

**EL RINCÓN INTERCREATIVO. NÚMERO 72**

**O CANTO INTERCRIATIVO. NÚMERO 72**

**THE INTERCREATIVE CORNER. NUMBER 72**

**Uldarico Malaspina; Esteban Paulino Jimenez; Manuel Villarán; Astrid Cortez Yataco**

**Reacciones al problema del número anterior.**

El problema del número anterior fue:

*Examinar si es verdad que todo número natural divisible por 6 es también divisible por 4.*

El problema fue creado en forma dialogada entre dos profesores de primaria en formación, a partir de la siguiente situación:

La profesora María trabaja con sus estudiantes formando grupos colaborativos que tienen el mismo número de integrantes. Algunas veces forma grupos de 6 y otras, grupos de 4. En ambos casos, ningún estudiante se queda sin grupo.

**Comentarios de Esteban Paulino Jiménez**

El artículo del Dr. Uldarico Malaspina en la revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN N° 71, presenta un enfoque interesante y pedagógicamente enriquecedor sobre la creación de problemas matemáticos, específicamente relacionados con la divisibilidad. La estructura del diálogo entre los profesores de primaria en formación permite visibilizar las fases del proceso creativo en la formulación de problemas, partiendo de situaciones extra-matemáticas hacia un contexto intra-matemático más abstracto. Este enfoque es valioso para la formación docente, ya que promueve el desarrollo de habilidades para conectar la matemática con situaciones reales, facilitando su enseñanza de manera significativa.

La progresión presentada en los problemas, especialmente el tercero, subraya un aspecto esencial en el aprendizaje matemático: la importancia del contraejemplo. Este recurso no solo fomenta la comprensión profunda de los conceptos matemáticos, sino que también desarrolla el pensamiento crítico y la capacidad de argumentación en los estudiantes. Además, la idea de explorar preguntas generales a partir de contextos particulares amplía el horizonte del problema, incentivando la

creatividad y la generalización, habilidades fundamentales en la resolución de problemas.

Por último, el ejemplo de la profesora María y sus grupos colaborativos es un caso práctico excelente. No solo ilustra la aplicabilidad de la teoría de divisibilidad, sino que también conecta con estrategias didácticas como el trabajo en equipo, ofreciendo una herramienta doblemente útil para los futuros docentes: por un lado, un problema matemático rico en aprendizaje y, por otro, una actividad que fomenta habilidades sociales y colaborativas.

La solución general del problema planteado en el artículo requiere abordar el tema desde el punto de vista de la divisibilidad y el mínimo común múltiplo (MCM). El problema plantea que el número de estudiantes que tiene la profesora María es divisible tanto por 6 como por 4, ya que, al formar grupos de cualquiera de estos tamaños, ningún estudiante queda sin grupo. Esto implica que el número total de estudiantes debe ser un múltiplo común de 6 y 4.

- El número total de estudiantes puede ser cualquier múltiplo de 12; es decir,

$N = 12k$ , donde  $k$  es un número entero positivo.

- Sin información adicional (como el rango posible de estudiantes o algún límite superior), no es posible determinar con certeza el valor exacto de  $N$ , pero sabemos que  $N$  pertenece al conjunto de múltiplos de 12.

Este problema puede ser extendido para plantear preguntas más generales. Por ejemplo: ¿Qué sucede si los tamaños de los grupos son diferentes a los dados en el problema?

Además, si se introducen restricciones adicionales (como que el número de estudiantes esté dentro de un intervalo específico), se puede reducir el conjunto de posibles soluciones.

### **Comentarios de Manuel Villarán Paredes**

La manera en que se describe el proceso colaborativo de creación de problemas me llevó a reflexionar sobre cómo, en muchas ocasiones, resolvemos problemas creados por otros, contextualizados en realidades ajenas a la de nuestros estudiantes, o nos limitamos a resolver ejercicios de aplicación sin aprovechar el entorno para realizar modelamientos significativos. El enfoque dado en el artículo resalta la empatía y las emociones compartidas en el diálogo entre profesores, lo que enriquece la sesión de clase. Estoy convencido de que, si logramos involucrar a los estudiantes en este proceso creativo, su motivación hacia el curso de matemáticas aumentaría considerablemente.

