bajo la denominación de Sociedad Boliviana de Educación Matemática (Soboedma). Cuenta con personería jurídica por resolución Administrativa N° 060/97 de 7 de marzo de 1997, lo cual garantiza un funcionamiento legal de la misma y el reconocimiento de las autoridades de la legitimidad de la sociedad como interlocutor en representación de los profesores en temas académicos.

Las características de Soboedma son:

Tiene el **PROPÓSITO** de lograr la superación profesional y el mejoramiento de los procesos de enseñanza en su campo, sin fines de lucro y con duración por tiempo indefinido.

Esta Sociedad responde a la **VISIÓN** de que la matemática y su enseñanza deben concebirse como parte de la vida y como factores contribuyentes al desarrollo integral de los niños y jóvenes.

Su **MISIÖN** es reflexionar sobre los mecanismos que permitan la integración de la matemática a las actividades de la vida cotidiana como apoyo a la resolución de problemas en diferentes campos, desarrollando actividades de motivación y capacitación de profesores de los diferentes ciclos del sistema educativo nacional y promoviendo intercambio de experiencias e investigaciones.

La Sociedad ha extendido su acción con la creación de filiales, en seis de los nueve departamentos de Bolivia y en la actualidad cuenta con 200 socios inscritos.

Actividades

Cada dos años se organizan los Congresos Nacionales, el primero fue en junio de 1996 en la ciudad de Cochabamba, con asistencia de casi 600 profesores de todo el país, el segundo se realizó en Santa Cruz en diciembre de 1998, con participación de más de 500 profesores, el tercero se realizó en diciembre del 2000 en La Paz, el cuarto se realizó en julio del 2004 en Cochabamba, también con participación de más de 500 profesores, nuestro próximo encuentro está fijado para el mes de julio del 2006 en Potosí.

Tenemos la satisfacción de, a pesar de ser una Sociedad muy joven, haber organizado la IV Reunión de Didáctica de la Matemática del Cono Sur y el IV CIBEM, que fue realizado en julio de 2001 con participación de representantes de trece países de Ibero América.

Cada una de las filiales organiza actividades en sus distritos con el propósito de mejorar la práctica docente, para los distintos niveles del sistema educativo: por ejemplo seminarios, talleres sobre temas específicos.

6. Perspectivas de la educación matemática

Al calor de los cambios políticos ocurridos en el país, en los últimos años se gestan movimientos tendientes a descalificar todo lo planteado por la Reforma Educativa descrita líneas arriba. El argumento es que la Reforma se hubiera realizado a espaldas de los profesores, sin tomar en cuenta sus puntos de vista y respondiendo a modelos dictados por organismos internacionales.

Este punto de vista, aunque no representa la visión de la mayoría, arrastra a muchos profesores, porque se presenta unido a las demandas por mejores condiciones laborales y salariales que indudablemente son necesarias, pues el nivel de ingresos de los maestros oscila entre 450 Bs y 1800 Bs al mes. (1€ = 10.28 Bs)

El Congreso de la Educación Boliviana a realizarse en Cochabamba en el mes de marzo, tendrá un papel fundamental para definir si la lógica de organización de la Educación matemática presentada en este artículo se mantiene o se producen cambios, respecto a los cuales, cabe anotar que hasta el momento ninguna organización gremial ha presentado un proyecto alternativo.