

Cuidado al hacer redondeos

Tenha cuidado ao arredondar

Uldarico Malaspina

| | |
|------------------------|--|
| <p>Resumen</p> | <p>Se presenta un problema que puede ser examinado por/con estudiantes de primaria, que contribuye a reflexionar sobre los casos en que es pertinente hacer una división, pero también un redondeo, por tener que obtener un número entero. También se pone énfasis en la creación de problemas-pre y problemas-pos respecto al problema dado, como retos didáctico-matemáticos; en particular, la creación de “problemas inversos”.</p> <p>Palabras clave: redondeo; resolución de problemas; creación de problemas; problemas inversos.</p> |
| <p>Abstract</p> | <p>A problem is presented that can be examined by/with primary school students, which contributes to reflecting on the cases in which it is pertinent to make a division, but also rounding, due to having to obtain an integer. Emphasis is also placed on the posing of pre-problems and pos-problems respect to the given problem, as didactic-mathematical challenges; in particular, the posing of “inverse problems.”</p> <p>Keywords: rounding; problem solving; problem posing; inverse problems.</p> |
| <p>Resumo</p> | <p>Apresenta-se um problema que pode ser examinado por/com alunos do ensino básico, o que contribui para refletir sobre os casos em que é pertinente fazer uma divisão, mas também um arredondamento, por ter que obter um número inteiro. Ênfase também é colocada na criação de pré-problemas e pós-problemas em relação ao problema em questão, como desafios didático-matemáticos; em particular, a criação de “problemas inversos”.</p> <p>Palavras-chave: arredondamento; resolução de problemas; criação de problemas; problemas inversos.</p> |

1. Problema

Una empresa minera tiene en su planta camiones que pueden transportar hasta 24 toneladas ¿Cuántos viajes de ida y vuelta de camión se requieren, para recoger 270 toneladas de mineral de una mina que está ubicada a 35 km y llevarlas a la planta?

Haremos comentarios y reflexiones a partir de este problema que fue creado y propuesto por el Mag. Enrique Piñeyro Fernández, en un curso-taller que desarrollamos con él y otros colegas, sobre creación de problemas de matemáticas, para profesores de primaria en servicio. La idea es suscitar reflexiones ante situaciones problemáticas en las que la solución debe llevar a un número entero positivo como respuesta final al requerimiento. Si las operaciones realizadas llevan a una expresión decimal, ¿en todos los casos es procedente un redondeo mediante las reglas usuales? (comparando con 5 los dígitos decimales). Una manera de contribuir a estas reflexiones es resolviendo el problema dado y ubicándolo en el marco del enfoque de creación de problemas por variación para crear problemas-pre y problemas-pos respecto al problema. Como ya lo dijimos en artículos anteriores (Malaspina, 2017; Malaspina et al., 2019), un problema-pre respecto a un problema dado es uno que facilita la comprensión y solución de tal problema, y un problema-pos respecto a un problema dado es uno que es más retador que tal problema. En ambos casos, se debe tener en cuenta los aprendizajes que se buscan enfatizar en el problema dado.

Una solución del problema

Como cada camión puede cargar hasta 24 toneladas, es natural asumir que, para minimizar el número de viajes, mientras haya más de 24 toneladas de mineral para transportar, para cada viaje desde la mina, los camiones serán cargados hasta su capacidad máxima de transporte. Entonces, para determinar el número de viajes, se necesita dividir 270 entre 24. Pero 270 entre 24 es 11,25 y es evidente que, en este contexto, no tiene sentido fracciones de viaje. ¿Entonces debemos hacer un redondeo según las reglas usuales? ¿Serían 11 viajes?

Hagamos la división sin pasar a decimales:

$$\begin{array}{r|l} 270 & 24 \\ 30 & \\ 6 & 11 \end{array}$$

Vemos así, que $270 = 11 \times 24 + 6$, lo cual, en el contexto del problema, significa que las 270 toneladas de mineral se pueden repartir, de manera equitativa y máxima, en 11 camiones llenos con 24 toneladas de material cada uno y un camión con las 6 toneladas restantes.

Entonces, las 270 toneladas de mineral se transportan en 11 viajes de camionadas completas (24 toneladas cada una) y un viaje con solo 6 toneladas, lo cual nos dice que en total deben realizarse 12 viajes. Como puede verse, esto no coincide con un redondeo usual del número 11,25, obtenido antes.

2. Problemas-pre respecto al problema dado

La idea de los problemas-pre respecto a un problema dado, es que el profesor cree problemas que faciliten la comprensión y la solución de tal problema,

incidiendo en el aprendizaje que se quiere enfatizar en el problema dado. Damos un par de ejemplos:

Ejemplo 1.

Felipe debe transportar 34 botellas usando cajas con compartimentos, en las que caben a lo más 10 botellas. ¿Cuántas cajas, necesitará Felipe?