El tema de la divisibilidad es ideal para proyectos interdisciplinarios. Su artículo me hizo pensar en cómo las recientes olimpiadas deportivas del colegio pudieron haber servido para explorar este concepto. Por ejemplo, al formar equipos con diferentes números de integrantes: equipos de 5 para el básquet, de 4 para las postas 4x100, de 2 para el frontón, o de 6 para el fulbito y el vóley. Incluso, en deportes mixtos

como el vóley, donde los equipos deben incluir un mínimo de 2 mujeres, se pueden plantear situaciones más complejas. También se podrían haber diseñado problemas que no solo impliquen múltiplos exactos, sino también trabajen con residuos. Por ejemplo: "En una promoción, cada vez que se forman equipos de 2, 3, 4, 5, 6, 10 o 12 integrantes, siempre sobra un estudiante. ¿Cuántos integrantes tiene dicha promoción si no hay más de 100 estudiantes en cada promoción?" Este tipo de situación permite destacar la importancia del número 60 como el menor número altamente compuesto.

A propósito del número 60, su riqueza matemática ofrece la posibilidad de trabajar un proyecto interdisciplinario con el área de Ciencias Sociales; se podría investigar por qué los babilonios lo usaron como base de su sistema de numeración y su relación con los  $360^\circ$  o con la medición del tiempo. También sería interesante explorar cómo los egipcios y los mayas emplearon conceptos de divisibilidad en sus sistemas de numeración. En Biología, podría analizarse su conexión con la genética o los ciclos de ciertas especies que siguen patrones basados en números primos. Por ejemplo: Un tipo de cigarra emerge cada 13 años y otro cada 17 años. Si ambas emergieron este año, ¿en cuántos años volverán a coincidir? ¿Qué ocurre si añadimos una especie que emerge cada 19 años?

Por último, respecto a las proposiciones del tipo "todo A es B", recordé frases comunes durante las olimpiadas escolares, como: "Todos los futbolistas descuidan sus estudios" o "Todos los basquetbolistas son responsables". Estas generalizaciones suelen generar una rápida reacción de los estudiantes al encontrar contraejemplos entre sus compañeros, lo cual planeo usar en el futuro para introducir la importancia del contraejemplo en matemáticas y conectar esta idea con la validación de conceptos o para refutar proposiciones.

Agradezco sinceramente la publicación del artículo en mención y la oportunidad de reflexionar sobre estas ideas. Sus propuestas son una fuente de inspiración para dedicarnos un poco más a la creación de problemas y vincularlas con las experiencias de los estudiantes.

### **Comentarios de Astrid Cortez Yataco**

El artículo plantea casos para examinar la relación entre las expresiones "un número es divisible por" y "un número es múltiplo de". Podemos decir que hay una relación recíproca. Por ejemplo:

12 es divisible por 4 porque  $12/4=3$ ; pero también decimos que 12 es un múltiplo de 4 porque  $4 \times 3$  es 12. Por otra parte, si 12 es múltiplo de 4, entonces 12 es divisible por 4. Divisibilidad y múltiplo son como las dos caras de una moneda.

En el trabajo con estudiantes es necesario vincular esta relación de la divisibilidad y múltiplo ya que para los estudiantes es más fácil trabajar con la noción de múltiplo y podrían no relacionar los dos conceptos. Esto, personalmente me lleva a la pregunta: ¿cuán importante será precisar esta relación con mis estudiantes? ¿Cuántos hubieran acertado con la respuesta a la pregunta del problema 3?

Considero que los problemas intra matemáticos del artículo (el 3 y el 3') son interesantes para hacer pensar matemáticamente, pero sería preferible trabajar primero con los estudiantes de primaria problemas como el 1 y el 2, de contexto extra matemático, y luego pedirles:

- Examina si es verdad que todo número natural múltiplo de 6 es también múltiplo de 4.

Hecho esto, pedirles

- Examina si es verdad que todo número natural divisible por 6 es también divisible por 4.

¿Podremos responder lo mismo en ambos casos? o ¿cuál es su relación?

