

www.fisem.org/web/union
<http://www.revistaunion.org>

Um Ensaio sobre as Potencialidades de Constructos Teóricos da Educação Matemática

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, Sonia Barbosa Camargo Iglioni

<p>Resumen</p>	<p>Este artículo presenta un ensayo para reflexionar sobre las potencialidades de los constructos teóricos de la educación matemática, a través de la reanálisis, de dos actividades de investigación en esta área. Estos constructos teóricos son la <i>situación didáctica</i> de Brousseau, el <i>recurso y el documento</i> de Gueudet y Trouche. El ensayo pretende suponer que ciertos constructos teóricos de la educación matemática tienen alcance y condición consensuadas. Esta potencialidad se expresa en el vigor teórico de los constructos para la comprensión de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas. Las autoras consideran la necesidad de la zona demostrada por los teóricos en la búsqueda de consenso. Para ellos se trata de constructos con esta condición, pero no las únicas, otras deben ser consideradas. El objetivo de este ensayo es abrir el debate sobre este tema. La forma ensayista se consideró adecuada en la fase de requisitos metodológicos y cumple con el propósito teórico del artículo. La convicción de que tal hipótesis debe ser tratada más rigurosamente autoriza su consideración. El estudio se llevó a cabo sobre la base de reanálisis de investigaciones en curso y ya realizadas. Palabras clave: Teoría. Educación matemática. Construcciones teóricas. Consenso</p>
<p>Abstract</p>	<p>This article presents an essay to reflect on the potentialities of theoretical constructs of mathematical education, through reanalysis, of two research activities in this area. These theoretical constructs are Brousseau's <i>didactic situation</i>, Gueudet and Trouche's <i>resource and document</i>. The essay aims to hypothesis that certain theoretical constructs of mathematical education have consensual scope and condition. This potentiality is expressed in the theoretical vigor of constructs for the understanding of teaching and learning phenomena in mathematics. The authors consider the need for the area demonstrated by theorists in the search for consensus. For them these are constructs with this condition, but not the only ones, others should be considered. The aim of this essay is to open the discussion on this theme. The essayist form was considered adequate in the phase of methodological requirements and meets the theoretical purpose of the article. The conviction that such a hypothesis should be treated more rigorously authorizes its consideration. The study was conducted based on reanalysis of ongoing and already conducted research. Keywords: Theory. Mathematics Education. Theoretical Constructs. Consensus</p>
<p>Resumo</p>	<p>Neste artigo é apresentado um ensaio com vistas a refletir sobre potencialidades de constructos teóricos da educação matemática, por meio de reanálises, de duas atividades de pesquisa nessa área. Esses constructos teóricos são a situação didática de Brousseau, recurso e documento de Gueudet e Trouche. O ensaio tem como objetivo colocar como uma hipótese que certos constructos</p>

teóricos da educação matemática têm abrangência e condição consensual. Essa potencialidade se expressa no vigor teórico dos constructos para a compreensão de fenômenos de ensino e aprendizagem em matemática. As autoras consideram a necessidade da área demonstrada por teóricos na busca de consensos. Para elas, esses são constructos com essa condição, mas não os únicos, outros devem ser considerados. O objetivo deste ensaio é abrir a discussão sobre essa temática. A forma ensaísta foi considerada adequada em fase de exigências metodológicas e atende ao propósito teórico do artigo. O convencimento de que uma tal hipótese deve ser tratada de modo mais rigoroso autoriza sua consideração. O estudo foi realizado a partir de reanálises de pesquisas em andamento e já realizadas.

Palavras-chave: Teoria. Educação Matemática. Constructos Teóricos. Consenso

Introdução

Este artigo é resultado de uma questão comum proposta pelas autoras quando há realização de estudos diferentes. Elas perceberam a potencialidade de constructos teóricos de teorias da educação matemática que transpareceram na análise de fenômenos de ensino, de aprendizagem e de formação de professores sem que tivessem sido clamados *a priori*. E com essa percepção se propuseram a transformar essa questão, que, nas palavras de Trouche, era uma pergunta motivada em uma hipótese de pesquisa. As definições metodológicas e características teóricas da questão/hipótese as levaram a escrever um ensaio. As ideias desenvolvidas têm seus fundamentos na necessidade da educação matemática perceber e considerar noções abrangentes e consensuais. E devem ocupar o interesse de pesquisadores no entendimento de constructos que possam indicar características epistemológicas de abrangência e consenso. É nessa perspectiva que se apresentam os dois estudos do artigo.

