

GeoGebra y su utilidad en la construcción de material didáctico

Marco Vinicio Vásquez Bernal
 María José Matailo Alvarado

| | |
|------------------------|--|
| <p>Resumen</p> | <p>Aprender matemáticas es un reto significativo debido a la dificultad de asimilar conceptos no memorizables. Los currículos modernos, como el de Ecuador, exigen perfiles de salida con valores de justicia, solidaridad e innovación. GeoGebra, un software educativo innovador, facilita la democratización del aprendizaje por su uso amigable y versatilidad. La actividad educativa propuesta utiliza GeoGebra para entender el área de un triángulo mediante la construcción de "LocArea", un rompecabezas de madera que forma un rectángulo y seis triángulos distintos. Este enfoque lúdico e innovador permite comprender que el área de un triángulo equivale al producto de su base por la mitad de su altura.</p> <p>Palabras clave: GeoGebra, matemáticas, didáctica, área de triángulo</p> |
| <p>Abstract</p> | <p>Learning mathematics is a significant challenge due to the difficulty of assimilating non-memorizable concepts. Modern curricula, such as Ecuador's, demand exit profiles with values of justice, solidarity, and innovation. GeoGebra, an innovative educational software, facilitates the democratization of learning due to its user-friendliness and versatility. The proposed educational activity uses GeoGebra to understand the area of a triangle through the construction of "LocArea," a wooden puzzle that forms a rectangle and six different triangles. This playful and innovative approach helps students understand that the area of a triangle is equal to the product of its base times half of its height.</p> <p>Keywords: GeoGebra, mathematics, didactics, area of triangle</p> |
| <p>Resumo</p> | <p>Aprender matemática é um desafio significativo devido à dificuldade de assimilar conceitos não memorizáveis. Os currículos modernos, como o do Equador, exigem perfis de saída com valores de justiça, solidariedade e inovação. O GeoGebra, um software educacional inovador, facilita a democratização da aprendizagem por meio de sua facilidade de uso e versatilidade. A atividade educacional proposta usa o GeoGebra para entender a área de um triângulo por meio da construção do "LocArea", um quebra-cabeça de madeira que forma um retângulo e seis triângulos diferentes. Essa abordagem lúdica e inovadora permite entender que a área de um triângulo é igual ao produto de sua base pela metade de sua altura.</p> <p>Palavras-chave: GeoGebra, matemática, didática, área de um triângulo</p> |

1. Introducción

Aprender matemáticas se ha convertido en uno de los retos más significativos que deben superar los estudiantes para culminar sus estudios. La asimilación de conceptos matemáticos genera conflictos que van más allá de las preocupaciones generales sobre el aprendizaje, ya que su comprensión no puede lograrse simplemente mediante la memorización y la repetición de procesos sistematizados. Esto es especialmente relevante cuando las nuevas versiones de los currículos exigen que los estudiantes desarrollen perfiles de egreso articulados con una ciudadanía crítica y reflexiva. Por ejemplo, el currículo oficial de Ecuador establece que el perfil de egreso del bachiller debe caracterizarse por su formación en valores de justicia, solidaridad e innovación. Esto implica que las propuestas educativas deben ir más allá de la simple acumulación de información o destrezas.

Cabe entonces preguntarse: ¿cómo puede el docente de matemáticas contribuir a esa formación en valores que se propone? Autores como Witzel (2005) explican que enseñar a los estudiantes utilizando objetos concretos, representaciones pictóricas y finalmente notaciones abstractas se conoce como la secuencia de instrucción concreto-representacional-abstracto (CRA). El CRA es un proceso de aprendizaje en tres etapas en el que los estudiantes comienzan manipulando físicamente objetos concretos, luego pasan a usar representaciones pictóricas de esas manipulaciones y, finalmente, resuelven problemas usando notaciones abstractas. Esta metodología no solo facilita la comprensión de conceptos abstractos, sino que también promueve el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y reflexivo.

En este sentido, y considerando que la virtualidad y las herramientas digitales nutren e invaden cada día más todas las áreas del quehacer humano, incluida la educativa, es preciso establecer procesos que incorporen las bondades de estas herramientas en los procesos educativos, cuidando que no se genere ni una dependencia ni una jerarquización en torno a su uso. GeoGebra, como software educativo, potencia la democratización del aprendizaje y ha logrado una amplia difusión gracias a sus características de uso amigable, acción dinámica, portabilidad y acceso gratuito. Su versatilidad permite que el docente asuma el nuevo rol de facilitador en la construcción del conocimiento, superando la función de mero transmisor de información.

