UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 61. Abril 2021
Páginas 1-17

http://www.fisem.org/www/index.php
https://union.fespm.es/index.php/UNION

Teoria das Situações Didáticas no Ensino de Geometria Plana: o caso da Olimpíada Internacional de Matemática e o auxílio do *software* GeoGebra

Paulo Vitor da Silva Santiago, Francisco Regis Vieira Alves

Fecha de recepción: 30/12/2020
Fecha de aceptación: 13/04/2021

Resumen	Este trabajo presenta una propuesta didáctica basada en situaciones problemáticas, concebida por cuestiones relacionadas con la Geometría y procedente de la Olimpíada Internacional de Matemáticas (OMI). El objetivo de este trabajo es presentar como la dialéctica de la Teoría de Situaciones Didácticas: acción, formulación, validación e institucionalización, puede ayudar en la enseñanza de los problemas matemáticos de la OMI. Por último, se hace hincapié en el uso del *software* GeoGebra como herramienta para la elaboración de ejemplos matemáticos y la resolución de problemas de situaciones sobre el contenido de la geometría plana. **Palabras clave**: Teoría de Situaciones Didácticas; Enseñanza de las Matemáticas; OMI; GeoGebra; Geometría del Plano.
Abstract	This work presents a pedagogical didactic proposal based on problem situations, conceived by issues related to Geometry and coming from the International Mathematics Olympiad (IMO). The objective of this work is to present how the dialectics of the Theory of Didactic Situations: action, formulation, validation and institutionalization, can help in the teaching of mathematical problems of the IMO. Finally, the use of GeoGebra *software* is emphasized as a tool for the elaboration of mathematical examples and resolution of situations problems on the content of plane geometry. **Keywords**: Theory of Didactic Situations; Teaching of Mathematics; IMO; GeoGebra; Plane Geometry.
Resumo	Este trabalho apresenta uma proposta didática baseada em situações problemas, concebidas por questões relacionadas a Geometria e advindos da Olímpiada Internacional de Matemática (IMO). O objetivo deste trabalho é apresentar como as dialéticas da Teoria das Situações Didáticas: ação, formulação, validação e institucionalização, podem auxiliar para o ensino de problemas matemáticos da IMO. Por último, enfatiza-se o uso do *software* GeoGebra como ferramenta para a elaboração de exemplos matemáticos e resolução de situações-problema sobre o conteúdo de geometria plana. **Palavras-chave:** Teoria das Situações Didáticas; Ensino de Matemática; IMO; GeoGebra; Geometria plana.

1. Introdução

A Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) vem se consolidando ao longo das últimas competições com categorias de problemas matemáticos divididos em quatro tópicos: Álgebra, Combinatória, Geometria e Teoria dos números. A (IMO) proporciona uma participação cada vez maior de 'competidores' e, por conseguinte, um grande envolvimento de vários países e de 'professores olímpicos' na preparação desses participantes, buscando uma conquista de resultados das competições estaduais e nacionais. Para participar pela primeira vez na (IMO), o país encaminha um pedido à sociedade de Matemática ou o Ministro da Educação deve realizar uma solicitação formal e encaminhar observadores ao primeiro certame após o pedido.

Ao examinar o papel dos competidores, os resultados mostram que os jovens precisam desenvolver habilidades diferenciadas, que possibilitem nivelar a criatividade necessária para atravessar os desafios apresentados nas situações problemas de matemática da (IMO). Esses problemas mostram vários aspectos matemáticos, procurando o máximo de conhecimento e raciocínio dos competidores para apresentarem a solução correta.

Dessa forma, percebe-se a relevância social e científica em agregar uma metodologia de ensino que unifique as práticas docentes aos saberes dos alunos competidores. Para exemplificar, recordamos, a seguir, as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (Brasil, 2018, p. 265).

Não obstante, como aponta Alves (2020, 2021), o estilo e a cultura matemática característica das Olimpíadas de Matemática não pode desconsiderar ou negligenciar o estudante, não necessariamente competidor, bem como, a possibilidade de influenciar e catalisar o engajamento de cada vez mais um número maior de professores de Matemática, a incorporação e domínio de uma abordagem própria e característica da (IMO).

Dessa forma, com o propósito de fundamentar algumas vertentes da abordagem didática das situações-problema de matemática para a (IMO) e estimular uma maior participação de estudantes e professores de Matemática, apresentam-se os princípios da Teoria das Situações Didáticas (TSD), incrementados a referida questão, dentro de um pensamento didático que tem como objetivo, promover uma discussão de elementos norteadores a serem incorporados à prática do professor de matemática, no âmbito do ensino da (IMO).

De acordo coma descrição de Chevallard (2013, p. 6), "devemos procurar compreender não só a resolução do aluno à pergunta e a resolução do professor para a atitude do aluno", mas analisar quais aspectos o professor, na ocasião, "irá declarar tanto sobre o comportamento do aluno como da sua própria conduta em face dele" (Chevallard, 2013, p. 6). É atribuição da pedagogia, averiguar se as mudanças apresentadas revelam aspectos experimentais e intuitivos que busquem aproximá-los da teoria do saber científico.

Diante dessa asserção, verifica-se como o software GeoGebra pode ser implementado em sala de aula para possibilitar a construção do conhecimento sobre a geometria plana, referente ao tópico de quadriláteros. Portanto, os professores vivenciam na sua formação alguns conceitos de tecnologia no ensino de matemática, aplicando aos alunos que realizam as atividades matemáticas no formato tradicional do ensino.

Há de se ressaltar que essa área do saber apresenta uma responsabilidade essencial na formação de sujeitos, pois, proporciona uma "interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais ampla das ideias e uma visão geral mais equilibrada da Matemática" (Lorenzato, 1995). Dessa maneira, a Geometria destacada por Fainguelernt (1995), tem um "papel fundamental no ensino, sendo o responsável pela dinâmica das estruturas mentais na passagem de informações concretas e experimentais para os seguimentos de abstração e generalização. " Daí a relevância de trabalho com objetos bidimensionais ou tridimensionais e sua representação por rabiscos, desenhos e formas estruturadas, que o GeoGebra pode proporcionar aos estudantes por meio de suas janelas 2D e 3D.