Abar, considerando que a exploração da matemática com o GeoGebra, entre outras possibilidades, permite a criação de atividades com *feedback* automático, aqui compreendendo *feedback* como toda informação pós-resposta que é fornecida a um aluno para informá-lo sobre seu estado real de aprendizado ou desempenho, desenvolve um projeto pelo *Google Meet* com professores atuantes no ensino básico e superior. Ela percebeu que propostas apresentadas e em construção pelos participantes tinham, como subjacentes, concepções da Teoria das Situações Didáticas-TSD criada e desenvolvida por Guy Brousseau, educador matemático francês que, em 2003, recebeu a medalha Felix Klein pelo desenvolvimento de sua teoria. A necessidade de um aporte teórico que pudesse sustentar as propostas dos participantes e serem analisadas posteriormente foi reconhecida em aspectos da TSD. Podemos considerar um *feedback* automático, construído no GeoGebra, como uma situação adidática, de acordo com Brousseau, e planejada visando uma aprendizagem. Ao realizar atividades com *feedback* automático, o aluno vivencia momentos adidáticos, favorecendo o processo de construção de conhecimento. Também, no desenvolvimento do projeto há que se considerar possíveis erros apresentados pelos alunos e identificados pelos participantes para um *feedback* construtivo. Segundo Brousseau (1983), o erro é a expressão, ou a manifestação explícita, de um conjunto de percepções espontâneas, ou reconstruídas, que, integradas a uma rede coerente de representações cognitivas,

tornam-se obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos. Deste modo, o professor precisa intervir efetivamente na aprendizagem dos alunos, visando a superação desses obstáculos, o que está sendo proposto no projeto, por meio da tecnologia, com a utilização dos recursos do GeoGebra, procurando garantir as condições e meios pedagógico-didáticos para que os alunos sejam estimulados em seus estudos e compreendam os erros cometidos.

Iglori vai considerar em seu estudo a Abordagem Documental do Didático-ADD de Trouche e Gueudet, uma teoria da didática da matemática, cujo principal objetivo é compreender o desenvolvimento profissional dos professores por meio do estudo de suas interações com os recursos, seus usos e projetos em/para seu ensino.

Na ADD, um *recurso* é um livro didático digital/tradicional ou outras modalidades de materiais digitais, ou não, usados por professores e alunos nas interações com a matemática, dentro e fora da sala de aula. E no uso de um recurso específico ou de um conjunto de recursos, o professor desenvolve *esquemas de utilização* específicos, os quais dependem de seus hábitos e conhecimentos.

Completa a tríade de constructos a noção de *documento* desenvolvido por um determinado professor para um determinado objetivo, no decorrer de uma gênese documental; trata-se de uma entidade híbrida composta de um *conjunto de recursos* e de um *esquema de utilização*.

Para Iglori as potencialidades desses constructos teóricos está no estado especial para a criação da ADD, aquela das mudanças da natureza do material de apoio ao professor para o ensino, acontecidas nos últimos anos, em que havia necessidade importante no que tange a compreensão de fenômenos do ensino e aprendizagem da matemática. Essa teoria aparece e propõe uma mudança de paradigma ao passar a analisar o trabalho dos professores concentrando-se em “recursos” para e no ensino. E mais que isso, passa-se a estudar o trabalho dos professores pelas interações com os recursos, em uma concepção ampliada do desenvolvimento profissional dos professores.

Os Dois Estudos: Abar e Iglori

Abar

O projeto aprovado nas instâncias da Universidade¹ “O GeoGebra como Estratégia para Ensino Remoto: criando atividades com Feedback Automático” e em desenvolvimento com professores do Instituto Federal de Alagoas tem como objetivo colaborar para a inserção da tecnologia na prática docente, aprimorando os estudos e as análises no que diz respeito à tecnologia no contexto da educação matemática.