El objetivo de esta propuesta es utilizar GeoGebra como un apoyo para que el docente desarrolle su labor con mayor efectividad y rapidez. Sin embargo, la versatilidad de esta herramienta permite usos de mayor trascendencia, que respetando las fases del aprendizaje de las matemáticas, permitan una construcción de conocimiento personalizada y reflexiva.

2. Propuesta

En base a lo indicado, se ha ideado una actividad educativa para el entendimiento completo del concepto del área de un triángulo, un concepto fundamental para la comprensión de la geometría en general. Este concepto debe ser asimilado como tal y no como una simple fórmula. Para potenciar las características de GeoGebra, se ha construido un rectángulo que permite desarrollar una construcción denominada LocArea, compuesta por 21 áreas pequeñas que, según distintas ubicaciones, pueden formar ya sea un rectángulo o seis triángulos

distintos, teniendo como condición que las siete figuras contienen un mismo lado, al que se puede considerar como la base de las figuras.

Esta construcción puede encontrarse en el repositorio de GeoGebra bajo el enlace <https://www.geogebra.org/m/nra45rqx>

La construcción geométrica muestra las siete figuras dependiendo del valor que se asigne a un contador denominado "co", que está definido para tomar valores enteros del uno al siete. Así, cuando a "co" se le asigna el valor de 1, las veintiuna figuras forman un rectángulo, y si se le asigna valores de 2 a 7 se formarán distintos triángulos.

Para construir la LocArea en material tangible, se imprimirá el rectángulo de la figura 1, identificando cada una de las 21 figuras pequeñas con unas dimensiones adecuadas para su réplica en material concreto. El material escogido en este caso es la madera, lo que permitirá reproducir la LocArea en forma de un rompecabezas de 21 piezas de madera. Con estas 21 piezas es posible construir ya sea un rectángulo o seis triángulos distintos, todos ellos con igual base y, como se forman con las mismas piezas, todos ellos de igual área.

Este enfoque permite entender, en un ambiente de interés y alegría, las relaciones entre el rectángulo y los seis triángulos, principalmente el concepto de que el área de un triángulo cualquiera equivale al producto entre su base y la mitad de su altura. Un ángulo cualquiera equivale al producto entre su base y la mitad de su altura.

3. Propuesta didáctica

Objetivo:

Entender el concepto del área de un triángulo.

Destrezas a desarrollar:

- Comprensión de la expresión $A = \frac{b \times h}{2}$
- Pensamiento espacial
- Entender el concepto de área de una figura geométrica

El diseño de LocArea se sujeta a los siguientes principios:

- Construcción de conocimiento
- Respeto de las singularidades del estudiante
- Aprender jugando (lúdico)
- Valor práctico de los conceptos matemáticos

3.1. Estructura propuesta

Esta propuesta consta de un componente físico, que puede construirse en madera o en cartulina, y un componente operativo.

3.2. Componente físico

Consiste en un rectángulo dividido en 21 piezas (Figura 1), mismas que al ser reubicadas pueden formar diversos triángulos cuya base coincide con el lado mayor

del rectángulo y cuya altura es el doble de la longitud del lado menor del rectángulo. La premisa fundamental es que, como todas las piezas conforman cualquiera de los triángulos o el rectángulo, las áreas de estas figuras son iguales a pesar de las distintas formas (Figura 2).

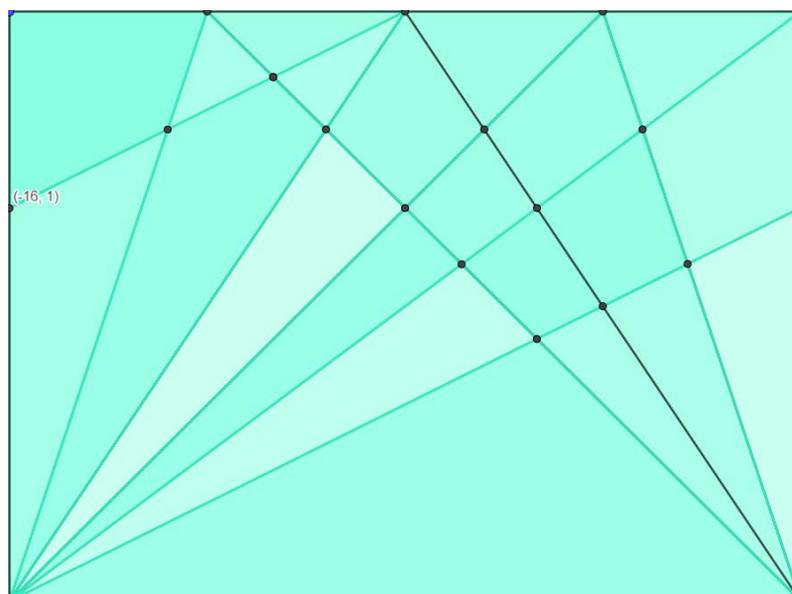


Figura 1. LocArea
Fuente: Elaboración propia (2024)