Desse modo, acredita-se ser esse um dos motivos que contribuem para que os alunos busquem transpor obstáculos em situações-problema em que o uso de fórmulas não sejam o suficiente para chegar à conclusão da resposta. Dentre os conteúdos ensinados aos estudantes de forma mecanizada, o assunto de figuras planas é um dos que causa maior equívoco. Almouloud (et al., 2004), destaca alguns pontos que:

> Em relação à formação dos professores, esta é muito precária quando se trata de geometria, pois os cursos de formação inicial não contribuem para que façam uma reflexão mais profunda a respeito do ensino e da aprendizagem dessa área da matemática. Por sua vez, a formação continuada não atende ainda aos objetivos esperados em relação à geometria (Almouloud, et al., 2004, p. 99).

Assim, a geometria plana é conteúdo essencial do currículo escolar de Matemática, tanto no Ensino Fundamental I e II quanto no Ensino Médio e, portanto, precisa ser trabalhada com mais aprimoramento por sua relevância no contexto escolar e cotidiano do aluno. De acordo com Almouloud (et al., 2004), a geometria é um estudo "importante da Matemática, por colaborar principalmente como ferramenta para outras áreas do conhecimento" e os "professores do ensino fundamental apontam problemas relacionados tanto ao seu ensino quanto à sua aprendizagem" (Almouloud, et al., 2004). Nesse contexto, mostra-se necessária uma boa formação no conteúdo de geometria plana, para que o sujeito tenha uma melhor e compreensão acerca de espaço e forma, garantindo maior entendimento das diferentes formas e aspectos culturais. É imprescindível entender que o conteúdo de geometria tem papel fundamental no cotidiano do estudante e social do sujeito, e a partir disso, apresentar uma estrutura que possa auxiliar o professor no ensino deste assunto.

Contudo, para que os objetivos sejam alcançados, é indispensável que as metodologias em sala de aula sejam aplicadas de forma adequada no ensino e aprendizagem em geometria. Um exemplo são os softwares educativos, que podem auxiliar estudantes na concepção e no entendimento de conceitos advindos da Geometria Plana. Portanto, para que esta abordagem ocorra de maneira adequada na sala de aula, presencial ou virtualmente, é necessário oferecer condições para que os alunos desempenhem investigações no ensino e aprendizagem da geometria, pois estas análises ajudam na aquisição de informações necessárias para a organização dos conceitos geométricos (Fiorentini, 2006).

É importante salientar que o software GeoGebra, por ser considerado um software educacional de Matemática e de Geometria Dinâmica, provoca os estudantes na elaboração e construção de objetos algébricos e geométricos de forma interativa, promovendo a estruturação de "referências a situações do cotidiano são, em geral, realistas e exploram ambientes sociais ou culturais diversos, contribuindo, portanto, para tornar significativos os conteúdos matemáticos abordados" (Brasil, 2002, p.161).

Além desse fato, é importante ou uso de tecnologias digitais aplicadas ao ensino de matemática, como ação pedagógica para o ensino e aprendizagem de conteúdos geométricos, por meio da construção de atividades que proporcionem a apropriação efetiva desse conhecimento. Nesse contexto, os alunos tornam-se sujeitos ativos no processo de construção do conhecimento, pois os docentes asseguram que estes passem por processos de experimentação, interpretação, visualização, indução, conjecturação, abstração, generalização e demonstração. Assim, o aluno vai agir em uma apresentação formal de conhecimentos baseada em fatos, de maneira geral na forma de definição e propriedade (Gravina, 1998, p. 1).

Nesse direcionamento, o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta, a partir de situações didáticas abrangendo a Geometria Plana, tendo como base questões da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO). A situação-problema será estruturada a partir das dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (TSD). Assim, pretende-se colaborar para o ensino de Problemas Olímpicos (PO)[1] de geometria plana, utilizando o *software* GeoGebra como ferramenta para estruturação de exemplos matemáticos e resolução de situações-problema sobre o tópico de quadriláteros, proporcionando uma compreensão conceitual e a elaboração de estratégias para solução de problemas de quadriláteros convexos

2. Olímpiada Internacional De Matemática (IMO): uma breve descrição

A Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) é uma competição internacional de bastante interesse por alunos do Ensino Médio e é realizada

[1] Alves (2020) descreve um Problema Olímpico (PO) como um conjunto de problemas originários de provas e exames oficiais das Olimpíadas de Matemática, todavia, destituído de preocupações didáticas e endereçadas, de modo restritivo, aos estudantes competidores.

anualmente desde 1959. Devido aos conflitos ocorridos na Mongólia em 1980, este foi o único ano que não aconteceu o evento (Turner, 1980). Os países participantes anfitriões são autorizados a convidar países que nunca competiram em uma IMO. Cada país competidor tem direito a enviar no máximo seis estudantes para competir. Essa seleção, deve ter participantes com idade inferior a 20 anos e que não tenham realizado um curso no ensino superior, entretanto, o envio acontece por um líder de equipe e um vice-líder, representado por dois professores escolhidos pela Comissão da Olimpíada Brasileira de Matemática (COBM). Cada país selecionado, envia os problemas elaborados pelos docentes participantes, para compor a base de dados da IMO, menos o país sede da Olimpíada. O responsável pelo envio das questões é o professor líder da comissão de cada país, seguindo um protocolo seguro.

Os líderes de equipe são seletivamente o júri. A primeira tarefa do júri é construir os problemas que serão usados na próxima competição (Maths, 2003). As questões-problema não precisam ser elaboradas no momento da competição. Assim, cada país é convidado a contribuir com uma ou duas perguntas bem antes do início da Olimpíada Internacional de Matemática e um comitê de problemas analisa e seleciona cerca de 20 (vinte) ou mais questões, das quais são selecionadas 6 (seis) questões finais para aplicação.