¹ Este projeto tem apoio de auxílio financeiro concedido pelo Programa de Internacionalização da Pós-Graduação – PIPRINT PG 2020 - PUC-SP.

Considera-se o GeoGebra como um instrumento para a prática do professor, pois nessa interação ocorrem a reorganização e a modificação dos esquemas de utilização do *software*, fatos que permitem a estruturação da ação do professor, colaborando para sua formação e aprimoramento de conceitos matemáticos.

Com as mudanças tecnológicas no ensino, atualmente, obrigando o ensino remoto nas escolas, os trabalhos estão direcionados para os recursos da atuação do professor de matemática na sua prática docente neste contexto. Assim, estuda-se, durante os encontros realizados a partir de janeiro de 2021, o uso do GeoGebra para as possibilidades de *feedback* automático, ajustado aos interesses, às necessidades e aos problemas que enfrentam tais professores e a possibilidade de uso destes materiais no contexto da escola e o seu efeito na possível melhoria dos resultados dos estudantes em suas propostas de avaliação.

Pesquisas já desenvolvidas indicam que a exploração da Matemática com o GeoGebra é fundamental para o apoio ao levantamento de conjecturas e para a demonstração em matemática, além de possibilitar seu uso em ensino remoto e a criação de atividades com *feedback* automático. Espera-se que os professores utilizem o GeoGebra em sua prática docente e sejam criadores de processos de avaliação automática permitidos pelo *software*.

A avaliação, bem como encaminhamentos feitos a partir da análise de seus resultados, são dificuldades a serem enfrentadas na prática de ação pedagógica para garantir as condições e meios pedagógico-didáticos para que os alunos sejam estimulados em seus estudos, sem necessidade de intimidação, e compreendam os erros cometidos.

Cury (2008) salienta que, ao avaliar atividades de matemática, é preciso não somente apontar os erros cometidos pelos alunos, ignorando os acertos como se esses fossem esperados, já que toda e qualquer resolução, sejam aquelas que são esperadas apenas uma resposta, sejam aquelas que indicam a criatividade do estudante, permite detectar como o aluno pensa e que influências ele traz de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. A análise dos erros e acertos de uma avaliação permite a possibilidade de entender como se dá a apropriação do saber pelos estudantes e, desse modo, construir processos de avaliação automática adequados.

Ter conhecimento dos possíveis erros dos alunos, em determinados conteúdos de matemática, é de fundamental importância na construção de propostas de atividades com *feedback* automático.

Dias e Santos (2011) afirmam que:

Quando, no desenvolvimento de uma tarefa, o aluno parte de hipóteses erradas, o *feedback* torna-se eficaz quando, durante o processo de resolução, consegue levar o aluno não só a conseguir rejeitar essas hipóteses, mas também ao desenvolvimento de estratégias mais eficientes que permitam entender a informação dada. (DIAS; SANTOS, 2011, p. 127).

No desenvolvimento do trabalho há momentos de reflexões teóricas, atividades práticas e encontros remotos com os professores participantes pelo *Google Meet* e, desse modo, lançamos um olhar sobre os encontros realizados e sobre as propostas de atividades, ainda em construção pelos participantes, à luz da Teoria das Situações Didáticas -TSD criada e desenvolvida por Guy Brousseau, educador

matemático francês que, em 2003, recebeu a medalha Felix Klein pelo desenvolvimento de sua teoria.

Brousseau (2008) apresenta uma *situação* como:

O modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. O recurso de que esse sujeito dispõe para alcançar ou conservar, nesse meio, um estado favorável nesse meio é um leque de decisões que dependem do emprego de um conhecimento específico. (BROUSSEAU, 2008, p. 21).

E a *situação matemática como todas aquelas que levam o aluno a uma atividade matemática sem a intervenção do professor*. (Brousseau, 2008, p. 21).

Apresenta-se aqui uma análise de momentos adidáticos, a luz da TSD proposta por Brousseau (2008).

