

## Evaluación para el aprendizaje: una experiencia enseñando derivada

Gabriel Requena Artegoitia

Fecha de recepción: 26-09-2022  
 Fecha de aceptación: 11-04-2024

<p><b>Resumen</b></p>	<p>Se entiende la evaluación en el nivel secundario como un proceso continuo que no debe asociarse únicamente a la asignación de calificaciones que surgen de las pruebas escritas. Este artículo describe una experiencia de evaluación y parte de sus resultados en la enseñanza de la derivada en un punto para el nivel medio donde se decide comunicar las expectativas de aprendizaje y los criterios de evaluación, diseñar actividades que ofrecen evidencia de qué se está aprendiendo y realizar autoevaluaciones.</p> <p><b>Palabras clave:</b> evaluación para el aprendizaje, comunicación de expectativas de aprendizaje, autoevaluación, derivada en un punto</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>Evaluation at the secondary level is understood as a continuous process that should not be associated solely with the assignment of grades that arise from written tests. This article describes an evaluation experience and part of its results in the teaching of the derivative at a point for the middle level where it is decided to communicate the learning expectations and the evaluation criteria, design activities that offer evidence of what is being learned and perform self-assessments.</p> <p><b>Keywords:</b> assessment for learning, communication of learning expectations, self-assessment, derived at a point</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>A avaliação ao nível do ensino secundário é entendida como um processo contínuo que não deve estar associado apenas à atribuição de notas resultantes de provas escritas. Este artigo descreve uma experiência de avaliação e parte de seus resultados no ensino da derivada em um ponto para o nível médio em que se decide comunicar as expectativas de aprendizagem e os critérios de avaliação, projetar atividades que ofereçam evidências do que está sendo aprendido e realizar autoavaliações.</p> <p><b>Palavras-chave:</b> avaliação para aprendizagem, comunicação de expectativas de aprendizagem, autoavaliação, derivada em um ponto</p>

## 1. Introducción

Desde hace un tiempo, hablar de evaluación para los aprendizajes en matemáticas y en la enseñanza media resulta ineludible pues constituye una zona de permanente reflexión tanto para los didáctas como para los profesores de matemáticas de Uruguay, de países de la región y de otros continentes.

Resulta fundamental ampliar la variedad de estrategias e instrumentos de evaluación en el ámbito de la enseñanza de las Matemáticas en el nivel medio. En ese sentido, se asume la necesidad de proponer a los estudiantes actividades de evaluación donde desplieguen nuevas prácticas que genuinamente contribuyan al desarrollo de su autonomía y además, a la toma de conciencia acerca de sus aprendizajes. La toma de conciencia refiere a que los estudiantes aprendan dándose cuenta de qué asuntos “van sabiendo”, van aprendiendo en un conjunto de clases.

En el presente artículo se describe parte de una experiencia de diseño y de implementación<sup>1</sup> en el aula de estrategias de evaluación formativa integradas a una secuencia de enseñanza para introducir la noción de derivada de una función en un punto. También aporta evidencia respecto a cierto dominio o control de los asuntos que se van aprendiendo resultantes, en gran medida, debido a la planificación e implementación de las estrategias de evaluación formativa. El proceso de evaluación implicó la socialización de las intenciones educativas y de los criterios de evaluación con los estudiantes, llevar adelante actividades que ofrezcan evidencia de qué están aprendiendo, proponer momentos en el aula para autoevaluaciones y, finalmente, una prueba escrita con calificación.

Dicha experiencia se desarrolló en parte del curso de la asignatura Matemática del tercer año de la educación media superior, opción ciencias biológicas. Este curso en particular tiene 6 horas de clase por semana de 45 minutos cada una. El ciclo de duración de la presente experiencia fue de tres semanas consecutivas de clase y el grupo donde se desarrolló está constituido por 13 estudiantes de 16 y 17 años de edad que asisten al Colegio y Liceo Latinoamericano, institución laica y de gestión privada de la ciudad de Montevideo.

Como metodología, se utiliza el diseño de una secuencia didáctica que prevé momentos en el aula para la implementación de estrategias de evaluación formativa.

## 2. El sentido de la evaluación

Nos ubicamos desde el paradigma de la evaluación para el aprendizaje, tanto para los estudiantes como para los docentes pues consideramos que es el que direcciona los futuros aprendizajes.

Hace ya varias décadas que diferentes autores (Mitchell, 1992; Sutton, 1995; Gipps y Stobart, 1997; Broadfoot et al, 1999; Stiggins, 2002) centrados en la distinción de la evaluación en el aula según su función, distinguen entre evaluación para el aprendizaje y evaluación del aprendizaje. Conviene resaltar que el Assessment

---

<sup>1</sup> Esta experiencia la realizamos conjuntamente con Marcos Daniel Martínez, docente de matemáticas de la institución educativa donde se desplegó esta exploración.

Reform Group<sup>2</sup> integrado por Broadfoot, Daugherty, Gardner, Harlen, James y Stobart (2002) propusieron la expresión “evaluación para el aprendizaje” para referir a la evaluación que acompaña a los estudiantes en su proceso de aprendizaje y la definen como

[...] el proceso de búsqueda e interpretación de evidencias para ser usada por los estudiantes y sus docentes para decidir dónde se encuentran los aprendices en sus procesos de aprendizaje, hacia dónde necesitan dirigirse y cuál es el mejor modo de llegar hasta allí. (pp.2-3).