A participação do Brasil com sua delegação de representantes teve a sua primeira presença em 1979 e apresentou ao longo do tempo uma melhoria no ensino e aprendizagem de diversos alunos competidores olímpicos. Seus resultados são destacados no Gráfico 1, que mostra os países participantes relacionado a classificação do Brasil de 1979 (22º - vigésimo segundo) de 23 (vinte e três) países participantes até o ano de 2020 (IMO, 2019a):

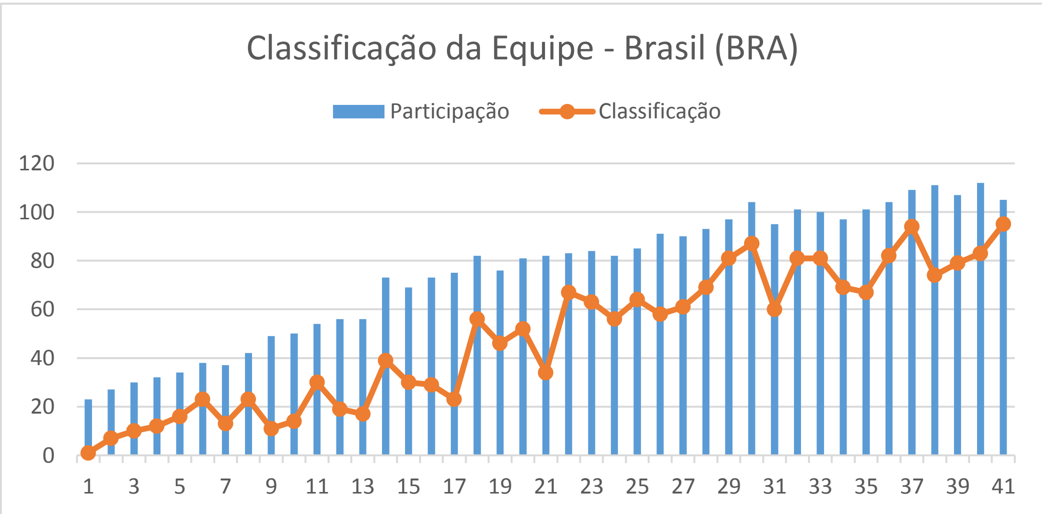

Gráfico 1. Classificação anual do Brasil na Olimpíada Internacional de Matemática.
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

É visível a crescente participação do Brasil na (IMO), ocupando posições relativas a quantidade de países participantes, observando o Gráfico 1, destaca-se a quadragésima primeira olimpíada, que a equipe brasileira ocupou a 10º (décima posição) no ano de 2020 em relação a 105 (cento e cinco) países presentes. Tendo em vista que a primeira edição da Olimpíada Internacional de Matemática aconteceu em 1959 na Romênia, sendo realizada anualmente deste então, com exceção do ano 1980, devido às sanções políticas decorrentes da invasão soviética ao Afeganistão, não havia IMO.

As provas consistem em 6 (seis) problemas matemáticos. Sendo que, cada questão tem um valor de 7 (sete) pontos. O exame é realizado em dois dias consecutivos e os participantes dispõem de quatro horas e meia para a resolução de três problemas em cada um dos dias. Os problemas são selecionados por área da matemática do ensino médio, que inclui geometria, teoria dos números, álgebra e análise combinatória. A resolução dos problemas olímpicos não precisa do conhecimento da matemática avançada, apenas, de grande raciocínio e habilidades matemáticas. (IMO, 2020b).

Conforme pesquisa internacional de Kenderov (2009, p. 14) relembrou a função principal e de avanço das competições Eötvös na Hungria no ano de 1894, quando analisa algumas de suas origens primárias perspectivamente, ao descrever que:

> Todavia, a competição Eötvös na Hungria, que aconteceu em 1894, partindo da premissa de ser amplamente creditado como o precursor de torneios de matemática e física contemporâneas para pré-universitários da escola. Os participantes tiveram quatro horas para resolver três problemas (sem nenhuma consulta com outros alunos ou professores sendo impedido). Os problemas na competição Eötvös foram projetados para verificar a criatividade e o pensamento matemático, não apenas a técnica adquirida pelas habilidades. Em particular, os estudantes foram convidados a fornecer uma prova de uma declaração. O modelo de competição Eötvös agora está amplamente difundido e ainda domina uma grande parte do cenário competitivo. (Kenderov, 2009, p. 14).

Diante disso, Kenderov (2009) relata uma expressão descrita da (IMO), anexada ao modelo diferenciado de torneios e das competições e verdadeiros confrontos de pensadores, quando relata um seguinte texto:

> Na época atual está é o torneio de matemática de maior prestigiado. Direta ou indiretamente, influencia todas as outras atividades de grandes valores na matemática. Com seus altos padrões, a IMO solicita aos países participantes que constantemente seja melhorado seus sistemas de ensino e educação e seus métodos de seleção e preparação de alunos competidores. Isso, ao longo dos anos, rendeu uma grande variedade de disputas e atividades de enriquecimento matemático em todo o mundo. Existem competições “inclusivas” abertas ao público em geral todos, destinadas aos alunos de habilidades médias, enquanto eventos “exclusivos” somente por carta convite almeje alunos habilidosos. (Kenderov, 2009, pp. 15-16).

Diante da realidade escolar brasileira, tem-se pouco espaço para disseminação sobre outras olímpiadas de Matemática, de caráter internacional. A partir disso, existem algumas noções de situação didática para o docente que podem contribuir na ação, mediação e eficiência formativa do professor no seu campo de atuação, visando uma interação pedagógica que não desconsidera elementos supracitados.

3. Teoria das Situações Didáticas (TSD) no Ensino e Aprendizagem

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) apresenta reflexões na forma de como podem arquitetar e trabalhar o conteúdo matemático aos estudantes. Assim, a TSD vem sendo disseminada no contexto educacional por professores e pesquisadores, de maneira a se obter uma aprendizagem que tenha sentido e que o aluno construa o conhecimento de forma autônoma. Uma situação didática é definida quando surgem aspectos pedagógicos entre a tríade professor, aluno e o conhecimento matemático (saber) conectado à situação de ensino e aprendizagem, levando em consideração o meio (*milieu*). Para entender a comunicação entre o espaço maior do ambiente escolar e a vida cotidiana do aluno, faz-se alusão às situações adidáticas que representam a busca do estudante por soluções, de forma individual, em uma situação que fica distante ao controle do professor em sala de aula.

Conforme Alves (2016, p. 137) "[...] a adoção de determinada representação, tendo em vista uma epistemologia que enfatiza o contexto de resolução de problemas, poderá ser mais eficiente ou menos eficientemente incorporada ao patrimônio individual e privado dos sujeitos em situação". Por sua vez, Almouloud (2007) apud Barbosa (2016), mostra as quatro hipóteses sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) considerando que o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática identificada entre professor, aluno e saber. São destacadas neste contexto:

> 1-O aluno aprende adaptando-se a um Milieu que é fator de dificuldades, de contradições [...] 2-O Milieu não munido de intenções didática é insuficiente para permitir a aquisição de um conhecimento matemático pelo aprendiz [...] 3-Esse Milieu e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. 4-No fundo, o ato de conhecer dá-se conta um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização. (Almouloud, 2007, p. 32 apud Barbosa, 2016, pp. 4-5).