Uma situação adidática caracteriza-se essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha de maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto do professor relativamente ao conteúdo matemático em jogo. (FREITAS, 2008, p. 84).

Na situação adidática, o professor deve proceder de forma a não dar a resposta ao aluno, que aprende adaptando-se a um meio, no qual o professor provoque as adaptações desejadas (exemplo: uma seleção sensata dos problemas que propõe).

Freitas (2008, p. 86) afirma que “as situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nelas significa que ele, por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar algum conhecimento”.

Podemos considerar um *feedback* automático, construído no GeoGebra, e pela luz da teoria TSD de Brousseau como uma situação adidática, planejada, visando uma aprendizagem. Ao realizar atividades com *feedback* automático, o aluno vivencia momentos adidáticos favorecendo o processo de construção de conhecimento.

No desenvolvimento do projeto há que se considerar possíveis erros apresentados pelos alunos para um *feedback* construtivo. Segundo Brousseau (1983), o erro é a expressão, ou a manifestação explícita, de um conjunto de percepções espontâneas, ou reconstruídas, que, integradas a uma rede coerente de representações cognitivas, tornam-se obstáculo à aquisição e ao domínio de novos conceitos.

Deste modo, o professor precisa intervir efetivamente na aprendizagem dos alunos visando a superação desses obstáculos. De acordo com esta teoria o papel do professor não se limita a simples comunicação de um conhecimento, mas à devolução de um bom problema.

A devolução aqui tem o significado de transferência de responsabilidade, uma atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo como se o problema fosse seu, e não somente porque o professor quer. Se o aluno toma para si a convicção de sua necessidade de resolução do problema, ou seja, se ele aceita participar desse desafio intelectual e se ele consegue sucesso nesse seu empreendimento, então inicia-se o processo da aprendizagem. (FREITAS, 2008, p.83).

Numa perspectiva epistemológica há a necessidade de identificação de obstáculos pelos professores, pois, a partir dessa constatação, poderão organizar propostas específicas que possibilitem a superação desses.

Iglori (2008) considera que os mecanismos produtores de obstáculos são também produtores de conhecimentos novos e fatores de progresso, fazendo uso do conceito de desequilíbrio desenvolvido por Piaget.

Brousseau (2008) considera que:

As concepções atuais do ensino exigirão do professor que provoque no aluno – por meio da seleção sensata dos ‘problemas’ que propõe – as adaptações desejadas. Tais problemas, escolhidos de modo que o estudante os possa aceitar, devem fazer, pela própria dinâmica, que o aluno atue, fale, reflita e evolua. (BROUSSEAU, 2008, p. 34-35).

Em uma situação em que o aluno trabalha de maneira independente, ele toma o problema como se fosse seu e essa atitude foi chamada por Brousseau (2008) de devolução. A partir do momento em que ocorre a devolução, pode-se dizer que fica caracterizado uma situação adidática (FREITAS, 2008). Cabe ao professor criar meios e desafiar os alunos de tal forma que estes aceitem o problema como seu.

A devolução é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação adidática de aprendizagem. Nesse caso, devolver as soluções depende da motivação do aluno, o que vincula às questões psicoafetivas.

Na situação didática ocorre um contexto mais amplo em que a situação ou um problema escolhido pelo professor envolve o aluno e o seu meio.

Brousseau associa sua teoria a quatro vertentes norteadoras: ação, formulação, validação e institucionalização.

Ação: momento da tomada de decisões por parte do aluno, os saberes são colocados em prática com o objetivo de resolver os problemas propostos. Gera uma interação entre os alunos e o meio físico. Os alunos devem tomar as decisões que faltam para organizar sua atividade de resolução do problema formulado.

Formulação: o conhecimento implícito é transformado em explícito, as estratégias usadas são explicadas. O objetivo é a comunicação de informações entre alunos. Para isto, devem modificar a linguagem que utilizam habitualmente, precisando-a e adequando-a às informações que devem comunicar.

Nas ações acima é o que se espera em uma proposta de *feedback* automático.

