REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 70. Abril 2024
Páginas 01-08

Talleres sobre arte contemporáneo y matemáticas
Oficinas de arte contemporânea e matemática

Raúl Ibáñez Torres

Resumen	En este artículo se proponen actividades o talleres inspirados en el arte contemporáneo que toma las matemáticas como herramienta de creación artística. **Palabras clave**: arte contemporáneo, matemáticas, combinatoria, geometría, creación artística
Abstract	This article proposes activities or workshops inspired by contemporary art that uses mathematics as a tool for art creation. **Keywords**: contemporary art, mathematics, combinatorics, geometry, art creation
Resumo	Este artigo propõe actividades ou ateliers inspirados na arte contemporânea que utilizam a matemática como ferramenta de criação artística. **Palavras-chave:** arte contemporânea, matemática, combinatória, geometria, criação artística, criação artística

1. Introducción

A principios del siglo xx, el pintor ruso Vasili Kandinsky, con el objetivo de buscar cierta objetividad en el proceso creativo, “postuló las premisas de un arte en el cual la imaginación del artista fuera reemplazada por la concepción matemática”. Esta idea revolucionaria fue recogida por algunos movimientos artísticos abstractos, como el arte concreto, el minimalismo, el arte conceptual o el constructivismo británico. El objetivo del libro *Las matemáticas como herramienta de creación artística* es analizar, mediante ejemplos concretos, la forma en la que los artistas contemporáneos han utilizado las matemáticas en el proceso creativo de muchas de sus obras. Además, una parte fundamental del mismo son las “actividades didácticas” que se proponen, que animan a una lectura activa, lo que conlleva una mejor comprensión de su contenido, una implicación emocional de la persona lectora en su temática y despierta el interés, no solo de lo allí recogido, sino por ampliar la información. Siguiendo esta filosofía, en este artículo se proponen actividades o talleres inspirados en el arte contemporáneo que toma las matemáticas como herramienta de creación artística.

2. Buscando inspiración en el arte de Sol LeWitt

El artista estadounidense Solomon "Sol" LeWitt (1928-2007) está considerado uno de los fundadores de dos movimientos artísticos fundamentales del siglo xx, el minimalismo –uno de cuyos lemas es "menos es más"– y el arte conceptual –que LeWitt resumió con la frase "la idea se convierte en una máquina que hace arte"–. Tres aspectos fundamentales de su arte son: los elementos con los que trabaja, figuras geométricas simples (rectas, circunferencias, triángulos, cuadriláteros, cubos, etc.); el carácter combinatorio de su obra, que se intuye en sus títulos por el uso frecuente de expresiones como "todas las combinaciones"; y la importancia del color, incluidos el blanco y negro, o los grises. Por este motivo, el arte de Sol LeWitt puede servir de inspiración para la creación de actividades para el aula o, en general, de talleres, que trabajen tanto cuestiones matemáticas, de geometría o combinatoria, como centrados en la plástica y la creatividad, para diferentes niveles educativos (edades).

A continuación, se sugieren algunos ejemplos. Una importante serie de obras de Sol LeWitt son las esculturas modulares geométricas realizadas con cubos vacíos (abiertos) blancos, como *Cubo abierto modular* (1976) o *Pieza para esquina 1 2 3 4 5 6* (1979). Una idea para el desarrollo de talleres plástico-creativos es la realización de reproducciones de las obras de esta serie modular, con cubos ya construidos (abiertos o cerrados) o cuya construcción forme parte del taller (con juegos constructivos o partiendo de materiales básicos) y como segunda etapa animar a la creatividad, es decir, a la construcción de otras estructuras modulares tridimensionales, de diseño libre o inspiradas en estructuras geométricas sugeridas.

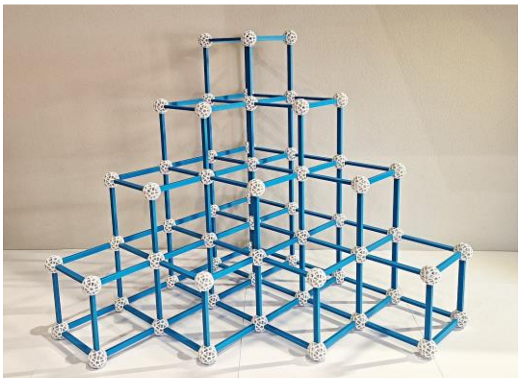

Figura 1. Recreación, con la herramienta Zometool, de la escultura *Pirámide* (1996), de Sol LeWitt