Assim, aparece uma situação adidática, definida por uma situação-problema elaborada, construída e aplicada pelo professor, de maneira a contribuir a construção do conhecimento, incluindo vários métodos educativos, inclusive o milieu, externado na dinâmica do aluno em aprender por uma vontade própria.

Nesse contexto, o conhecimento pode ser determinado por, pelo menos, uma situação adidática que defenda seu sentido chamado de situação fundamental. Em outro pensamento é a aprendizagem adaptada e analisada por Brousseau (1986), que menciona as chamadas etapas de assimilação e acomodação presentes na teoria cognitivista descrita por Jean Piaget (1896-1980). Portanto, o aluno é provocado a amoldar-se às situações de resolução de uma nova questão-problema procurando seus entendimentos anteriores.

Vale destacar que o aluno para responder uma situação problema necessita ultrapassar seu próprio nível de conhecimento e estratégias, ou seja, estabelecer as relações entre conteúdos dominados e apreendidos na escola. De acordo com Almouloud (2007) a "situação didática caracterizada pelo jogo de interação dos alunos e os problemas apresentados pelo professor, sendo a forma proposta nomeada de devolução” e, tendo por “objetivo incentivar uma interação favorável e que permita ao estudante uma autonomia no progresso do conhecimento próprio” (Almouloud, 2007).

É importante salientar outra situação destacada por Guy Brousseau, que são as situações não-didáticas, diferenciadas pelas situações adidáticas. As situações não-didáticas representam situações que não foram organizadas no saber, entre professor e aluno, por não terem uma relação específica com o ensino.

Essas situações de aprendizagem trazem diversos problemas, sendo possíveis de serem analisados pelas Teoria das Situações Didáticas (SDO), através da visualização e análise das interpretações definidas entre aluno, professor e saber, que podem ser compreendidos na resolução de questões e construção de conceitos pelos estudantes. Freitas (2002) destaca a diferença entre situação de ensino e situação didática falando que:

> “[...] estabelecida uma intenção de ensino, através da resolução de um problema, é principalmente a presença, a valorização e a funcionalidade de situações adidáticas no transcorrer de uma situação didática que diferenciam fundamentalmente essas duas formas de ensinar. ” (Freitas, 2002, p. 71).

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) oferece suporte teórico para a elaboração das atividades com Problemas Olímpicos (PO), visto que o papel do aluno e do professor possibilita a construção do conhecimento. Conforme Brousseau (1986) apud Teixeira e Passos (2013, pp. 165-166) descrevem uma tipologia de situações didáticas, onde foram destacadas as etapas: ação, formulação, validação e institucionalização, caracterizando as relações entre a atividade desenvolvida de ensino e aprendizagem com uso do saber matemático.

> **Situação Didática de Ação:** o aluno reflete e simula tentativas, ao eleger um procedimento de resolução dentro de um esquema de adaptação, por intermédio da interação com o *milieu*, tomando as decisões que faltam para organizar a resolução do problema; **Situação Didática de Formulação:** ocorre troca de informação entre o aluno e o *milieu*, com a utilização de uma linguagem mais adequada, sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal, podendo ocorrer ambiguidade, redundância, uso de metáforas, criação de termos semiológicos novos, falta de pertinência e de eficácia na mensagem, dentro de retroações contínuas; os alunos procuram modificar a linguagem que utilizam habitualmente, adequando-a às informações que devem comunicar; **Situação Didática de Validação:** os alunos tentam convencer os interlocutores da veracidade das afirmações, utilizando uma linguagem matemática apropriada (demonstrações); as situações de devolução, ação, formulação e validação caracterizam a situação adidática, em que o professor permite ao aluno trilhar os caminhos da descoberta, sem revelar sua intenção didática, tendo somente o papel de mediador. **Situação Didática de Institucionalização:** é destinada a estabelecer convenções sociais e a intenção do professor é revelada. O professor, aí, retoma a parte da responsabilidade cedida aos alunos, conferindo-lhes o estatuto de saber ou descartando algumas produções dos alunos e definindo, assim, os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização (Brousseau, 1986 apud Teixeira e Passos, 2013, pp. 165-166).

Dessa maneira, a TSD tem uma grande importância na relação de procedimentos trabalhados dentro das fases aqui relacionadas, estimulando o aluno a ser participativo de forma a contribuir na construção e realização da cognição, o que fornecerá possibilidades para o desenvolvimento de novos conhecimentos baseado em suas experiências vivenciadas no cotidiano ao interagir com o meio e com os sujeitos integrantes ao buscar resoluções de problemas matemáticos.

4. Noção de Situação Didática e Didática Profissional do Professor

Observa-se que a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau, consequentemente, possibilita uma perspectiva diferenciada, no momento de entender um movimento dialético na aprendizagem matemática, tomando como suporte uma situação e interpretado pelas formas idiossincrásicos adaptativos do discente, diante de um contexto de situações fundamentais e características, cujos componentes constituintes são capazes de incentivar, de analisar a gênese, a progressão das aprendizagens e habilidades matemáticas concedidas a determinado problema matemático ou ação pesquisadora em torno da Matemática. Diante dessa descrição Alves & Catarino (2019) apud Alves (2018b; 2018f; 2019), "[…] as relações e fenômenos derivados do triangulo didático clássico – estudante/professor/saber ficam fortemente condicionados pelo campo epistêmico matemático de referência e, nesse caso, um campo epistêmico eminentemente disciplinar sujeitos em situação".

Podendo, todavia, estabelecer ao papel do professor uma formação inicial ou final, e não ignorar um fenômeno natural do conhecimento, pouco apreciado por Brousseau (1986), ao se referir ao processo de aprendizagem do professor, do ensino e aprendizagem em seu local de trabalho, ao caminho do enfrentamento de problemas complexos, de obstáculos e empecilhos identificados, quer sejam no entorno da sala de aula, quer sejam no próprio ambiente escolar ou, de modo mais amplo da situação, na instituição de ensino.

Dessa forma, Pastré (2004) cita uma mudança no ponto de vista histórico no contexto das relações no trabalho, ao visualizar que: falando que:

> "[...] podemos pensar que estão sempre acompanhados por consciência quando são evocados, as habilidades podem ser mobilizadas de forma consciente, ou seja, com mais frequência inconscientemente, na forma de habilidades integradas. Este movimento de automação de habilidades para depois de aprender sendo ótima a importância prática, pois permite mudar a vigilância do sujeito para níveis mais altos de atividade, mais complexos e mais integrados. " (Pastré, 2004, p. 214, tradução dos autores).