Este mismo grupo reserva la expresión “evaluación del aprendizaje” para la que se centra en los resultados y que se expresa en la calificación de la producción de los estudiantes.

Para el desarrollo de esta experiencia, se asume que la evaluación en el aula es una parte constitutiva del proceso de enseñanza como del proceso de aprendizaje. No obstante, la investigación señala que las pruebas escritas que se proponen en el nivel medio son de naturaleza puramente escolar y se centran en evaluar, principalmente, procedimientos y manipulaciones de símbolos donde no se establecen conexiones entre los objetos matemáticos (Moreno y Ortiz, 2008; INEEd, 2014; Cárdenas, Blanco y Caballero, 2015; ANII, 2019).

Al mismo tiempo se plantea que existe una fuerte tendencia a calificar continuamente a los estudiantes de dicho nivel y a centrarse en los logros y los exámenes (Ravela, 2009; INEEd, 2015; Dolores y García, 2016; ANII, 2019). Para Shepard (2006), dicha práctica de evaluación puede entorpecer el aprendizaje de los estudiantes porque enfocan su atención y trabajo sólo en las calificaciones. En ese sentido expresa que “[...] el modelo de evaluación formativa y la investigación sobre la motivación sostienen que la calificación podría socavar la orientación de aprendizaje de los estudiantes.” (p.37)

Los reportes mencionados dan cuenta que el profesor de matemática, aún mantiene concepciones y realiza prácticas de evaluación con cierta distancia de los avances actuales, pero sobre todo de una utilización formativa de la evaluación.

Por su parte, Dylan Wiliam (2011) en el marco de la evaluación formativa<sup>3</sup>, considera que existen tres procesos claves: i) clarificar y compartir las intenciones educativas de un modo que los estudiantes puedan comprenderlas (adónde deberían llegar); ii. generar evidencia acerca de qué están aprendiendo (dónde están los estudiantes con respecto a las intenciones educativas) y iii. realizar devoluciones y ofrecer orientaciones que les permitan ajustar su desempeño para seguir aprendiendo (cómo avanzar en el aprendizaje). (pp.44-45).

A partir de dichos procesos Wiliam (2011, 2013) define como esencial que el docente introduzca a su práctica de evaluación las siguientes estrategias:

1) clarificar y compartir las intenciones educativas y criterios de logros de las actividades, 2) elaborar y llevar adelante actividades que ofrezcan evidencia de qué está aprendiendo cada estudiante, 3) ofrecer retroalimentaciones que movilicen el aprendizaje, 4) considerar e incentivar a los estudiantes como recurso de aprendizaje

---

<sup>2</sup> Grupo para la reforma de la evaluación en el Reino Unido.

<sup>3</sup> En este artículo, al igual que para varios autores, se utilizan los términos evaluación formativa y evaluación para el aprendizaje de modo indistinto.

para sus pares, y 5) motivar al estudiante a que se comprometa con su propio aprendizaje (autoevaluación).

En la parte de este curso en la que se enseñó la derivada de una función en una variable en un punto, se decidió distanciarse de ofrecer solamente calificaciones y se seleccionó y puso a rodar tres de las cinco estrategias mencionadas anteriormente: clarificar y compartir las intenciones educativas y los criterios de logros de las actividades, elaborar y llevar adelante actividades que ofrezcan evidencia de qué está aprendiendo cada estudiante y proponer momentos en el aula para autoevaluaciones.

### 3. El objeto matemático y la perspectiva de su enseñanza

Como ya se mencionó, el objeto matemático seleccionado para enseñar en esta experiencia es la derivada de una función en una variable en un punto. Por un lado, es un contenido del programa curricular vigente de la mayoría de los cursos de matemáticas de tercer año de la educación media superior en Uruguay. Por otro lado, ofrece la posibilidad de establecer vínculos con otros contenidos relevantes de dicho programa, como límites finito e infinito y la continuidad puntual de funciones reales en una variable, (en general, es uno de los componentes del análisis matemático ya abordados en este curso).

La enseñanza de la derivada resultó siempre compleja tanto en el nivel medio como en el universitario (Robinet y Speer, 2001). En el nivel medio superior, la enseñanza tradicional de este tema se ha centrado en presentar algunas reglas de naturaleza algebraica para el estudio de funciones o cálculo de derivadas en un punto y en evaluar el dominio de esas reglas. Por el contrario, en esta experiencia, se diseñó una secuencia de enseñanza que permitiera comenzar a construir la idea de derivada en un punto a partir del concepto físico de velocidad, atendiendo a los conocimientos matemáticos disponibles de los estudiantes.

Además, para anticipar intervenciones docentes, se contemplaron los obstáculos más frecuentes al abordar la enseñanza de la derivada como por ejemplo, la dificultad para transitar de la matemática estática a la matemática variacional, la confusión entre el valor de la razón de cambio y el valor funcional y las dificultades asociadas a la interpretación de la razón de cambio en el contexto gráfico (Dolores, 2004; Dolores, Alarcón, y Albarrán, 2002; Artigue, 1995).

A continuación se presentan los conocimientos matemáticos en juego y las tareas matemáticas a realizar en la secuencia de enseñanza:

- El concepto de función (esto implica el conocimiento y la articulación entre varios registros de representación semiótica).
- Nociones sobre las funciones polinómicas de grado menor o igual a tres.
- Leer y extraer información de gráficos de funciones.
- Cálculo de variaciones de tiempo y espacio a partir de fórmulas y de gráficos de funciones.
- Concepto de pendiente de una recta (significado, fórmula).
- Noción de velocidad media.
- Noción de recta tangente y recta secante a una curva.
- El concepto de límite finito y el cálculo de límites de funciones elementales.