Si incluimos la perspectiva matemática en el taller, se pueden analizar una o varias de estas obras desde la combinatoria. En concreto, podemos plantear la cuestión de cuántos cubos se utilizan para crear algunas de estas obras, como, por ejemplo, las cuatro instalaciones *Pieza para esquina* #1, #2, #3 y #4 (1976), más aún cuando estas obras pueden seguir creciendo mientras se mantiene la estructura básica de las mismas, lo que nos llevaría a obtener fórmulas generales. En relación con esto último, en la novela gráfica *La fiebre de Urbicande* (1983), de la serie *Las ciudades oscuras*, del dibujante belga François Schuiten y el guionista francés

Benoît Peeters, aparece una estructura modular creciente, construida con cubos abiertos, y se analiza la cantidad de cubos que la componen[1].

Más aún, relacionadas con la serie de esculturas modulares con cubos, pueden trabajarse algunas “demostraciones sin palabras”. La cantidad de cubos utilizados en algunas de las esculturas es igual a la suma de los números naturales, respectivamente, de sus cuadrados o de sus cubos, hasta uno dado, por lo que se pueden trabajar las “demostraciones visuales” para las fórmulas que permiten obtener dichas sumas. O recíprocamente, una vez trabajadas algunas demostraciones sin palabras, crear estructuras modulares basadas en las mismas[2].

Por otra parte, las esculturas y dibujos de una serie emblemática de Sol Lewitt, como es *Cubos abiertos incompletos* (1974), pueden motivar la creación de otros talleres diferentes. Cada estructura individual de este proyecto artístico está formada por un cubo vacío –solo se consideran sus lados– al que se le han quitado algunas de las aristas de manera que lo que queda sigue estando conectado –es una sola pieza– y sigue siendo tridimensional, no plano. El artista conceptual representa, primero con dibujos esquemáticos y luego en escultura, todas las posibles estructuras de cubos abiertos incompletos, clasificándolos por el número de lados que tiene cada estructura. Además, realiza una clasificación geométrica, es decir, si podemos convertir mediante rotaciones una estructura en otra, estas se consideran iguales. Un taller muy interesante, aunque para un público con una cierta madurez y que necesita de un cierto tiempo de desarrollo (incluso podría ser una actividad a más largo plazo), sería el análisis de cuántos cubos abiertos incompletos existen, así como la realización de los esquemas planos y/o de esculturas de los mismos, realizadas en madera u otro material.

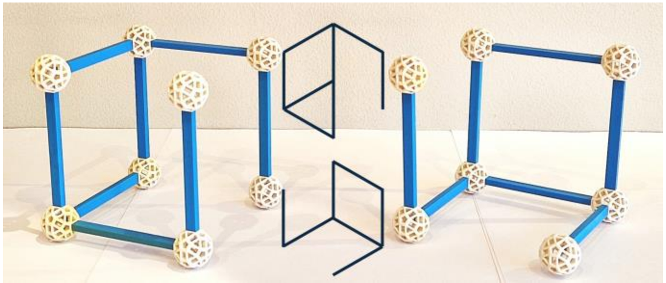

Figura 2. Recreaciones de dos cubos abiertos incompletos y sus esquemas planos asociados

Algunos conceptos básicos de la combinatoria, como son las permutaciones –reordenaciones de un conjunto ordenado–, el factorial de un número n –que es la cantidad de permutaciones de un conjunto ordenado de n elementos–, las combinaciones –selecciones de elementos de un conjunto con elementos distintos, sin importar el orden–, los números combinatorios C(n,k) –el número de maneras de elegir k elementos en un conjunto de n elementos– y las partes, o subconjuntos, de un conjunto de n elementos, cuya cantidad es 2^n, aparecen implícitamente en las obras de Sol Lewitt y pueden trabajarse en talleres diseñados a partir de ellas.

[1] En la entrada del blog Cuaderno de Cultura Científica titulada *La ecuación de las ciudades oscuras* (R. Ibáñez), se explica esta estructura y cómo obtener una ecuación para la cantidad de cubos utilizada en la misma.

[2] Una referencia obligada para trabajar las demostraciones sin palabras son la serie de libros *Proofs without Words* (MAA), del matemático estadounidense Roger B. Nelsen. Para algunas de las comentadas aquí pueden verse las entradas *Matemáticas para ver y tocar* y *Más matemáticas para ver y tocar* (R. Ibáñez) del Cuaderno de Cultura Científica.