De modo similar, são demarcados alguns componentes discutidos nas definições teóricas aplicadas na TSD e encontram-se ainda na literatura de Alves (2020) as descrições de:

> **Problema Olímpico (PO):** Um conjunto de situações problemas de Matemática, abordado em um contexto competitivo ou de maratonas, com a participação apenas (e de modo restritivo) dos estudantes competidores, cuja abordagem e características de ação individual e solitária do estudante envolve apenas objetivo/escopo de se atingir as metas (medalhas e

certificados) definidas a priori em cada competição, por intermédio do emprego de estratégias especializadas, raciocínios e argumentos matemáticos eficientes, instrumentalizados previamente por professores de Matemática.
Situação Didática Olímpica (SDO): Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, balizadas por uma metodologia de ensino (TSD), entre um aluno ou grupo (s) de alunos, um certo meio (compreendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição coletiva e debate científico do grupo, a competição solidária e problemas ou conjunto de problemas característicos e abordados nas olimpíadas de Matemática. (Alves, 2020).

Assim, pode-se compreender na noção de Situação Didática Olímpica (SDO) que se fundamentam a partir do conceito de situação didática de Brousseau (1986, 2010), definida pela Teoria das Situações Didáticas (TSD), de modo geral, para as situações de ensino e aprendizagem em Matemática. No ponto de vista notacional de Alves (2020), uma Situação Didática Olímpica (SDO) se caracteriza na SDO = $(TSD_{\text{metodologia}} + PO_{\text{problema olímpico}})$.

Com o propósito de tornar mais claro esse enunciado, será apresentado por Alves (2018) apud Neto (2019, pp. 21-22), uma tabela que faz a diferença entre as noções de Problema Olímpico (PO) e Situação Didática Olímpica (SDO) amparada na Teoria das Situações Didáticas (SDO):

Características	Problema Olímpico (PO)	Situação Didática Olímpica (SDO)
Dos Problemas envolvidos	Problemas de competições, elaborados e estruturados de forma serial, tendo em vista a aplicação dos três níveis hierárquicos previstos pela OBMEP em competições.	Problemas de competições readaptados, reetruturados, modificados e circunstanciados, tendo em vista um grupo ou grupos de alunos particulares, com o amparo da TSD.
Dos competidores	Ação individual de participação nas etapas das OBMEP, visando a obtenção de colocações distinguidas no certame.	Ação e trabalho em equipe, visando a investigação científica e evolução coletiva do conhecimento do grupo.
Do professor	Não presente. Equipes de profissionais especialistas na confecção/produção de questões visando a seleção (identificação) de prodígios e medalhistas.	Promotor da situação de ação, situação de formulação, situação de validação e a institucionalização do conhecimento matemático para o grupo ou grupos de competidores em sua própria sala de aula.

Uso e emprego da tecnologia	Ausente e não previsto sua exploração em certames oficiais ou competições nacionais.	Empregada para resultar nas alterações, modificações necessárias e adaptação para o grupo ou grupos de estudantes.
Dos objetivos finais	Seleção, Classificação. Distinção social para os alunos mais eficientes e notáveis no certame objetivando a certificação e laureamento.	Promoção do grupo ou grupos de estudantes com habilidades acima da média, bem como estudantes com poucas chances de maior êxito individual.

Tabela 1. Descrição e diferença entre as noções de PO e SDO, amparo na TSD.
Fonte: Alves (2018) apud Neto (2019, pp. 21-22).

No tópico seguinte, a partir da seleção de um Problema Olímpico (PO), será estruturado um processo de abordagem metodológica, tomando como referência as etapas previstas pela TSD.

5. Situações Didáticas da IMO visualizadas com o *software* GeoGebra

Apresenta-se um modelo matemático como recurso para o ensino de "geometria plana" de uma questão-problema extraída das avaliações da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) que permita a utilização do *software* GeoGebra no auxílio à construção de soluções geométricas. Nesse sentido, na Figura 1 apresenta-se a situação problema retirada da avaliação da IMO (2020 – Problema 1), que se refere aos conceitos de Quadrilátero convexo, bissetriz interna do ângulo e mediatriz do segmento, cuja resolução é incentivada pelo uso o raciocínio intuitivo do estudante ao buscar os traços de desenho relacionando a noção de geometria plana, presente na estrutura do texto. A IMO 2020 foi realizada de modo virtual pelo país da Rússia. Problema proposto pela delegação da Polônia.

Problema 1:

Problema 1. Considere o quadrilátero convexo $ABCD$. O ponto P está no interior de $ABCD$. Verificam-se as seguintes igualdades entre razões:

$$\angle PAD : \angle PBA : \angle DPA = 1:2:3 = \angle CBP : \angle BAP : \angle BPC.$$

Prove que as três seguintes retas se intersetam num ponto: as bissetrizes internas dos ângulos $\angle ADP$ e $\angle PCB$ e a mediatriz do segmento AB.

Figura 1. Problema 1 da Olimpíada Internacional de Matemática.
Fonte: Adaptado da IMO (2020).

A dialética de ação: nesta etapa podem analisar o processo da competição internacional, tomam as suas próprias decisões e ao fim de algumas análises, observam a resolução. Durante o problema 1 (Figura 1) desenvolvem-se novas estratégias e tomam-se novas decisões (algumas intuitivas) na construção da figura 2, pois de acordo com Almouloud (2007, p. 38), "[...] as interações estão centralizadas na tomada de decisões, embora possa haver trocas de informações (se os alunos trabalham em grupo, os conhecimentos desse grupo fazem parte do *milieu* de cada um dos alunos) ". A continuação de situações de ação constitui a forma pela qual o estudante vai aprender uma estratégia de resolução de problema olímpico.