*Validação: a estratégia apresentada precisa ser provada dentro de um determinado contexto, na qual tenta-se convencer a um ou vários interlocutores da validade das afirmações que são feitas. Neste caso, os alunos devem elaborar provas para demonstrá-las. Em um *feedback* automático é o momento no qual o aluno ultrapassou e venceu seus obstáculos.*

Institucionalização: ocorre a validação da atitude matemática. É um resumo de todo o processo que foi construído durante o trabalho e o professor faz uma retomada de tudo que foi realizado e sistematiza esse saber. São destinadas a estabelecer convenções sociais. Nestas situações busca-se que o conjunto de alunos de uma aula assumam o significado socialmente estabelecido de um saber

que foi elaborado por eles mesmos, em situações de ação, de formulação e de validação.

BROUSSEAU (2008) relata em seus estudos a existência de um sistema didático composto pelo professor, aluno e pelo objeto de conhecimento em questão: “Em síntese, trata-se de colocar os alunos diante de uma situação que evolua de forma tal, que o conhecimento que se quer que aprendam seja o único meio eficaz para controlar tal situação” (p. 33).

Apresenta-se aqui uma análise dos momentos adidáticos, à luz da teoria das situações didáticas proposta por Brousseau (2008), vivenciados pelos participantes na tentativa de criar atividades com *feedback* automático.

Podemos considerar questões como:

Que interpretação faz o professor diante dos possíveis erros dos alunos em um contexto matemático? Como intervém, o que pedirá aos alunos, que *feedbacks* irá considerar?

Para que serve o *feedback* automático, em que momentos intervém no processo de aprendizagem, sob que formas?

Compreendemos que a TSD pode criar uma visão diferenciada sobre o erro no sentido de considerá-lo apenas como um obstáculo e caminhar para a obtenção do saber, apresentando condições que devem ser consideradas em uma proposta de *feedback* automático.

Sobre Feedback e o uso do GeoGebra

De acordo com as definições cibernéticas e experimentais, uma definição geral para *feedback* em contextos instrucionais pode ser a seguinte: *feedback* é toda a informação pós-resposta que é fornecida a um aluno para informá-lo sobre seu estado real de aprendizado ou desempenho.

Quanto às boas práticas de *feedback*, Nicol e Macfarlane-Dick (2006) apresentam sete princípios que orientam seu desenvolvimento: ajuda a esclarecer o bom desempenho; facilita o desenvolvimento da autoavaliação (reflexão) na aprendizagem; fornece informações de alta qualidade aos alunos sobre sua aprendizagem; incentiva o diálogo entre professores e pares em torno da aprendizagem; incentiva crenças motivacionais positivas e autoestima; oferece oportunidades para diminuir a distância entre o desempenho atual e o desejado; fornece informações aos professores que podem ser usadas para ajudar a moldar o ensino. (retroalimentação).

Os momentos vivenciados nos encontros com os participantes e apresentado um exemplo a seguir, seguem um modelo de formação no contexto do GeoGebra considerando diferentes tópicos de Matemática e serviram de reflexão para a construção de atividades com *feedback* automático. Nos diferentes momentos dos encontros e no contexto em que trabalham, diferentes atividades foram desenvolvidas.

Os participantes são cinco professores do Instituto Federal de Alagoas e um professor da escola básica em Maceió. O projeto teve início em janeiro de 2021

após a organização do grupo por um dos participantes. Foram realizados quatro encontros até este momento nos quais são discutidas as propostas enviadas por eles e construídas no GeoGebra.

As discussões envolvem aspectos teóricos sobre a qualidade dos *feedbacks* tanto do ponto de vista do conteúdo matemático quanto as considerações teóricas que dão suporte ao desenho das construções dos tipos de *feedback* considerado.

Embora presente na literatura alguns tipos de *feedback*, indicamos nos momentos dos encontros com os participantes que a construção de *feedback* deve atender a proposta dos princípios de qualidade já descritos acima e, também, indicações da TSD para que possam superar tanto os obstáculos epistemológicos como os de origem didática e, se possível, de origem ontogenética.