En una serie de obras, a la que pertenece *Todas las combinaciones dobles (superpuestas) de seis figuras geométricas (circunferencia, cuadrado, triángulo, rectángulo, trapecio y paralelogramo)* (1977), se representan de diferentes formas las seis figuras planas mencionadas. Por ejemplo, en dicha obra (figura 3) aparecen todas las combinaciones de dos figuras superpuestas, luego 15 diagramas, el número combinatorio C(6,2).

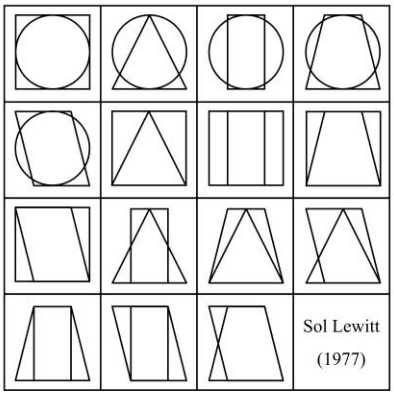

Figura 3. Recreación de la obra *Todas las combinaciones dobles (superpuestas) de seis figuras geométricas (circunferencia, cuadrado, triángulo, rectángulo, trapecio y paralelogramo)*, de Sol Lewitt.

En otras obras de la serie aparecen las seis figuras geométricas planas agrupadas según otros criterios, en grupos de una sola figura C(6,1) = 6, en grupos de dos C(6,2) = 15, en grupos de tres C(6,3) = 35, de cuatro C(6,4) = 15, de cinco C(6,5) = 6 o todas C(6, 6) = 1. Luego en aquellas obras en las que aparezcan todas las posibilidades, habrá $2^6 - 1 = 63$ diagramas distintos.

De nuevo, se pueden diseñar dos tipos de talleres relacionados con esta serie, unos de tipo plástico-creativo, para realizar reproducciones de las obras, tanto en versiones sencillas, como la obra anterior, pero también con colores y texturas (líneas, curvas, etc), con las que también trabaja el artista, y dejando volar la imaginación. Y otros, más matemáticos, en lo que se pueden trabajar aspectos combinatorios.

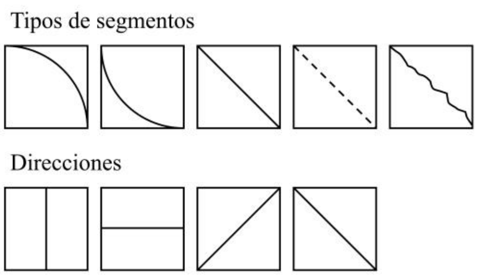

Figura 4. Tipos de segmentos y direcciones de los mismos que dan lugar a las 20 líneas utilizadas para Dibujo mural n. 260, de Sol Lewitt.

Otra serie interesante para el diseño de actividades, a la que pertenece la obra *Dibujo mural #260, Sobre paredes negras, todas las combinaciones de dos partes formadas por arcos blancos entre esquinas y lados, y líneas blancas rectas, no rectas y quebradas* (1975), toma como elementos generadores 5 tipos de líneas y 4 direcciones posibles (figura 4), luego en total, por la regla del producto, 20 elementos. Estos, representados en parejas (dentro de cuadrados marcados o sin marcar), dan lugar a C(20, 2) = 190 diagramas cuadrados.

3. El rompecabezas de Sol Lewitt

A finales de la década de 1960, Sol LeWitt inició una importante serie de obras, que desarrolló en diferentes formatos como serigrafías o dibujos/pinturas murales, basada en el uso sistemático de líneas en cuatro direcciones (vertical, horizontal, diagonal ascendente y diagonal descendente) y en todas las combinaciones de estas. Por lo tanto, consideró todos los subconjuntos de direcciones posibles de las líneas, es decir, $2^4 = 16$, aunque no la opción de ninguna dirección, luego 15. En las diferentes obras tomó para cada dirección una sola recta o una familia de rectas paralelas, formando una banda o llenando toda la superficie; que pueden ser continuas o discontinuas; en negro o con colores; y formando diferentes estructuras con las 15 disposiciones. De nuevo, la riqueza de esta serie potencia el desarrollo de talleres similares a los anteriores. Sin embargo, vamos a centrarnos en la creación de un rompecabezas inspirado en la versión más sencilla de esta serie, con una única línea recta para cada dirección, la obra *Líneas rectas en cuatro direcciones y todas sus posibles combinaciones* (1973), con 15 grabados (figura 5).