Observa-se que na construção do quadrilátero, o aluno perceba os pontos A, B, C e D com ligados ao ponto central P, e O ser circuncentro de PAB na figura 2 e 3. Ao analisar os seguimentos POAD e POBC são cíclicos entre si. Na figura 2 e 3 traz-se uma visão no qual o docente pode explorar situações de ensino e aprendizagem matemática, em um ambiente de representações 2D e 3D, em que as informações podem ser retiradas da manipulação do *software* e relacionando com os dados da questão 1 (Figura 1):

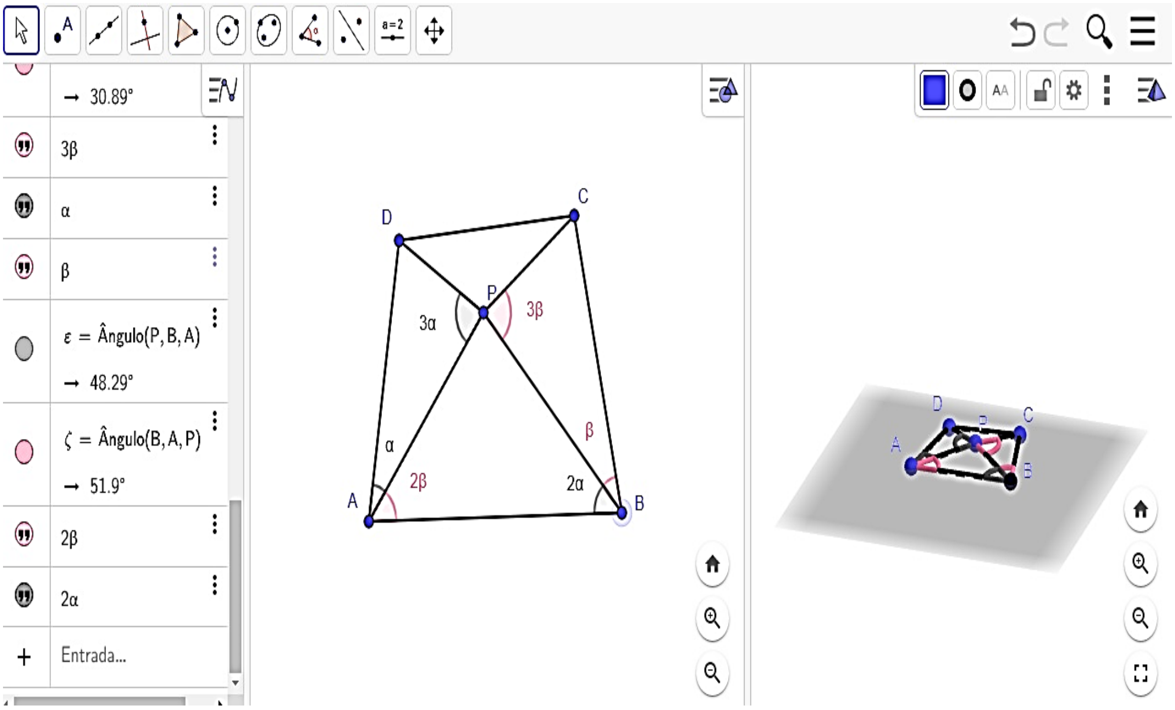

Figura 2. Visualização 2D/3D construída pelo *software* GeoGebra correspondente ao Problema 1 da Olimpíada Internacional de Matemática.
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

Dialética de formulação: é a capacidade de um sujeito retomar um conhecimento, trocando informações através de uma linguagem formal na qual todos possam compreender. De acordo com Almouloud (2007, p. 38), "o aluno troca informações com outros participantes, que serão só emissores e receptores da situação, trocando mensagens escritas ou orais, sendo as mensagens redigitadas em uma língua natural ou matemática". A comunicação é necessária para que ambos os interlocutores cooperem no processo de um meio externo a fim de obter a formulação do problema olímpico, portanto, o discente pode, concluir que os ângulos formados por ODP = OAP = 90 – 2 PAD = $\frac{1}{2}$. PDA. Ademais, o estudante poderá perceber que para responder o problema olímpico internacional na Figura 3, ele pode estruturar no GeoGebra os pontos definidos relacionando ao centro do quadrilátero que resulta na resolução do problema:

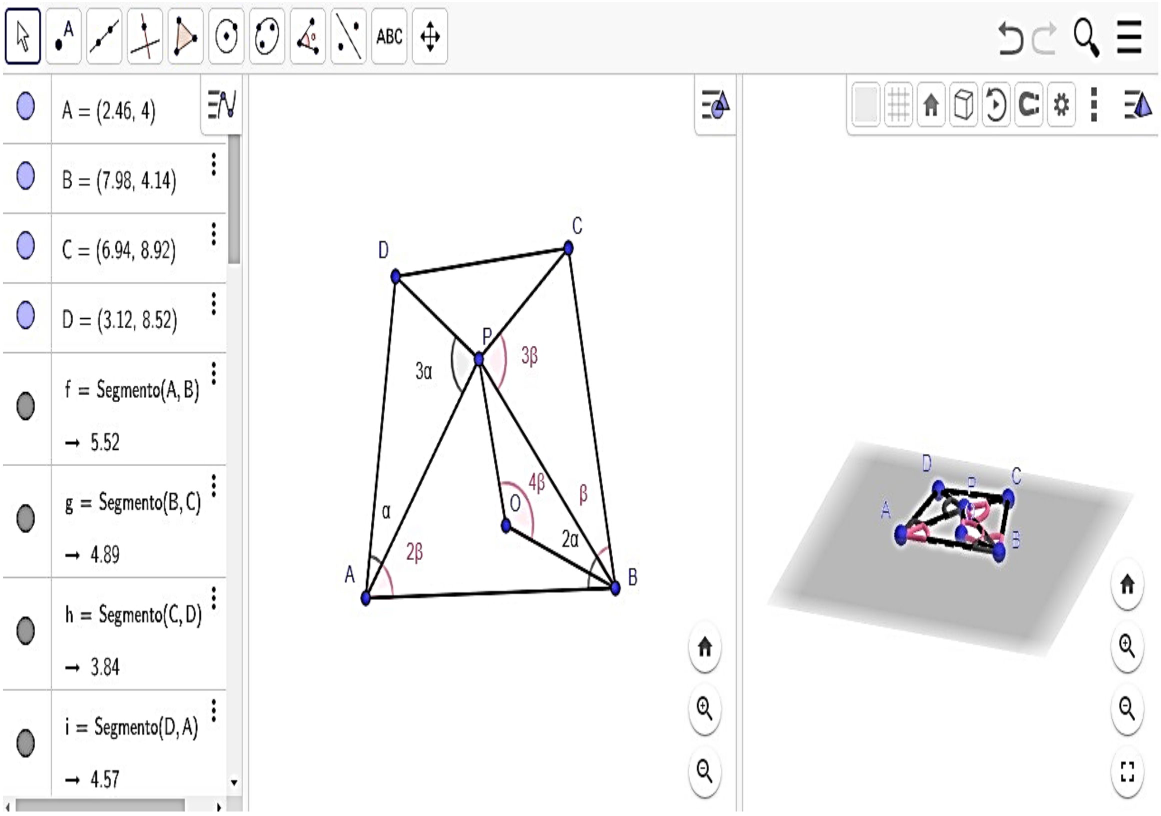

Figura 3. Visualização 2D/3D destacando os pontos ligados ao centro construída pelo *software* GeoGebra correspondente ao Problema 1 da Olimpíada Internacional de Matemática.
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

A dialética de validação: é a etapa que permite diferenciar um novo modelo de formulação: um emissor já não informa, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Os dois envolvidos colaboram na busca da verdade, ou seja, na busca de vincular de forma concreta um conhecimento a um campo de saberes já estabelecidos, Almouloud (2007, p. 39) descreve que “o aluno deve mostrar a validade do modelo descrito por ele criado, submetendo a descrição matemática (modelo de situação), em que o emissor deve justificar a exatidão de seu modelo e fornecer uma validação semântica”.