Nos encontros iniciais, em uma das propostas de *feedback* apresentadas (Figura1) foram analisadas as possibilidades de aprimoramento de acordo com as indicações já mencionadas acima.

Atualizar Corrigir

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{15} = \frac{5}{17}$$

ATENÇÃO!!! Erro no numerador.
ATENÇÃO!!! Erro no denominador.

Resposta incorreta. Exemplo:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{5} =$$

Mover

Atualizar Corrigir

$$\frac{7}{4} + \frac{4}{5} = \frac{51}{20}$$

Resposta correta.

Figura 1. Construção de *feedback* sobre adição de frações de um participante
Fonte: Abar (2021).

A partir do mês de março de 2021 foi formado um grupo no *WhatsApp* por onde os links das propostas são indicados e, assim, os participantes enviam as respectivas propostas para o ambiente de materiais do GeoGebra, permitido na internet, e nos encontros posteriores as possibilidades de aprimoramento são discutidas.

As propostas vão, aos poucos, sendo aprimoradas com indicação de compreensão pelos participantes da importância de um *feedback* construído com base nos obstáculos identificados e que permita ao aluno a sedimentação de seu conhecimento.

Iglori

As reflexões aqui apresentadas tomam por referência uma reanálise de elementos de duas teses de doutorado. Essa reanálise foi apoiada nas noções de recurso e documento da ADD. As duas teses trabalharam em um tema comum, formação de professores da escola básica, porém, com abordagens

metodológicas distintas: uma utilizou a engenharia didática de 2ª geração (Perrin-Glorian, 2009) e a outra utilizou a modelagem. O foco neste artigo é conferir, em ambas investigações, o papel desempenhado pelos recursos e documentos dos sujeitos de pesquisa no ensino de conceitos matemáticos, nessas duas pesquisas de formação. Conferir em que medida a extensão desses recursos e documentos interferiam a ação dos formadores.

A reanálise é realizada considerando-se como essencial da ADD seus constructos que possibilitam entender o desenvolvimento profissional dos professores, isto é, para esse entendimento estudam-se as interações com os recursos que eles usam e produzem em suas ações em sala ou fora da sala de aula, para seu ensino. Entendendo dessa forma, a proposta é investigar se e como os recursos e documentos dos professores interferiam nas referidas pesquisas de formação.

A primeira tese intitula-se “A formação continuada, por meio de engenharia didática, de professoras polivalentes com o foco em conhecimentos e práticas pedagógicas referentes ao conceito de número” (Lomasso, 2019). Nela, as sessões da engenharia didática continham em especial atividades visando a avaliar/formar conhecimento das abordagens de (Piaget e Szeminska, 1975) sobre o conceito de número natural, e como elas abordavam o conceito de número em suas aulas. Essa investigação acontecia em observações do cotidiano da sala de aula do professor sobre o ensino do número natural, pois a engenharia de 2ª geração se desenvolve dessa forma. E nessas sessões de ensino do conceito de número, mesmo que o pesquisador/formador não tivesse a intenção *a priori*, a cada momento entrava em jogo a análise de recursos, de esquemas de utilização, de documentos dos professores, sujeitos da pesquisa/formação.

Pode-se intuir que os recursos que o professor preparava e utilizava em sua aula, interferia sim na formação, pois eles, utilizando basicamente o livro didático e anotações de aulas anteriores, deixavam transparecer que desconheciam propriedades da abordagem genética de Piaget sobre a conservação numérica (invariância do número), operações lógicas de classificação (como classe de inclusão) e a seriação das relações assimétricas (ordenação de grandezas). O professor observado, utilizava a correspondência, termo a termo, e demonstrava dificuldade de entendimento nas relações entre valor cardinal e determinação do princípio ordinal.

Outra condição que transparecia era a limitação de seus esquemas de utilização dos recursos: ela era caracterizada pela ação de repetição, isto é, a realização de ditados. Esses esquemas apoiam-se em uma concepção de que os alunos aprendem pela repetição. Outro esquema observado estava na consideração de que tudo começava do zero, parecendo que os alunos não têm conhecimentos prévios. Apresentavam também esquemas de explicações minuciosas de um assunto, ou mesmo aquela forma de começar uma afirmação deixando o final para o aluno dizer.