En el problema se usa el número 10 pensando en que la división en sí misma no debe ser la dificultad principal. En este caso, $34 \div 10$ es 3,4; pero si se hace mecánicamente el redondeo usual (3,4 se redondearía a 3, por ser 4 menor que 5), se daría una solución errada al problema. Una mirada más detenida al problema; inclusive representando gráficamente las cajas, lleva a concluir que Felipe necesitará 4 cajas: 3 con 10 botellas cada una y 1 con 4 botellas.

Observemos que, si bien el contexto sigue siendo extra matemático, el contexto específico ya no es de transporte de mineral en camiones, como en el problema original, sino de botellas en cajas, con el propósito de presentar una situación que facilite la comprensión del problema y de hacer más evidente, inclusive con representaciones gráficas, que proceder a un redondeo usual luego de hacer una división con decimales, no es el camino correcto de resolución del problema.

Ejemplo 2

Una empresa minera tiene en su planta camiones que pueden transportar hasta 20 toneladas ¿Cuántos viajes de ida y vuelta de camión se requieren, para recoger 124 toneladas de mineral de una mina y llevarlas a la planta?

En este caso, la variación al problema original ha sido cuantitativa (en la información y en el requerimiento), poniendo números que sean más sencillos de operar y sin considerar la distancia de la planta a la mina, que es un dato que podría distraer y no interviene en la solución del problema original.

Para resolverlo también es necesario hacer una división y no hacer un redondeo mecánico. Se divide 124 entre 20, que es 6,2, pero esto no significa que se requerirán 6 viajes sino 7, pues con 6 se trasladarían 120 toneladas de mineral (20 en cada camionada) y para trasladar las 4 toneladas restantes, se requiere un viaje más.

3. Problemas-pos respecto al problema dado

La idea de los problemas-pos respecto al problema dado es que el profesor cree uno o más problemas, que tengan relación con los aprendizajes que se quieren enfatizar en el problema original y que sean más retadores que tal problema.

Ejemplo 3

Una empresa minera tiene en su planta camiones que pueden transportar hasta 24 toneladas. Se requiere recoger 270 toneladas de mineral de una mina que está ubicada a 35 km de la planta ¿Cuánto se gastará en petróleo si el precio del galón de este combustible es 21,50 soles y se sabe que cada galón rinde 32 km?

Observemos que se han hecho modificaciones a la información y al requerimiento del problema inicial. Para resolver este problema, podemos usar ya lo obtenido en el problema inicial, sin hacer mecánicamente un redondeo usual; es decir, que se requerirán hacer 12 viajes de camión, de ida y vuelta. Como la distancia de la planta a la mina es 35 km, en cada viaje de ida y vuelta se recorrerán 70 km; o sea, en total, $12 \times 70 \text{ km} = 840 \text{ km}$. Como cada galón de petróleo rinde 32 km, para determinar el número de galones dividimos 840 entre 32 y así, obtenemos que se requieren 26,25 galones de petróleo. Para saber el gasto total en combustible, multiplicamos 26,25 por 21,50 y obtenemos 564,375 soles. En este último caso sí es pertinente el redondeo usual, pues los pagos se hacen considerando a lo más céntimos de sol. Con esto, afirmamos que el gasto total será de 564,38 soles.

Notar que al obtener que se requieren 26,25 galones de petróleo no ha sido necesario hacer ningún tipo de redondeo, pues tiene sentido hablar de décimos y centésimos de galón.

Algunas preguntas adicionales para nuevos problemas en relación a este problema:

¿Qué pasa si la empresa tiene solo un camión?

¿La solución del problema cambia según el número de camiones, con la misma capacidad, que tenga la empresa?

Otra manera de crear problemas por variación es creando “problemas inversos”; lo cual significa intercambiar – en cierto modo – la información, o parte de ella, con lo obtenido al atender el requerimiento del problema dado. Con esta idea, otro ejemplo de problema-pos respecto al problema dado, es el siguiente:

Ejemplo 4

Una empresa minera tiene en su planta camiones que pueden transportar hasta 24 toneladas. Con estos camiones, fue necesario hacer 12 viajes de ida y vuelta de la planta a la mina para recoger cierta cantidad de mineral. ¿Se puede saber cuántas toneladas de tal mineral, en total, fueron transportados en esos 12 viajes? Justificar la respuesta.

Una respuesta casi inmediata, que puede parecer correcta es decir que sí se puede saber, multiplicando 24 por 12; o sea 288 toneladas; sin embargo, se estaría haciendo un supuesto muy fuerte: que en todos los viajes de regreso de la mina, se recogieron 24 toneladas del mineral y por lo que hemos visto, no necesariamente tuvo que ser así, pues la cantidad de material podría ser insuficiente para cargar completamente un camión en el último viaje. En el problema propuesto, se trataba de 270 toneladas y fue necesario hacer 12 viajes (el último con 6 toneladas de mineral). Así, considerando 11 camionadas completas, se trataría de 264 toneladas

de mineral y para que sea necesario usar un viaje más, la cantidad total de toneladas de mineral tendría que ser mayor que 264 y menor que 288, por lo cual, concluimos que no se puede saber cuántas toneladas del mineral fueron transportados en los 12 viajes.

4. Otros casos para reflexionar el redondeo

A continuación, presentamos casos para pensar en hacer un redondeo, aunque no siempre de la misma manera.