- Operar con expresiones algebraicas.

Las actividades que se propusieron persiguen el establecimiento de relaciones entre la razón de cambio promedio, la velocidad media y la pendiente de la recta secante a la curva, y entre la razón de cambio instantánea, la velocidad instantánea y la pendiente de la recta tangente a la curva. De esta manera, por un lado, se intenta desarrollar el reconocimiento y la aplicación de la matemática en contextos extra-matemáticos relacionándola con otras disciplinas (NCTM, 2000), en nuestro caso la física. Por otro lado, apartar desde el inicio de la enseñanza de la derivada en un punto la sola memorización de definiciones y la aplicación mecánica de reglas para derivar.

Se asume que la comprensión de la noción de derivada en un punto, se evidenciaría en parte, al interrelacionar objetos entre sí como por ejemplo, la pendiente de la recta tangente, la tasa de variación instantánea, las estrategias de derivación numéricas, analíticas y gráficas en variados contextos y además validando o no las afirmaciones que se elaboren.

Conviene señalar que la matemática que deseamos que viva en el aula exige, entre otras tareas matemáticas, resolver problemas, encontrar relaciones entre objetos matemáticos, elaborar conjeturas, utilizar diferentes representaciones, validar afirmaciones, producir conclusiones. Dada esta multiplicidad de tareas se considera que es insuficiente la aplicación exclusiva de las tradicionales pruebas o evaluaciones escritas, para obtener evidencias de los aprendizajes y sus avances.

#### 4. Las estrategias de evaluación en el aula

A continuación, se presenta parte del desarrollo y algunas de las actividades propuestas en el curso junto a sus resultados.

##### 4.1 La comunicación de los criterios de evaluación y de las expectativas de aprendizaje

Es fundamental que los estudiantes conozcan claramente qué es lo que se espera que logren en relación al contenido matemático que se está enseñando. Se considera fundamental porque al hacer pública a la clase las intenciones educativas, por un lado, los docentes transparentamos los criterios en que se basan algunas de las decisiones que tomamos. Y, por otro lado, los estudiantes tienen información relativa a lo que el profesor considera importante al momento de calificar.

Nos ubicamos temporalmente en la primera clase de la enseñanza de la derivada en el momento de presentar oralmente, a todo el grupo, la forma de trabajo de las siguientes tres semanas. Se mencionó que:

Desde ahora hasta el día del escrito nada de lo que hagan tendrá nota, sino que la idea es ir haciendo un trabajo para aprender, donde surjan los errores espontáneamente y nos sintamos habilitados a equivocarnos y finalmente que cooperemos para que les vaya bien en el escrito con nota. Es parte de este trabajo completar la tabla de expectativas de logro para monitorear sus avances y realizaremos

algunas autoevaluaciones para aprender a auto-evaluarse. (Tomado del audio de la grabación<sup>4</sup> de la primera clase).

Por otra parte, se compartió por escrito los criterios que se tendrán presentes para la evaluación: la capacidad de resolver problemas, la capacidad de descentrarse de su posición en los procesos de resolución y de validación, establecer relaciones entre el lenguaje matemático y el físico y, por último, calcular variaciones y la derivada en un punto utilizando su definición. También se decidió entregar por escrito a cada estudiante la tabla que incluía los aspectos del contenido derivada a ser evaluados (Figura 1). Luego se realizó una lectura colectiva y se comunicó su propósito.

Esta tabla se elaboró por parte de los docentes al intentar responder la pregunta ¿qué esperamos que aprendan y que hagan los estudiantes al estudiar la derivada en un punto en este curso?

	R1	R2	R3	R4
Diferenciar la velocidad media de la velocidad instantánea.				
Calcular variaciones y la razón de cambio promedio.				
Asociar la razón de cambio promedio y la velocidad media con la pendiente de la recta secante al gráfico de una función.				
Asociar la razón de cambio instantánea y la velocidad instantánea con la pendiente de la recta tangente al gráfico de una función.				
Interpretar la noción de derivada en un punto.				
Calcular la derivada de una función polinómica en un punto utilizando su definición.				
Construir la ecuación de la recta tangente al gráfico de una función.				
Calcular algebraicamente la función derivada.				

Figura 1: Tabla de aspectos a ser evaluados. Elaboración propia

A medida que avanzaba el trabajo con la derivada en el curso, cada estudiante debía señalar según su percepción en la columna R1 (registro 1), R2 (registro 2), etc. respectivamente el nivel de comprensión de cada aspecto abordado hasta ese momento, asignándole un 0, 1 o 2 según el siguiente criterio:

0: No tengo evidencia de dominio en este aspecto.

<sup>4</sup> Para esta experiencia se grabaron en audio y tomaron notas de las clases, se tomaron fotografías del pizarrón y de producciones de las y los estudiantes así como se entrevistaron a algunas de ellas y de ellos.

- 1: Tengo alguna evidencia de dominio en este aspecto.
- 2: Tengo fuerte evidencia de dominio en este aspecto.

Estos valores asignados los iban modificando de manera que fueran reflejando genuinamente el proceso realizado por cada uno. Con el propósito de reorientar a los estudiantes en su aprendizaje, se colectivizaba con toda la clase, los asuntos sobre los cuales tenían dudas y se habían asignados valores bajos, es decir, ceros o unos. Como en todo proceso de aprendizaje, cada estudiante tendrá logros distintos y por eso era importante ir registrando de manera individual los aspectos en los que se sientan seguros y aquellos en los que reconozcan alguna debilidad y valoren que tengan que repasar o volver a estudiar.