Podia-se perceber numa suposição de que os alunos têm sempre dificuldades de aprender assuntos considerados complicados como o caso do número. O professor em ação, no decorrer da formação, indicava uma visão estereotipada de um aluno, demonstrava, em geral, considerá-los incapaz de aprender. Esses

esquemas de utilização eram recorrentes entre os professores, faziam parte de uma cultura. Suas atitudes começaram a ser alteradas na atuação da engenharia didática. Considera-se que a razão disso está em que a engenharia didática:

[...] é responsável pela criação de modelos consistentes e relevantes e pela realização de dispositivos de ensino de um conhecimento específico, destinados a descrever ou prever, e explicar os acontecimentos observáveis de um determinado episódio de ensino (situações ou currículo) observado ou previsto (BROUSSEAU, 2013, p. 3, tradução nossa).

Em uma releitura dessa citação pode-se considerar criação de modelos consistentes e realização de dispositivos de ensino como a documentação do professor. Essa documentação, a escolha de recursos (modelos consistentes e dispositivos de ensino) pode interferir nos esquemas de utilização de um recurso do professor.

Na primeira fase da Engenharia Didática, nas análises prévias, era possível observar os recursos do professor para suas aulas. Esses recursos eram estruturados pelos parâmetros curriculares adotados pela secretaria municipal da cidade. Os esquemas de utilização tinham as marcas culturais das professoras relacionadas à situação de dificuldades sociais dos envolvidos. Isto é, escrita na lousa concomitantemente à exposição oral. Utilização de situações repetitivas e muito detalhadas, sobrando pouco para o aluno fazer.

No decorrer da formação continuada, novos recursos para o ensino do número natural foram introduzidos pelo formador e problematizou-se culturas e crenças sobre o ensino e a aprendizagem do número, os conhecimentos matemáticos e didáticos necessários para a ampliação de possibilidades aos professores envolvidos. Consideramos que a formação docente estava acontecendo com a apresentação de outras fontes de recursos e outros possíveis modos de tratamento deles.

Após essas ações, os docentes constataram que os materiais organizados a partir da conceituação teórica de número foram relevantes. Perceberam que outros modos de ensinar poderiam ser utilizados. O caráter manipulativo, de atividades da formação foi considerado pelas professoras apropriado à faixa etária dos(as) alunos(as) do 1º ciclo do ensino fundamental. Destaca-se aqui a preferência por esquemas manipulativos entre essas professoras, considerando-os estratégias de ensino profícuos para a aprendizagem. De fato, facilitavam para elas a compreensão do conceito complexo de número.

As professoras deixavam transparecer recursos e esquemas de utilização durante as discussões na formação, especificamente relacionados ao ensino do número natural. Diziam elas que pouco poderia ser feito, pois havia uma grande quantidade de alunos, de conteúdos e tempo reduzido para apresentá-los; que faltava material mais compatível para a faixa etária, como, por exemplo, material concreto. Diziam que as crianças chegavam sem conhecimentos prévios, não indicando quais, se questionadas. Elas faziam referência também à qualidade de suas formações iniciais, indicando falta de condições de escolha de recursos variados, para além de livro didático, materiais de aulas anteriores ou de manuais da secretaria da educação.

As professoras evidenciaram que se surpreenderam com as experiências piagetianas apresentadas e apontaram o quanto elas podem contribuir no cotidiano escolar, no que se refere ao ensino do número natural. Três professoras desenvolveram com seus (suas) alunos (as) as atividades apresentadas na sequência didática. A ampliação do sistema de recurso dessas professoras levou-as a perceber que novos recursos contribuem com o desenvolvimento do aprendizado, e as experiências com atividades piagetianas as levaram a produzir novos esquemas enriquecidos por reflexões pedagógicas e didáticas no ensino do número natural.