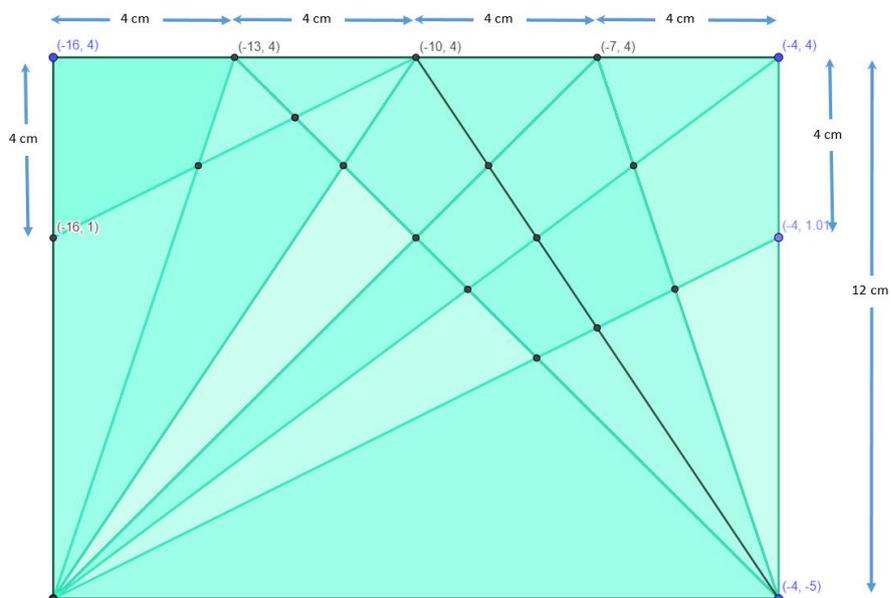


Figura 2. Diseño del LocArea
Fuente: Elaboración propia (2024)

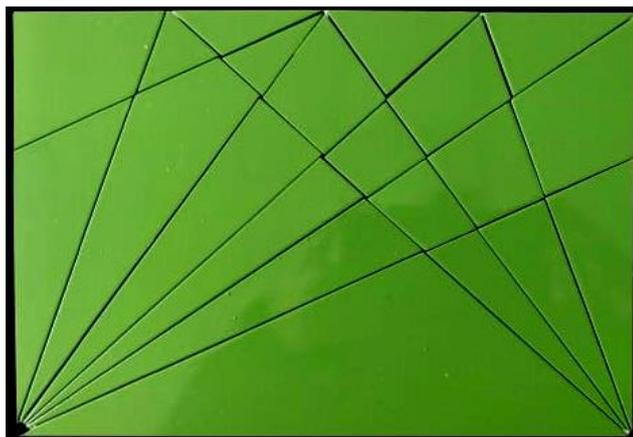


Figura 3. Las 21 piezas de madera del LocArea ubicados para formar un rectángulo
Fuente: Elaboración propia (2024)



Figura 4. 21 piezas que conforman el LocArea diseñado en madera.
Fuente: Elaboración propia (2024)

Para construir las 21 piezas, se debe basar en el diseño presentado en la figura 2, con las dimensiones indicadas, teniendo en cuenta que si se mantiene la relación entre las dimensiones, el resultado será igual de válido y cumplirá con el objetivo planteado.

3.3. Resultados posibles

- Moviendo las 3 piezas que conforman el área A y las 10 piezas que conforman el área B a A1 y B1 respectivamente se forma el triángulo obtuso de color rojo (Figura 5) cuya base coincide con el lado mayor del rectángulo y cuya altura es el doble de la longitud del lado menor del rectángulo ya que se acumula la altura del triángulo B que coincide con la longitud del lado menor del rectángulo.