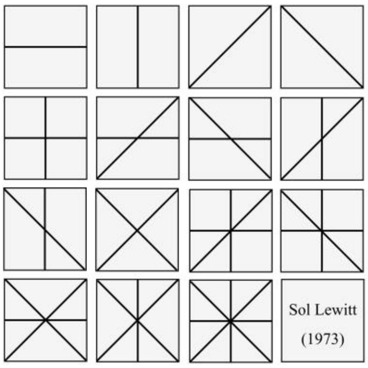

Figura 5. Recreación de la obra *Líneas rectas en cuatro direcciones y todas sus posibles combinaciones*, de Sol LeWitt. Las cuatro direcciones aparecen en la línea superior.

Cuando el matemático y divulgador estadounidense Barry Cipra vio esta obra de Sol LeWitt, creó el denominado *rompecabezas de Sol LeWitt*, que Cipra propuso por primera vez en su libro *What's Happening in the Mathematical Sciences 1998-1999* (AMS, 1999).

Una atractiva actividad consiste en construir el rompecabezas e intentar resolverlo. Para empezar, hay que construir las piezas del mismo, 16 fichas cuadradas, en cartulina o madera, pintando las líneas con colores para que los segmentos de la misma dirección tengan el mismo color (como en la figura 6). Entonces, el rompecabezas de Sol LeWitt consiste en colocar esas 16 piezas formando una estructura cuadrada 4×4, sin rotar ninguna de las piezas (es decir, las líneas horizontales, verticales, diagonales ascendentes y descendentes mantienen el color original), de manera que se formen líneas ininterrumpidas de un lado al otro de la estructura cuadrada 4×4. Así, todas las líneas verticales (amarillo) tienen que ir desde la parte superior a la inferior, las horizontales (verde) de la parte izquierda a la derecha, las diagonales ascendentes (azul) desde el lado izquierdo al superior, o del inferior al derecho, y las diagonales descendentes (rojo) del lado superior al derecho, o del izquierdo al inferior. En la disposición original, que es la mostrada en la obra de Sol LeWitt (figura 5), solamente una línea diagonal ascendente y otra descendente cumplen esta condición.

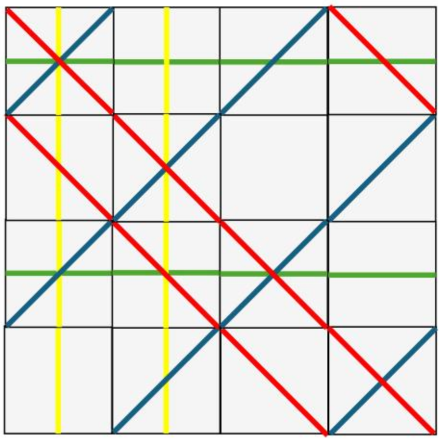

Figura 6. Una de las soluciones del rompecabezas de Sol LeWitt

John H. Conway (1937-2020), un prolífico e imaginativo matemático que trabajó en muchas áreas de las matemáticas, demostró que había tres soluciones "básicas" distintas (una de ellas la de la figura 6), mientras que el resto de las soluciones pueden obtenerse, a partir de ellas, mediante cierto tipo de simetrías[3].

4. Patrones geométricos con la baldosa de Truchet

Una estructura modular muy sencilla, pero a la vez muy versátil, que ha formado parte del arte y el diseño desde la antigüedad, pero que sigue siendo una excelente herramienta creativa en el arte contemporáneo es la baldosa cuadrada dividida por la diagonal en dos zonas triangulares de dos colores distintos, por ejemplo, gris y negro. Muchos artistas contemporáneos, como las abstractas alemana Anni Albers (1899-1994) y francesa Ode Bertrand (1930), el minimalista español J. M. Cruz Novillo (1936) o el constructivista eslovaco Viktor Hulík (1949), entre otros, la han utilizado para crear algunas de sus obras.

En matemáticas se denomina "baldosa de Truchet" debido a que el sacerdote francés Sebastien Truchet (1657-1729), en los orígenes de la combinatoria, estudió la cantidad de patrones geométricos que podían crearse con las cuatro orientaciones posibles de la baldosa (figura 7).