Asimismo, en distintos momentos durante el desarrollo de la secuencia se explicitó oralmente qué esperábamos los docentes al finalizar algunas clases o un conjunto de actividades. Se pretendió que los estudiantes reconocieran tanto lo trabajado en ellas como las dificultades que encontraban en relación a los aspectos presentados en la tabla (Figura 1).

Se reconoce que comunicar los criterios de la manera descrita promovió un trabajo de metacognición por parte de los estudiantes sobre el grado de avance de sus aprendizajes al permitir que cada uno de ellos evalúe y monitoree su comprensión y sus avances en torno a la noción de derivada en un punto.

Conviene aclarar que la comunicación de las expectativas se realizó en varios momentos y no exclusivamente al inicio de la enseñanza del tema suponiendo una gran ayuda para hacer entender a los estudiantes el porqué de las devoluciones que se les iban realizando durante el proceso de aprendizaje.

Sobre esta cuestión, aunque se revisitó la tabla de aspectos en varios momentos, algunos estudiantes manifestaron en la entrevista que hubiesen necesitado volver a ella con mayor frecuencia para que les resultara verdaderamente útil.

Se considera que esta acción de comunicación y la tarea de seguimiento de la producción de los estudiantes por su parte, en general representó un gran avance en términos de comprensión y de autocontrol de los aprendizajes. Tal vez por no ser una práctica habitual en este curso de Matemática y en los anteriores, no todos ellos tenían presente la tabla de aspectos y realizaban el ejercicio de utilizarla para saber *hacia dónde se va* y *dónde se está* como apoyo y para la toma de conciencia acerca del propio proceso de aprendizaje.

Al finalizar las tres semanas de trabajo, los estudiantes realizaron una prueba escrita cuya naturaleza era confirmar o no sus registros finales en la tabla y la evidencia recogida por el docente en ese tiempo. En los casos donde la distancia entre la producción del estudiante en la prueba escrita final, la evidencia del docente relevada durante las tres semanas y los valores asignados en la tabla por el estudiante era grande se le realizó una entrevista con el propósito de profundizar acerca de la comprensión de los aspectos trabajados de la derivada.

#### 4.2 Actividades que ofrecen evidencia de qué está aprendiendo cada estudiante

En el punto anterior, se describe cuáles son y cómo se presentaron los criterios de evaluación y las expectativas de aprendizaje a los estudiantes para que dispongan de información relativa a qué se pretende que aprendan, es decir, *hacia dónde van*.

A continuación, se describen acciones que se desplegaron con el propósito de obtener información acerca de *dónde están* los estudiantes respecto al contenido de aprendizaje.

Desde la planificación de la propuesta, se asumió la necesidad de ofrecer momentos en el aula y realizar intervenciones docentes, por un lado, para poder informarnos acerca de qué están aprendiendo los estudiantes y quiénes lo hacen. Por otro lado, para promover el desarrollo de la reflexión, componente clave para la construcción de conocimiento.

El siguiente fragmento reproduce una de las interacciones en el aula a propósito del uso de la tabla de aspectos posteriormente de realizar una autoevaluación:

Estudiante: [...] ciertas cosas no las estoy entendiendo.

Docente: ¿Cómo te das cuenta que no estás entendiendo?

Estudiante: [...] cuando completo la tabla -de aspectos- muchas veces no entiendo a qué se refieren algunos aspectos y no me terminan de quedar claros.

Docente: ¿Cómo podemos hacer para orientar al compañero?

Varios estudiantes, comienzan a ayudar a su compañero, en torno a la relación entre la razón de cambio instantánea, la velocidad instantánea y la pendiente de la recta tangente al gráfico de una función. Algunos realizan explicaciones apoyados en sus registros del cuadernos mientras que otros socializan sus propias autoevaluaciones.

Se puede observar que el docente por un lado no da por supuesto qué es lo que no entiende el estudiante y, por otro, tampoco decide explicar los asuntos matemáticos que se estuvieron trabajando en las últimas clases. Por ello formula la primera pregunta, centrada en que el estudiante reflexione y ponga en palabras su proceso, o parte de él, relativo a cómo se da cuenta que no esta entendiendo. Decide que sea el propio estudiante el que se enfrente a identificar lo que no entiende con el propósito de obtener información respecto a qué esta entendiendo y qué no. Conjuntamente, si bien el estudiante está completando los datos en la tabla, su interés esta en comprender a qué refieren los aspectos que completa.

Al centrarnos en las últimas líneas del fragmento, se interpreta que el profesor habilita y restituye la palabra a los estudiantes logrando que varios se involucren orientando a su compañero y promoviendo el diálogo entre ellos a propósito de los aspectos de la derivada.

Esta escena de la clase resulta de interés porque refleja que, aunque es muy probable que el estudiante no se haya ido ese día del aula con todas sus inquietudes resueltas, sí lo habrá hecho con otros conocimientos y nueva información que le podría permitir orientar su estudio y comprender algunos de los asuntos ya abordados. Por otro lado, da cuenta de que los espacios de autoevaluación en el aula no se dieron exclusivamente en los momentos previstos, sino que además se habilitaron otros a partir de inquietudes que emergían de la clase.