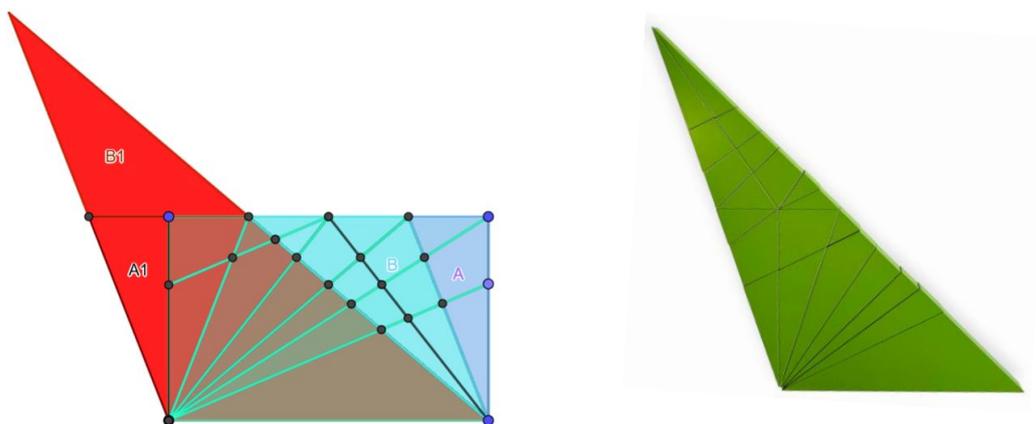


Figura 5. Triángulo obtuso que surge de mover las áreas A y B diseñado en GeoGebra y en madera¹

Fuente: Elaboración propia (2024)

- b) Moviendo las 7 piezas que conforman el área C a C1 se forma el triángulo rectángulo de color celeste (Figura 6) cuya base coincide con el lado mayor del rectángulo y cuya altura es el doble de la longitud del lado menor del rectángulo ya que se acumula la altura del triángulo C que coincide con la longitud del lado menor del rectángulo.

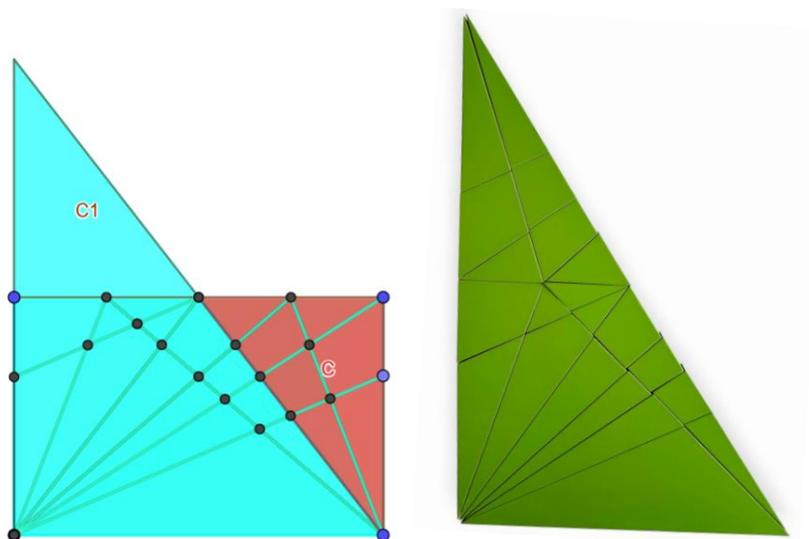


Figura 6. Triángulo obtuso que surge de mover el área C diseñado en GeoGebra y en madera²

Fuente: Elaboración propia (2024)

- c) Moviendo las 2 piezas que conforman el triángulo D y las 3 piezas que conforman el triángulo E a D1 y E1 se forma el triángulo isósceles de color amarillo (Figura 7) cuya base coincide con el lado mayor del rectángulo y cuya altura es el doble de la longitud del lado menor del rectángulo ya que se acumula la altura de los triángulos D y E que coinciden con la longitud del lado menor del rectángulo.

¹ En color verde se evidencian las piezas de madera del LocArea ubicadas para formar un triángulo obtuso inclinado a la izquierda

² Piezas de madera del LocArea ubicadas para formar un triángulo rectángulo inclinado a la izquierda.