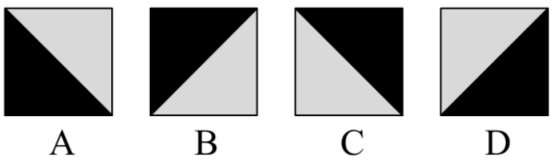

Figura 7. Las cuatro orientaciones de la baldosa de Truchet

Por ejemplo, si consideramos la sencilla estructura 2×2, es decir, formada por cuatro baldosas, se tiene que para cada posición hay 4 opciones, luego el número total de patrones geométricos es $4^4 = 256$. Si cada orientación se nombra con una letra A, B, C, D, cada patrón puede identificarse con una cadena de letras[4]. En el

[3] Para saber más sobre este rompecabezas, así como sus soluciones, puede leerse la entrada *El rompecabezas de Sol Lewitt* (R. Ibáñez), del Cuaderno de Cultura Científica.

[4] Estos 256 patrones básicos 2x2 pueden encontrarse, por ejemplo, listados en libros con diseños textiles, puesto que son estructuras básicas que combinadas nos permiten crear estructuras más complejas.

caso particular, de la estructura 2×2, podemos plantearnos cuántos de los diseños utilizan las cuatro orientaciones, que será 4! = 24 (figura 8). Puede observarse que estos 24 patrones son todos simétricos (mediante simetría rotacional, de 90 o 180 grados, simetría especular respecto a una recta o una simetría como las anteriores, pero con cambio de color).

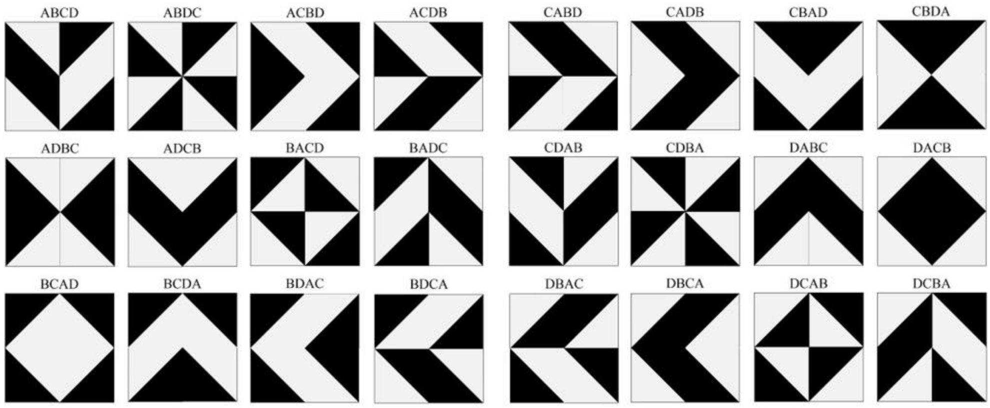

Figura 8. Los 24 patrones 2×2 formados por las cuatro orientaciones de la baldosa de Truchet

La simetría es un elemento muy interesante en relación con los patrones geométricos de Truchet, a partir de la cual pueden diseñarse talleres geométricos y creativos. Desde el estudio de las simetrías de los patrones 2×2 anteriores, a la creación de estructuras simétricas de distintos tamaños, para lo cual hay que disponer de una buena cantidad de piezas de Truchet.

Relacionado con la simetría de los patrones 2×2 existe un interesante teorema del matemático Steven H. Cullinane, a partir del cual diseñó un nuevo rompecabezas, el teorema del diamante. Partimos del patrón D de cuatro diamantes negros sobre un retículo 4×4 (figura 9). Y se considera el grupo G de las 322.560 transformaciones generado por las permutaciones de dos filas cualesquiera del retículo 4×4, las permutaciones de dos columnas cualesquiera o las permutaciones de dos cuadrantes 2×2 cualesquiera. Por ejemplo, si al patrón D le aplicamos la permutación de las columnas del medio, luego la permutación de las filas del medio, después la permutación de los cuadrantes de abajo a la izquierda y de arriba a la derecha y finalmente la permutación de las dos filas exteriores, el resultado es de nuevo simétrico (figura 9).