Al mismo tiempo, se identifica que los estudiantes tomaban conciencia tanto de lo que entendían y de lo que no entendían como de sus fortalezas y debilidades respecto a las nociones y herramientas matemáticas utilizadas al enfrentarse a las



actividades propuestas. Esta toma de conciencia posibilitaría que pudieran identificar necesidades acerca de su propio proceso de aprendizaje.

Finalizada la secuencia, se le solicitó al grupo describir sus logros y dificultades experimentadas durante el trabajo con la derivada en un punto apoyando en los aspectos de la tabla. En este trabajo, incluso los estudiantes que no han incurrido en errores, pudieron aprender de sus compañeros (Sanmartí, 2007).

A continuación se presentan algunas de sus expresiones:

- “Es necesario escuchar lo que dicen mis compañeros porque ellos también me aportan”.
- “Voy a tener que pedir que me ayuden en el cálculo de estos límites.”
- “Tengo que leer algo sobre derivadas.”
- “Tengo que ser más ordenado con los apuntes y tener el cuaderno completo.”
- “No tengo que hacer tan rápido los cálculos de límite.”

Escuchar estas expresiones y las interacciones entre los estudiantes a propósito de los asuntos que no entendían, contribuyó en gran medida a comprender parte del proceso de aprendizaje de cada uno de ellos y a identificar un poco mejor sus dificultades y sus conocimientos matemáticos disponibles.

### 4.3 La autoevaluación

Con el propósito de que los estudiantes tomen conciencia y genuinamente se responsabilicen de su proceso de aprendizaje se propusieron actividades de autoevaluación. Allal (1999) considera importante la participación de los estudiantes en los procesos de autoevaluación. Para la autora

[...] mediante la autoevaluación, se lleva al estudiante a explicar sus representaciones, a reflexionar sobre sus estrategias, a comparar sus enfoques con los de otros estudiantes, integrar criterios externos en sus marcos de referencia, gestionar activamente las relaciones entre las distintas tareas a realizar. (p.43)

De esta manera, se vieron exigidos, por un lado, a revisitar y reflexionar en torno a los asuntos matemáticos abordados en las clases. Por otro lado, a reubicarse respecto al tradicional sentido de la evaluación pues asumían un rol activo al considerar, por ejemplo, si van aprendiendo o no.

Se quiere destacar que los estudiantes no tenían experiencia relativa a la realización de autoevaluaciones y que en ningún caso las autoevaluaciones sustituyeron a las evaluaciones que realizamos los docentes.

En cada instancia de autoevaluación, se propuso que los estudiantes respondieran de manera individual un par de preguntas de distinto orden. Por un lado aquellas que estaban asociadas con valoraciones o impresiones como ¿qué te quedó confuso?, ¿lo puedes relacionar con algo de lo que sabes?, ¿con qué contenido lo puedes relacionar? Por otro lado, algunas preguntas como por ejemplo ¿qué aprendiste con este par de actividades?, ¿qué diferencias encuentras entre las parte a) y b) de la Actividad 2?, ¿qué aprendiste en la clase de hoy? destinadas a evaluar lo aprendido.

A continuación se presenta la parte a) de la primera actividad de la secuencia de enseñanza<sup>5</sup> con la propuesta de autoevaluación:

1. Dos automóviles comienzan a viajar por la misma ruta al mismo tiempo.

a) Del auto A se sabe que a la hora de haber partido se encontraba en el km 122, que a las 7 horas de haber partido se encontraba en el km 590 y que su velocidad fue constante durante todo el viaje.

i) ¿A qué velocidad viajó el auto A?

ii) ¿En qué km está la ciudad de donde partió?

iii) Si su viaje duró 8 horas, ¿hasta qué kilómetro llegó?

iv) ¿Cuál es la velocidad del auto a las 3 horas de haber partido?

**Autoevaluación 1:** ¿Qué aprendiste en la clase de hoy? ¿Qué te quedó confuso?

En principio, se otorgaban unos siete minutos para que los estudiantes se autoevalúen por escrito. A continuación, se presenta una de las producciones:

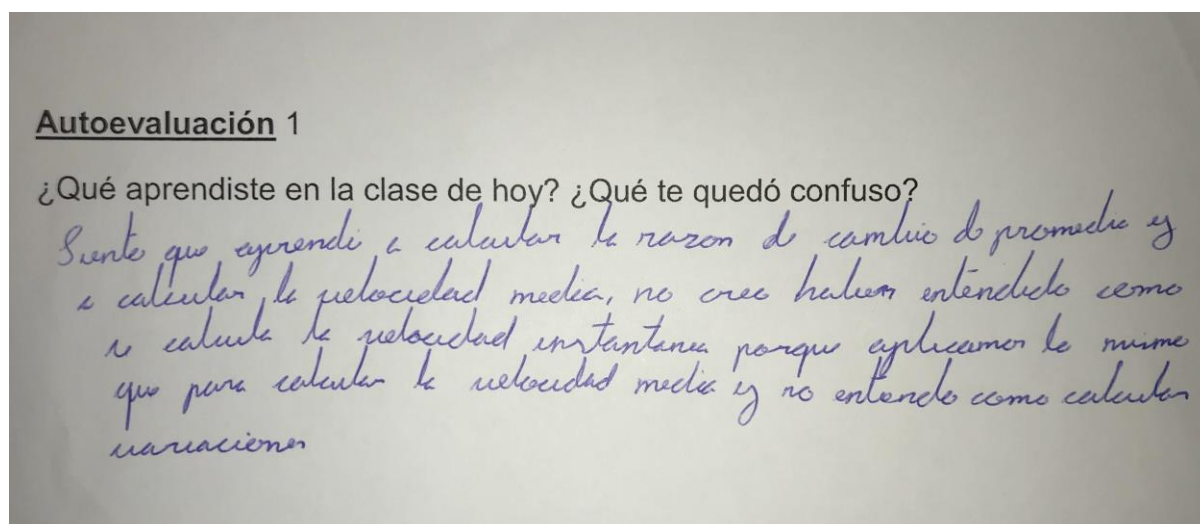


Figura 2: Producción de un estudiante

Detengámonos a analizar esta producción. El estudiante plantea que aprendió a calcular la razón de cambio promedio, calcular la velocidad media y que para calcular la velocidad instantánea se aplica “lo mismo” que para calcular la velocidad media. Por otro lado plantea que no entiende cómo calcular la velocidad instantánea y cómo calcular variaciones.

Se centra en un asunto de naturaleza procedimental, que es parte de las expectativas de aprendizaje mencionadas en la tabla de aspectos (Figura 1). Al plantear que no sabe calcular variaciones, pero sí razones de cambio, en estas últimas parece no interpretar que lo que está haciendo es calcular la razón entre variaciones. Es probable que este estudiante sepa determinar cuánto se desplazó un vehículo desde la hora 9 hasta las 11 en una situación problema, pero no lo identifica como el cálculo de una variación.

<sup>5</sup> En el Anexo se incluyen las primeras tres actividades de la secuencia de enseñanza integrando las de autoevaluación.

Por otra parte, cuando plantea que para calcular la velocidad instantánea se aplica “lo mismo” que para calcular la velocidad media, ese “lo mismo” más adelante es deseable que se convierta en que la razón de cambio instantánea es el límite de la razón de cambio promedio, y ese “lo mismo” sea la razón de cambio.

Se puede observar que el estudiante identifica aspectos que cree comprender y aspectos muy concretos en los que tiene dudas. Ante situaciones de este tipo, les hemos solicitado a los estudiantes que clarifiquen, que le agreguen más palabras a su autoevaluación, y que progresivamente vayan además ganando precisión en la escritura.

En este caso, apoyado en que puede calcular razones de cambio promedio, velocidades media, se le solicitó que plantee un ejemplo. También se podría solicitarle que describa el procedimiento a seguir, ya que va a ser base de los conocimientos que tiene incompletos.

En algunas ocasiones, al finalizar una actividad o un grupo de actividades, se explicitaba a la clase qué se pretendía con estas actividades remitiéndolos a la tabla de aspectos. Luego se les entregaba por escrito la propuesta de autoevaluación y, por último, se les solicitaba que fueran a la tabla de aspectos, y que revisen y modifiquen o no, el nivel de comprensión de los aspectos.

Se afirma que la mayoría de los estudiantes valoraron como positivas todas las actividades propuestas de autoevaluación. Especialmente mencionan las oportunidades que se habilitaron en el aula para reflexionar sobre los conocimientos matemáticos abordados. Algunas mencionan la necesidad de realizarlas más veces en el transcurso de la secuencia de enseñanza.

Haber realizado las autoevaluaciones de manera escrita les permitió entrar en diálogo con sus razonamientos y así obtener una mejor comprensión de la derivada y reflexionar además sobre el proceso de aprendizaje que realizaban.

## 5. Comentarios finales

Visto que el conocimiento matemático es un derecho de todas las personas, es responsabilidad de los colectivos docentes, entre otros actores, revisar ciertos modos usuales de evaluar desafiando de este modo algunas prácticas y lógicas históricas que viven en la enseñanza de la matemática en el nivel medio.

Introducir las estrategias de evaluación descritas a la secuencia didáctica y a nuestras prácticas de enseñanza implicó un gran desafío. Afirmo que implicó un gran desafío porque exigió un movimiento importante respecto a las prácticas habituales de evaluación que usualmente desplegaba.

Esta experiencia de evaluación generó nuevas oportunidades de diálogo sobre los contenidos matemáticos trabajados entre los docentes y los estudiantes del curso. Se percibió una muy buena disposición por parte de toda la clase para introducirnos en el análisis crítico del proceso de aprendizaje en la clase de matemática.

Se realizó una valoración positiva con la clase de esta experiencia de aula a través de los resultados de la evaluación escrita con calificación realizada al finalizar la enseñanza y de un intercambio oral con el grupo para acercarnos a sus percepciones. La mayoría de los estudiantes interrelacionan objetos matemáticos trabajados entre sí, calcula e interpreta en el gráfico correctamente las razones de cambio promedio e instantánea y sienten dominar estos asuntos como también

interpretan correctamente la noción de derivada en un punto y su cálculo utilizando la definición. Además logran resolver los problemas en distintos contextos.

Los estudiantes consideran que su calificación se debe en gran medida a la posibilidad de visitar los problemas con cierta distancia de su resolución y al seguimiento continuo por parte del profesor.

No obstante, se identifican algunas tensiones al momento de incorporar las estrategias de evaluación para el aprendizaje. Tal vez la más evidente se relaciona con el tiempo. Por un lado, el tiempo que disponemos para llevar adelante el curso en términos de contenidos matemáticos del programa oficial donde decidimos realizar algunos recortes. Por otro lado, en relación al mayor tiempo de planificación de la secuencia y de la reorganización de la enseñanza a través de evidencias genuinas del desempeño de los estudiantes. Se es consciente que no es esperable que ciertas prácticas surjan de manera espontánea en el aula como respuesta a enfrentar a los estudiantes a nuevas actividades de evaluación. Se asume la necesidad de pensar y precisar las intervenciones docentes que las favorezcan desde la planificación de la propuesta.