- a) Debo pintar un muro con una pintura que solo venden en galones y según el cálculo hecho, necesito 11,25 galones de pintura. ¿Cuántos galones compro?
- b) Necesito llenar y vender bolsas de 8 kilos de papas cada uno. Si tengo 90 kilos de papas, ¿cuántas bolsas de 8 kilos de papas puedo ofrecer?
- c) Jorge, María, César y Silvia fueron a comer helados. La cuenta fue 45 soles en total. Si decidieron pagar todos la misma cantidad, ¿cuánto pagó cada uno?
- d) En el colegio de Juan disponen de 26,437.50 soles para comprar laptops, todas de la misma marca y modelo. Si cada laptop cuesta 2350 soles, ¿cuántas laptops pueden comprar?

5. Comentarios y reflexiones

Los problemas creados por variación, a partir del problema inicial, muestran la riqueza de ocasiones para desarrollar el pensamiento matemático que se pueden ir creando, al modificar creativamente uno o más de los elementos del problema inicial dado. Esto es mucho más enriquecedor aún, si se hace con los estudiantes, luego de resolver con ellos un problema inicial adecuadamente escogido o creado por el profesor o profesora.

Es muy importante que, como parte de los criterios que debe tener un profesor o profesora al crear problemas, estén el facilitar la comprensión y solución de un problema que al profesor le parezca adecuado para sus estudiantes (crear un problema-pre respecto a tal problema) o el presentar a sus estudiantes un problema más desafiante (problema-pos), en relación al problema inicial.

El problema 4 ha sido creado con la idea de “problema inverso” en la matemática. Como decíamos en un artículo anterior (Malaspina, 2018), “la creación de problemas inversos va más allá de la creación de problemas mediante modificaciones cuantitativas de la información o del requerimiento de un problema dado” y están muy presentes en diversos campos de la ciencia y en la vida diaria; por ejemplo, si una persona tiene cierta enfermedad, presentará determinados malestares; pero si tiene esos malestares, ¿tendrá tal enfermedad? Es muy importante prestar atención a los problemas inversos en el campo de la educación matemática (Martínez, 2011).

Evidentemente, la tarea de creación de problemas tiene que estar en el marco de la realidad socio-educativa en la que se encuentran los estudiantes y el profesor o la profesora. Será fundamental conocer la realidad social y las motivaciones de los

estudiantes y ayudará a refinar los problemas tentativos el conocer el currículo y las competencias y capacidades que se proponen desarrollar en un grado específico, así como tener claros los conocimientos previos que se requieren para entender y resolver los problemas.

El redondeo, presente en los problemas que tratamos en este número, es fundamental en la realidad concreta, y en muchos casos para hacer estimaciones adecuadas, pero – como se destaca en los problemas y situaciones propuestos – hay que tener cuidado para proceder al redondeo adecuadamente.

Como en los números anteriores, con estas reflexiones concluyo *El Rincón de Problemas* de este número de *UNIÓN* e invito a los lectores a *El Rincón Intercreativo*, que continuamos en este número.

Agradezco los comentarios y propuestas que me hicieron llegar, relacionados con el problema del número anterior de *UNIÓN* y los invito a leerlos en este número. También, los exhorto muy amigablemente a que me hagan llegar sus comentarios, propuestas o experiencias, a partir de reflexiones de carácter didáctico o matemático, que se originen en las situaciones, en los problemas o en las soluciones expuestos en este número. Para facilitar la participación de los lectores, dejo algunas preguntas, como un medio de interactuar. Nos dará mucho gusto publicar y comentar lo que me escriban, en el próximo número de *UNIÓN*, como lo estoy haciendo en este número, con lo que me han enviado.

Bibliografía

- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/malaspina.pdf>
- Malaspina, U. (2018). Situaciones, problemas y “problemas inversos”. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 53, 183 -189. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/320/148>
- Malaspina, U., Torres, C., & Rubio, N. (2019). How to stimulate in-service teachers' didactic analysis competence by means of problem posing. En P. Liljedahl, y L. Santos-Trigo (Eds.), *Mathematical Problem Solving*. (pp. 133 -151) Suiza: Springer.
- Martínez, V. (2011). Problemas inversos: los casi olvidados de la Matemática Educativa. *ALME* 24, 439 - 447. <https://core.ac.uk/download/pdf/33251503.pdf>

ULDARICO MALASPINA JURADO. Doctor en Ciencias, Profesor Emérito de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP); Director Fundador del Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas en la PUCP (IREM-PUCP); Director Fundador de la revista Pro-Mathematica del Departamento de Ciencias de la PUCP; Presidente de la Comisión de Olimpiadas de la Sociedad Matemática Peruana; Académico de Número de la Academia Nacional de Ciencias del Perú; Premiado por el Estado Peruano con las Palmas Magisteriales en el grado de Amauta (el más alto); Profesor Honorario de la Universidad Nacional de Tumbes; Doctor Honoris Causa por la Universidad Nacional de Huancavelica. umalasp@pucp.edu.pe