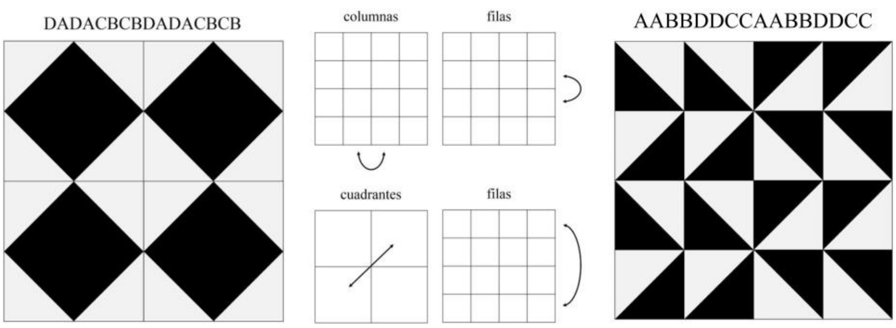

Figura 9. Patrón geométrico inicial D, trasformaciones geométricas y patrón resultado

El *teorema del diamante* dice que todas las imágenes que se obtienen mediante alguna de las 322.560 transformaciones del grupo G, a partir de la figura D, tienen simetría normal (rotacional o especular) o simetría con cambio de color.

Para jugar al denominado *rompecabezas diamante 16* se necesitan las 16 fichas de tipo Truchet y el juego consiste en conectar dos patrones geométricos 4×4 dados, mediante las transformaciones explicadas. Por ejemplo, pasar del patrón D inicial al primer patrón de la figura 10, de este al segundo y de este al último[5].

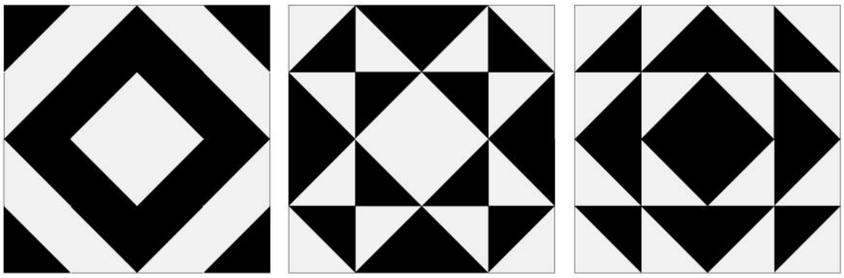

Figura 9. Patrón geométrico inicial D, trasformaciones geométricas y patrón resultado

Vamos a terminar esta sección con un taller que enlaza arte contemporáneo y matemáticas, y que toma como inspiración el trabajo artístico de algunos artistas contemporáneos. Consiste en la realización de diseños de patrones geométricos de diferentes tamaños (puede empezarse con el básico 4×4) utilizando diferentes técnicas: i) los movimientos del teorema del diamante; ii) creación a partir de módulos intermedios, es decir, utilizar patrones 2×2 como módulos a partir de los cuales construir estructuras más complejas, e incluso, ir subiendo en tamaño; iii) el azar, utilizar un dado de cuatro valores, u otro sistema aleatorio, para decidir qué orientación de la baldosa de Truchet elegir en cada posición; iv) familias de permutaciones para aplicar a las filas, empezando en una fila inicial dada, como la permutación péndulo de Paul Klee, la permutación espiral o la permutación del constructivista británico Peter Lowe [Ibáñez 2023]; v) sistemas matemáticos, por ejemplo, una tabla de sumar o de multiplicar, pero reduciendo los números “módulo 4”, para que solo aparezcan los números 0, 1, 2, 3, que asociamos con las cuatro orientaciones (como en el reloj, 4 = 0, 5 = 1, 6 = 2, etc.), o estructuras como los cuadrados latinos o los shidokus; vi) sucesiones cuaternarias de números, que sólo utilizan los números 0, 1, 2 y 3; vii) o cualquier otro sistema que se nos pueda ocurrir (por ejemplo, el artista alemán Tim Stapel ha creado una tipografía con estructuras 2×2 con la que escribe frases que forman la obra). Pueden añadirse las dos baldosas monocolor (gris y negra).

5. Referencias bibliográficas

Ibáñez, R., (2023). *Las matemáticas como herramienta de creación artística*. Los libros de la Catarata/FESPM.

Raúl Ibáñez Torres, raul.ibanez@ehu.es, España**: Matemático, divulgador científico y profesor en la Universidad del País Vasco. Lleva más de 20 años dedicado a la divulgación de la cultura matemática (radio, televisión, artículos, conferencias, exposiciones, talleres, libros, etc). En 2011 recibió el Premio COSCE a la Difusión de la Ciencia.**

[5] En la entrada del Cuaderno de Cultura Científica titulada *Los embaldosados de Truchet y el puzle del diamante* (R. Ibáñez) pueden encontrarse más patrones conectados para jugar con este rompecabezas.