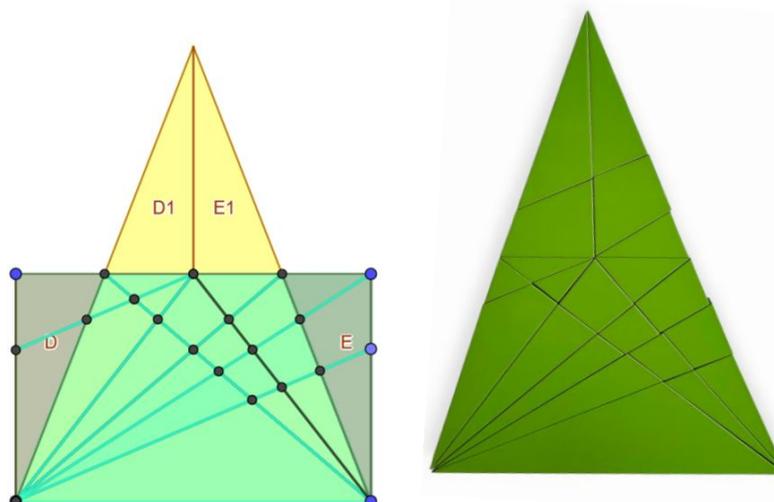


Figura 7. Triángulo isósceles que surge de mover las áreas D y E diseñado en GeoGebra y en madera³

Fuente: Elaboración propia (2024)

- d) Moviendo las 6 piezas que conforman el triángulo F a F1 se forma el triángulo rectángulo de color celeste (Figura 8) cuya base coincide con el lado mayor del rectángulo y cuya altura es el doble de la longitud del lado menor del rectángulo ya que se acumula la altura del triángulo F que coincide con la longitud del lado menor del rectángulo.

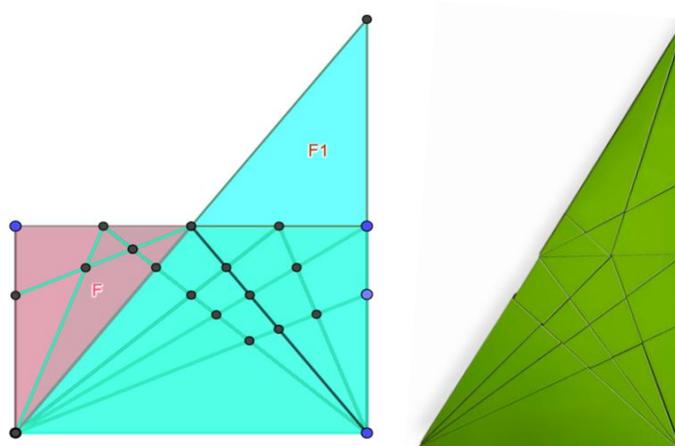


Figura 8. Triángulo rectángulo que surge de mover el área F diseñado en GeoGebra y en madera⁴

Fuente: Elaboración propia (2024)

- e) Moviendo las 2 y 7 piezas que conforman los triángulos G y H a G1 y H1, respectivamente, se forma el triángulo obtuso de color rojo (Figura 9) cuya base coincide con el lado mayor del rectángulo y cuya altura es el doble de la longitud del lado menor del rectángulo ya que se acumula la altura del triángulo H que coincide con la longitud del lado menor del rectángulo.

³ Piezas de madera del LocArea ubicadas para formar un triángulo isósceles.

⁴ Piezas de madera del LocArea ubicadas para formar un triángulo rectángulo inclinado a la derecha.

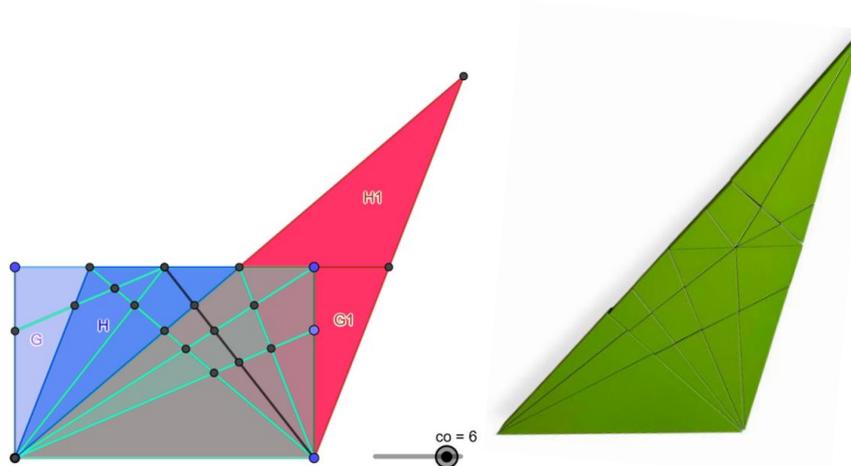


Figura 9. Triángulo rectángulo que surge de mover el área F diseñado en GeoGebra y en madera⁵
Fuente: Elaboración propia (2024)

- f) Moviendo las 10, 4 y 3 piezas que conforman las figuras I, J y K hacia I1, J1 y K1, respectivamente se forma el triángulo obtuso de color verde (Figura 10) cuya base coincide con el lado mayor del rectángulo y cuya altura es el doble de la longitud del lado menor del rectángulo ya que se acumula la altura del triángulo que se forma al juntar las áreas de los triángulos J y K que coincide con la longitud del lado menor del rectángulo.