Los estudiantes, trabajando en grupos, podrían llegar a hacer listas como las siguientes

Divisibles por 6: 6,12,18,24,30,36, ...

Divisibles por 4: 4,8,12,16,20,24,28,32,36, ...

Y observándolas, darse cuenta que hay números divisibles por 6 que no son divisibles por 4, como el 18, el 30, inclusive el mismo 6. Y que también hay números que están en ambas listas; o sea que hay algunos, pero no todos, que son divisibles por 6 y también divisibles por 4, como el 12, el 24 y el 36.

Me queda la inquietud de trabajar estos problemas en el aula, con mis estudiantes.

## Anexo

*El Rincón Intercreativo*, como su nombre lo sugiere, nace con el propósito de hacer más explícito nuestro deseo de interactuar con los lectores, y que esa interacción sea también creativa, en el sentido de comunicarnos ideas, propuestas, reflexiones, etc., a partir del problema o de la situación expuestas en el artículo de *El Rincón de Problemas*, correspondiente a cada número de esta revista. Tales comunicaciones pueden ser:

- a) Comentarios y sugerencias. (Puntos de vista que complementan lo dicho en el artículo, o que manifiestan concordancias o discrepancias. Todos son bienvenidos.)
- b) La creación de un nuevo problema. (Me envían el texto de tal problema y, preferentemente, una solución o líneas generales para resolverlo.)

- c) El desarrollo de actividades con estudiantes o con colegas. (Me envían una breve narración de la actividad—que podría ser un juego —y, preferentemente, algunos comentarios de lo realizado.)
- d) Respuesta(s) a alguna(s) de la(s) pregunta(s) que se formula(n), específicamente, en este número.

Lo que envíen, también puede ser algo relacionado con un problema o situación expuestos en números anteriores de UNIÓN. Ciertamente, les agradeceremos mencionar el número del caso. Más aún, si tienen alguna experiencia con estudiantes o con colegas, relacionadas con creación de problemas nos gustará que se animen a hacernos llegar sus relatos.

### Para intercrear sobre el problema de este número.

A continuación, copio las preguntas relacionadas con el problema y las soluciones expuestas en el artículo “**Explorando reparticiones, divisiones y residuos a partir del resultado de un juego con canicas**” en *El Rincón de Problemas* de este número. Recordemos que el problema es:

*Felipe y Saúl jugaron con sus canicas. Felipe tenía 43 canicas y, al terminar el juego, Saúl le ganó cierta cantidad de ellas. Ahora, ambos amigos tienen la misma cantidad de canicas. Felipe reparte en partes iguales, entre sus 4 amigos, todas las canicas que le quedan, y le sobran 2 canicas. Saúl también reparte todas sus canicas en partes iguales entre sus 3 amigos y, curiosamente, también le sobran 2 canicas.*

*¿Se puede determinar con precisión, cuántas canicas perdió Felipe, jugando con Saúl?*

Por cierto, la comunicación no necesariamente debe ser sobre alguna de las siguientes preguntas; las escribo solo para considerar algunas posibilidades:

- i) ¿Qué aprendizaje considera usted que más se refuerza, en relación a la división de números naturales, al resolver el problema de este artículo?
- ii) ¿Qué problema(s) crearía usted para que, al resolverlo, sus estudiantes puedan comprender mejor y resolver el problema de este artículo?
- iii) ¿Es verdad que todo número que es divisible por 3 y por 4 es también divisible por 12? ¿Cómo justifica su respuesta?
- iv) ¿Cómo sería un problema de contexto intra matemático que requiera hacer un análisis parecido al hecho para resolver el problema de este artículo?

- v) ¿Qué experiencia con estudiantes podría contarnos, relacionada con la resolución o la creación de un problema sobre división de números naturales?

Agradeceremos que los lectores nos envíen sus comunicaciones, a más tardar el 28/02/2025.

Deben ser enviadas en un mensaje por correo electrónico a [umj.union@gmail.com](mailto:umj.union@gmail.com) Si prefieren, pueden enviar un documento breve, como archivo adjunto, usando Word, Arial 12 y página de tamaño A4.

¡Esperamos y agradecemos anticipadamente sus comunicaciones intercreativas!