Brousseau (1996) destaca que na Teoria das Situações Didáticas (TSD), os alunos tornam-se protagonistas das características das situações às quais desempenham, ainda faz menção das relações do aluno com o meio dividida em três categorias:

a) troca de conhecimentos não descobertas ou sem linguagem (ações e soluções);

b) troca de conhecimentos codificados em uma linguagem (mensagens descritas);

c) troca de afirmações.

Essas categorias apresentam métodos que os estudantes formarão para estruturar o desenvolvimento das situações didáticas do problema olímpico da IMO:

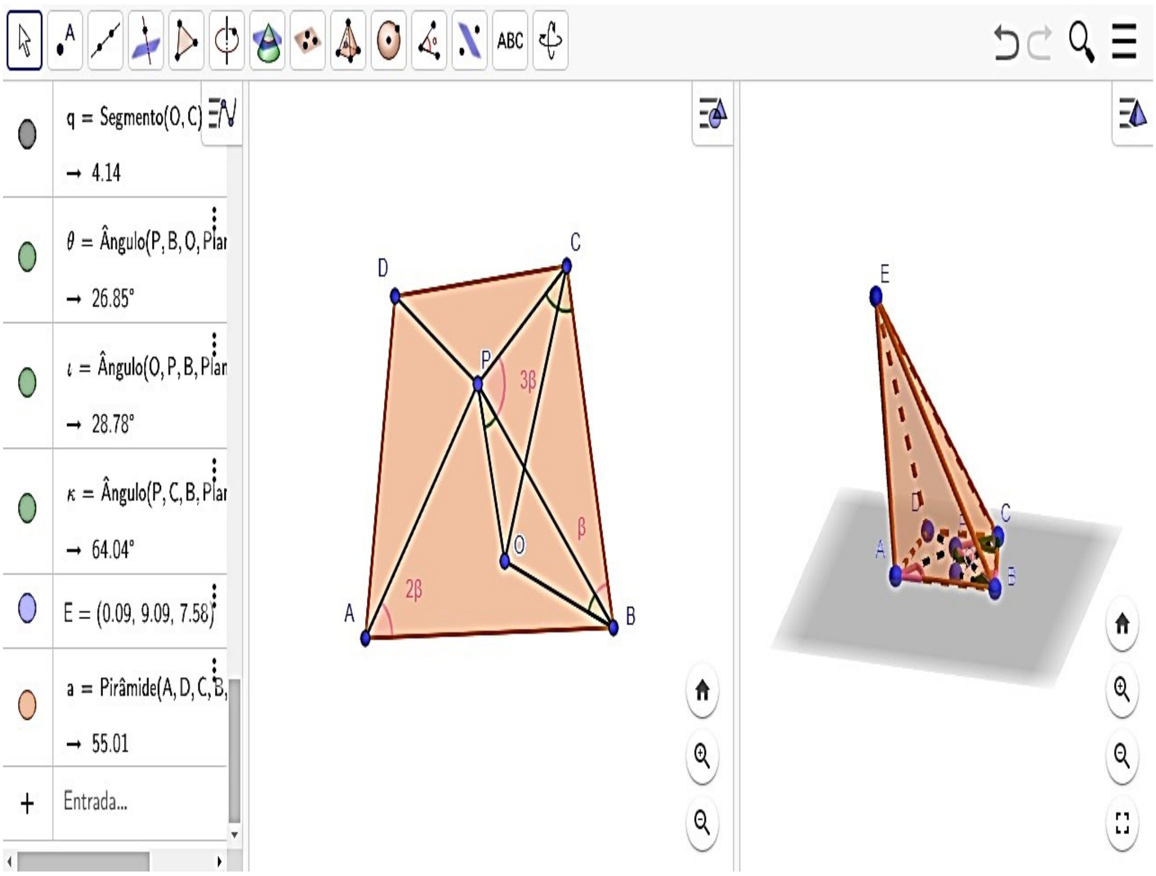

Figura 4. Visualização 2D/3D final construída pelo *software* GeoGebra correspondente ao Problema 1 da Olimpíada Internacional de Matemática.
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

A dialética de institucionalização: é a etapa exibida na Figura 4, através das janelas de visualização do *software* GeoGebra, colocando o professor no compromisso de assumir a ação, estabelecendo quais conhecimentos considerados nas etapas anteriores são importantes e quais são descartáveis, configurando o regulamento de objeto aos conhecimentos adquiridos. Assim DO é a bissetriz do ângulo ADP e da mesma forma CO é a bissetriz do ângulo BCP. Neste contexto, Almouloud (2007, p. 40) faz sua relação com “[...] as situações da institucionalização foram então definidas como aquelas em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber”.

Para encerrar, formaliza-se uma resolução final da solução oferecida pelos professores do problema selecionado. **Nota de autores olímpicos:** a motivação para definir os pontos relacionados ao ponto P, é dividir APD em 2α e, α deixar que sua linha se cruze AD em P, então BOP é cíclica.

6. Considerações finais

Este artigo apresenta uma situação didática aos professores de matemática para o ensino e aprendizagem de quadriláteros convexos, no viés da Teoria das Situações Didáticas (TSD), que proporciona uma maior segurança na condução do planejamento do docente.

Para subsidiar a pesquisa, conta-se com o suporte do GeoGebra com intuito de realizar a transmissão do conhecimento do problema de forma prática e simplificada da percepção dos conceitos compreendidos nas resoluções de questão-problema.