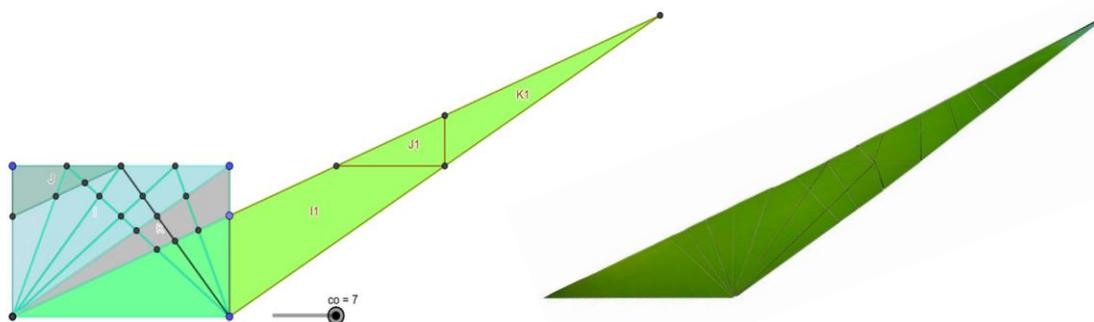


Figura 10. Triángulo obtuso que surge de mover el área I, J y K diseñado en GeoGebra y en madera⁶
Fuente: Elaboración propia (2024)

3.4. Componente operativo

Esta propuesta se sujeta a lo lúdico para su desarrollo operativo, ya que los resultados (construcción de diversos triángulos) se van dando únicamente en

⁵ Piezas de madera del LocArea ubicadas para formar un triángulo obtuso inclinado a la derecha.

⁶ Piezas de madera del LocArea ubicadas para formar un triángulo obtuso, significativamente inclinado a la derecha.

función de la manipulación de las piezas y el interés del participante por lograr esas construcciones.

4. Conclusiones

GeoGebra permite construir material concreto para que el aprendizaje de los conceptos matemáticos sea significativo. La LocArea permite que el usuario interiorice el concepto de área de formas geométricas. El área de un rectángulo es equivalente a la de cualquier triángulo que tenga como base una longitud igual a la de uno de los lados del rectángulo y como altura una longitud igual al doble de la longitud del otro lado del rectángulo. La expresión $A = \frac{b \cdot xh}{2}$, que permite calcular el

área de un triángulo, es una relación respecto al área del rectángulo que lo contiene, donde uno de los lados respectivos coinciden en magnitud, y la relación es de 1 a 2.

Bibliografía

Witzel, B. S. (2005). Using CRA to teach algebra to students with math difficulties in inclusive settings. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 3(2), 49-60.
<https://eric.ed.gov/?id=EJ797683>

Primer autor: Vásquez Bernal Marco Vinicio: Ecuatoriano, Matemático, Especialista en Docencia Universitaria, Magister en Investigación Educativa, PhD en Educación. Cargos: Coordinador de Perfeccionamiento de la Academia y Docente investigador de la UNAE, Director de Instituto Ecuatoriano de GeoGebra, Director del Grupo de Investigación Eureka 4i. Autor de las propuestas pedagógica: Taptana Cañari y el valor de la Solidaridad, Memoretos una forma amigable de enseñar matemáticas.

Segundo autor: Matailo Alvarado María José: Nacida el 24 de agosto de 1997 en el cantón Sigsig, provincia del Azuay. Actualmente reside en Cuenca, Ecuador. Desde octubre de 2022, se desempeña como técnico docente en la Universidad Nacional de Educación (UNAE), en la carrera de Educación Básica, y brinda apoyo a la Coordinación de Perfeccionamiento de la Academia. Además, pertenece al grupo de investigación Eureka 4i, desde donde ha impulsado investigaciones relacionadas con los Memoretos y la construcción de material didáctico concreto.