Asimismo, queda el desafío de continuar pensando y sistematizando otros caminos alternativos a la evaluación individual, escrita y con calificación pues ello es también pensar los sentidos del proceso de evaluación.

Para finalizar, se sostiene que las evaluaciones para que los estudiantes construyan y dominen sus propios procesos de aprendizaje, y no solo para asignarle calificaciones a sus producciones, resulta solidaria con las intenciones que orientan el trabajo en las clases de matemáticas que imaginamos. Clases donde se aprendan contenidos matemáticos, donde se aprendan los aspectos sociales propios de la actividad matemática y clases donde existan mayores niveles de autonomía por parte de las y los estudiantes.

## 6. Agradecimientos

El presente artículo se hizo posible a propósito de los intercambios realizados en la primera edición del Taller de escritura sobre experiencias de aula de Matemáticas organizado por la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM) y la asociación Universidad Sin Fronteras (USF). Un especial agradecimiento a Antonio Martín, responsable del taller, por la lectura y sugerencias realizadas para su elaboración.

## 7. Referencias bibliográficas

Allal, I. (1999). Involucrar al alumno en el proceso de evaluación: promesas y peligros de la autoevaluación. Depover, C. y Noel, B. (eds.), *La evaluación de habilidades y procesos cognitivos: modelos, prácticas y contextos*, 35-56.

ANII (2019). *Fondo Sectorial de Educación «Investigación desde la perspectiva de los educadores sobre sus prácticas educativas. Convocatoria 2015*. Agencia Nacional de Investigación e Innovación.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos en *Ingeniería didáctica en educación*

matemática. *Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 97-140. Grupo Editorial Iberoamérica.

Broadfoot, P., Daugherty, R., Gardner, J., Gipps, C., Harlen, W., James, M. et al (1999). *Assessment for learning: Beyond the black box*. University of Cambridge School of Education.

Broadfoot, P., Daugherty, R., Gardner, J., Harlen, W., James, M., y Stobart, G. (2002). *Assessment for learning: 10 principles*. University of Cambridge School of Education.

Cárdenas, J., Blanco, L. y Caballero, A. (2015). Las pruebas escritas que se proponen para evaluar matemáticas en secundaria actualmente. En *actas XIV CIAEM-IACME*, 76-85. <https://ciaem-iacme.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol6Curr.pdf>

Dolores, C. y García, J. (2016). Concepciones de profesores de matemáticas sobre la evaluación y las competencias. En *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 92(1), 71-92.

Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato en *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, Vol. 7(3), 195–218.

Dolores, C., Alarcón, G., y Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y la trayectoria en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 5 (3), 225-250.

Gipps, C. y Stobart, G. (1997). *Assessment: A teacher's guide to the issues*. Hodder and Stoughton.

INEEd (2015). *Evaluación y tránsito educativo*. Instituto Nacional de Evaluación Educativa. <https://www.ineed.edu.uy/images/pdf/evaluacion-transito-educativo.pdf>

INEEd (2014). *Informe sobre el estado de la educación en Uruguay 2014*. Instituto Nacional de Evaluación Educativa INEEEd. <https://www.ineed.edu.uy/images/pdf/informe-educacion-2014.pdf>

Mitchell, R. (1992). *Testing for learning*. New York USA: Free Press Macmillan. National Assessment of Educational Progress. He nation's report card: Mathematics.

Moreno, I. y Ortiz, J. (2008). Docentes de Educación Básica y sus Concepciones acerca de la Evaluación en Matemática en *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 1(1), 141-150. <https://doi.org/10.15366/riee2008.1.1.010>

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston.

Ravela, P. (2009). *Consignas, devoluciones y calificaciones: los problemas de la evaluación en las aulas de educación primaria en América Latina* en *Páginas de Educación*, (2), 1. <https://revistas.ucu.edu.uy/index.php/paginasdeeducacion/article/view/703>

Robinet, A. y Speer, N. (2001). Research on the teaching and learning of Calculos Elementary Analysis en D. Holton (Ed.) *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level*, 283-299. An ICMI Study, Kluwer Academic Publishers.

Sanmartí, Neus (2007), 10 ideas clave. *Evaluar para aprender*, Madrid, Graó.

Shepard, L. (2006). *La evaluación en el aula*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. Traducción del original en inglés: "Classroom Assessment" en Robert L. Brennan ACE/Praeger Westport. Educational Measurement, 4 (17), 623-646. [http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Otros\\_textos/Aula/Completo/e\\_valuacionaulacompletoa.pdf](http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Otros_textos/Aula/Completo/e_valuacionaulacompletoa.pdf)

Stiggins, R. (2002). *Assessment crisis: the absence of assessment for learning*. Phi Delta Kappan, 83 (10).

Sutton, R. (1995). *Assessment for learning*. Salford. RS Publications.

William, D. (2011). *Embedded Formative Assessment*. Solution Tree Press.

William, D. (2013). Assessment: The Bridge between. Teaching and Learning. *Voices from the Middle*, Volumen (21), 15-20. <https://library.ncte.org/journals/VM/issues/v21-2/24461>

## 8. Anexo

A continuación se presentan las primeras tres actividades de la secuencia de enseñanza integrando las de autoevaluación a partir de la parte b) de la primera actividad.