Com relação ao problema selecionado da IMO, acredita-se que a utilização da construção no GeoGebra tem potencial para fornecer ao estudante a possibilidade de formular estratégias de resolução de outros problemas de olimpíadas internacionais e visualizar as propriedades matemáticas relacionadas ao problema olímpico, compartilhando com outros alunos uma busca pela validação da solução da questão abordada.

Assim, esta investigação apresentou uma situação de ensino e aprendizagem nas ações e discussões em todo o processo de formação do professor, em particular no pensamento geométrico dos futuros docentes e sua capacidade de usar a interpretação em diferentes representações e estratégias no ensino da matemática, com o uso do *software* GeoGebra para resolução de problemas olímpicos. Espera-se que os resultados referentes a esta pesquisa contribuam para formação inicial e futura de professores de matemática e de como eles podem promovê-la com seus alunos, gerando aprimoramento e desenvolvimento da matemática.

Bibliografia

Almouloud, S. S. A., Manrique, A. L., Silva, M. J. F., & Campos, T. M. M. (2004). A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, 27(1), 94-108. Recuperado em 15 de dezembro de 2020, de https://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf.

Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da Matemática*. Editora UFPR, Paraná. Brasil.

Alves, F. R. V. (2016). *Didática da Matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva.* Interfaces da Educação, 7(21), 131-150.

Alves, F. R. V. & Catarino, P. M. M. C. (2019). Situação Didática Profissional: um exemplo de aplicação da Didática Profissional para a pesquisa objetivando a atividade do professor de Matemática no Brasil. *Indagatio Didactica,* 11(1), 103-129.

Alves, F. R. V. (2020). Situações Didáticas Olímpicas (SDOs): ensino de Olimpíadas de Matemática com arrimo no software GeoGebra como recurso na visualização. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,* 13(1), 1-30.

Alves, F. R. V. (2021). Situação Didática Olímpica (SDO): aplicações da teoria das situações didáticas para o ensino de olimpíadas. *Revista Contexto & Educação*. 36(113), 1 – 30.

Barbosa, G. S. (2016). Teoria das Situações Didática e suas influências na sala de aula [Resumo]. In Encontro Nacional de Educação Matemática (Eds.). *Anais do XII ENENM, Educação Matemática na contemporaneidade: desafios e possibilidades.* 1-12. São Paulo, Brasil: SBEM.

Brasil. (2002). *Programa nacional do livro didático: guia de livros didáticos de 5ª a 8ª série.* (Guia PNLD 2002). Secretaria da Educação Básica. Programa do Livro. Brasília, DF: Ministério da Educação.

Brasil. *Base Nacional Comum Curricular: documento de caráter mandatório que orienta a formulação dos currículos escolares.* Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018.

Brousseau, G. (1996). Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática (M.J. Figueiredo, Trad.). In J. Brun (Ed.). *Didática das Matemáticas,* 1, 35-113. Lisboa: Instituto Piaget. (Trabalho original publicado em 1986).

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo da Teoria das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino.* (Eds.) São Paulo: Ática.

Chevallard, Y. (2013). Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias (C. Puggian, Trad.). In Revista de Educação, Ciências e Matemática (Ed.). *Simpósio Internacional de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática,* Bratislava, Tchecoslováquia, 3, 1-14. Rio de Janeiro. (Trabalho original publicado em 1988).

Fainguelernt, E. K. (20 fev., 1995). O ensino de Geometria no 1º e 2º Graus. [Versão Eletrônica]. *Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática,* 4, 13. Recuperado em 12 de dezembro de 2020, de https://www.revistasbemsp.com.br/REMat-SP/issue/archive.

Fiorentini, D. (2006). Grupo de sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: D. Fiorentini & E. M. Cristovão (Eds.), *Histórias e investigação de/em aulas de matemática,* 13-36. Campinas: Editora Alínea.

Freitas, J. L. M. (2002). Situações Didáticas. In: S. D. A. Machado (Eds.), *Educação Matemática: uma introdução,* 65-87. São Paulo: EDUC.

Gravina, M. A. Santarosa, L. M. (1998). A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados [Resumo]. *In Anais do IV Congresso RIBIE (Eds.) Informática na educação: teoria e prática,* 73-88. Porto Alegre, Brasil: Editora da UFRGS.

IMO. (2020). *Problems.* Secretária do Conselho da IMO. Faculdade de Matemática e Física da Universidade, Ljubljana: Webmaster.

IMO. (2020a). *Team results, individual results, hall of fame.* Secretária do Conselho da IMO. Faculdade de Matemática e Física da Universidade, Ljubljana: Webmaster.

IMO. (2020b). *Olimpíada Internacional de Matemática.* Wikipédia. Fundação Wikimedia.

Lorenzato, S. Por que não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista.* São Paulo/SP, 4, 3-13, 1995.

Maths. (2003). *The International Mathematical Olympiad.* AMC. Internet Archive: Wayback Machine. San Francisco, CA: Internet Archive.

Oliveira Neto, J. E. (2019). *Situações didáticas olímpicas aplicadas a problemas de geometria plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).* Dissertação de Mestrado publicada, Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Brasil.

Pastré, Pierre. (2004). Les compétences professionnelles et leur développement. In: Pierre Falzon. Presses Universitaires de France (Eds.), *Ergonomie,* 213-231. Paris: PUF.

Turner, N. D. (1985). A historical sketch of Olympiads: U.S.A. and international. *The College Mathematics Journal,* 16, 330-335.

Teixeira, P. J. M., & Passos, C. C. M. (2014). Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. *Zetetike,* 21(1), 155–168.

Agradecimentos

Agradecemos o apoio e suporte financeiro no Brasil concedido pelo **Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq.**

Autores:

Santiago, Paulo Vitor da Silva. Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pelo o UFC, Professor de Matemática do Ensino Médio da Rede Estadual do Ceará, Brasil e, Graduado em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE. Sie pessoal: https://ufc.academia.edu/PauloVitordaSilvaSantiago E-mail: pvitor60@hotmail.com. ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6608-5452

Alves, Francisco Regis Vieira. Doutor em Educação com ênfase no ensino de Matemática. Professor Titular do Departamento de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará – IFCE – Fortaleza/CE, Brasil. Bolsista de Produtividade em Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ - PQ2, Brasil. Docente do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática PGECM/IFCE. Docente do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática ENCIMA/UFC. Docente do Mestrado Acadêmico em Educação Profissional e Tecnológica PROEPT/IFCE. Site pessoal: https://ifce.academia.edu/RegisFrancisco/Journal-Articles. E-mail: fregis@ifce.edu.br. ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3710-1561