1. Dos automóviles comienzan a viajar por la misma ruta al mismo tiempo.

b) Del auto B se sabe que su posición en la ruta en función del tiempo se obtiene a partir de la expresión  $g(t) = -2t^3 + 24t^2 + 100$ .

i) ¿Es verdad que, al igual que el auto A, a la hora de haber partido el auto B se encontraba en km 122 y que a las 7 horas de haber partido se encontraba en el km 590?

ii) ¿A qué velocidad viajó el auto B?

iii) ¿En qué km está la ciudad de donde partió?

iv) Si su viaje duró 8 horas, ¿hasta qué kilómetro llegó?

v) ¿Es verdad que fue siempre a la misma velocidad?

vi) ¿Cuál fue la velocidad media de todo el viaje del auto B? ¿Y su velocidad media entre una hora y 7 horas luego de haber partido?

vii) ¿Cómo harían para saber el valor aproximado de la velocidad del automóvil B a las 2 horas de haber partido? Argumenta.

Autoevaluación 2: ¿Qué aprendiste con las dos partes del problema 1? ¿Qué diferencias encuentras entre las parte a) y b) de la Actividad 2?

2. Una taza de café se calienta en un horno microondas y luego se extrae del horno y se expone al ambiente que se encuentra a una temperatura de 20° C. El tiempo t se empieza a registrar a partir de este momento. La función que calcula la

temperatura en cualquier momento  $t$  dentro de los primeros 5 minutos es  $T(t) = 80 - 3t + 0,16t^2$ .

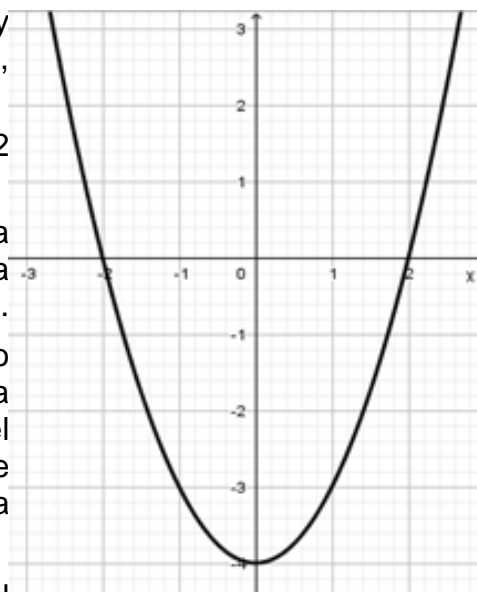
- i) ¿Qué temperatura alcanzó el café en el horno microondas?
- ii) Calcula la variación de la temperatura entre el minuto dos y el cuarto.
- iv) Calcula la razón de cambio promedio de la temperatura en dicho período e interpreta el resultado.
- v) ¿Cuál es la razón de cambio promedio de la temperatura durante los primeros cinco minutos?
- vi) ¿Cuál es la razón de cambio instantánea de la temperatura al minuto 2? ¿Y al 4,5?

Extra: ¿Y en un tiempo  $t$  cualquiera? Describe con tus palabras los pasos que hiciste para hallar dicha razón instantánea.

Autoevaluación 3: ¿Cuáles son los conocimientos matemáticos que te resultaron claves para resolver esta actividad? ¿Qué conceptos/ideas no terminaste de entender?

3. Consideren la función  $f(x) = x^2 - 4$ . Nos paramos en  $x=2$  y consideren la razón de cambio promedio de  $f$  entre 2 y  $x$ , para un valor cualquiera de  $x$  ubicado a la derecha de 2.

- i) Escriban la razón de cambio promedio de  $f$  entre 2 y  $x$ .
- ii) Como pueden observar esa razón es una nueva función a la que llamaremos  $r(x)$ . ¿Qué representa geoméricamente  $r(x)$ ? Interpretenlo en la siguiente gráfica.
- iii) Ingresen la función  $f$  en GeoGebra y creen el punto  $A(2;0)$  y el punto  $B$  variable sobre la gráfica de  $f$ . Tracen la recta  $AB$  y señalen la pendiente de esa recta. Muevan el punto  $B$  aproximándolo al  $A$  y observen a qué valor se aproxima la pendiente de la recta secante al gráfico de la función  $f$ .



iv) Hagan un gráfico de la función  $r$  y escriban su dominio.

v) ¿Cuál es la imagen de 2 en  $r$ ? ¿Qué valor sería “natural” asignarle según su gráfica?

vi) En la gráfica de  $f$  dibujen la recta de pendiente 4 que pasa por  $(2; 0)$ . ¿Qué posición tiene esa recta respecto de la gráfica de  $f$ ?

**Requena Artegoytia, Gabriel**

Especialista en la enseñanza de la Matemática para la Escuela Secundaria por la Universidad Nacional Pedagógica (UNIPE) de Argentina. Diploma en INICIACIÓN a la INVESTIGACIÓN EDUCATIVA por el Instituto Universitario CLAEH de Uruguay. Profesor de Matemática por la ANEP, Uruguay. Profesor de Didáctica - Práctica en Matemática en el CFE de la ANEP. Profesor orientador de Matemática en el Colegio Latinoamericano de Montevideo.

Dirección electrónica: [gabrielrequena75@gmail.com](mailto:gabrielrequena75@gmail.com)