A outra tese revisada é intitulada “Investigação Sobre a Formação Continuada de Professores do Ensino Fundamental I: Modelagem Matemática” (Santos, 2020). Nela destacam-se duas fases: uma diagnóstica em que os meios de coleta de dados foram questionários, gravações de áudio, vídeo e fotografias para conhecer as práticas profissionais dos sujeitos de pesquisa.

A segunda, o pesquisador/formador na condução da fase de consolidação de dados, experimentações de modelagem desenvolvidas em sala de aula com os alunos, discutia com os professores o uso de novos recursos que demonstrava trazer segurança ao professor e, em consequência, propiciar a ele, a inclusão de novos recursos pedagógicos que implicava na constituição de esquemas mais favoráveis ao envolvimento dos alunos na aprendizagem. Isso porque percebeu-se, nas observações, que os professores trabalhavam de forma menos rígida, com improvisações, o que muitas vezes implicava em atribuir significado para seus alunos dos conceitos matemáticos.

Os esquemas de utilização dos recursos em muitas situações da prática dos professores podem representar entraves ao desenvolvimento profissional, é o que se pode observar em (Santos, 2020) dificuldades ao uso de modelagem em sala de aula, falta de domínio de conteúdos matemáticos e a insegurança de professores em sala de aula. Eles expressam que “a realização de atividades de modelagem em sala de aula envolve várias ações não previsíveis” (ibidem, p.20). Entendemos essas ações não previsíveis como quebra nos esquemas de utilização de recursos. Santos apresenta resultados de estudos que podem ser observados como a relação intrínseca entre recursos e desenvolvimento profissional. Diz Santos:

Autores apontam que são recorrentes os debates acerca da insegurança que a modelagem matemática pode proporcionar ao professor, pois, em certos momentos da atividade, os professores sentem-se desestabilizados por não terem apoio e conforto de um livro didático para seguir. (SANTOS, 2020, p.20).

Pode-se inferir que essa insegurança pode implicar em limitação de recursos criados pelos docentes. O livro didático é um recurso seguro e deve ser, por isso, o preferido.

Durante a pesquisa, a professora ia demonstrando a percepção da necessidade de ampliar seu sistema de recursos de modo a permitir a utilização de uma metodologia de modelagem com temas do cotidiano para estudar conceitos matemáticos. A coordenadora, por sua vez, considerava difícil cumprir o cronograma usando essa metodologia, porque ela exige tempo. Com essa consideração, destacamos a limitação da escola no incentivo de mudança de

postura de professores na ampliação do sistema de recursos e na mudança de estratégias de ensino. (Santos, 2020).

A releitura desta tese, investigando o papel dos recursos e esquemas de utilização na formação de professores nos despertou a atenção de que mesmo professores mais experientes e com formação matemática mais sólida, não demonstravam uma variedade de recursos em suas aulas e nem mesmo se sentiam a vontade para introduzir novas estratégias de ensino. Eles tomavam o livro didático como principal recurso, e seus esquemas eram uso de lousa para o ensino de conceitos. Mas, pode-se perceber que incentivados pelo formador eles se dedicaram para encontrar recursos que auxiliassem o tratamento de temas cotidianos modelados em sala de aula. É importante relacionar o envolvimento da busca de recursos novos e adaptados ao desenvolvimento das aulas com o avanço de estratégias de motivação dos estudantes. Logo, o processo de desenvolvimento profissional desses docentes relacionou-se à organização de recursos para a aula de modelagem e foi possível perceber certos esquemas de utilização se formando nessa nova fase. Reconheceu-se um esquema de direcionamento de atenção ao que demonstravam seus estudantes durante a organização das relações entre fenômeno e matemática no ato de modelar.

Considerações finais

Pesquisas já consolidadas e outra em andamento foram objetos, neste artigo, de reanálises com vistas a refletir sobre potencialidades de constructos teóricos de teorias da educação matemática, com a conjectura de que, considerados nos respectivos contextos de cada pesquisa, outras situações, não estimadas *a priori* em seu desenvolvimento, poderiam transparecer evidenciando aspectos importantes do ponto de vista epistemológico.

O tratamento metodológico ensaísta foi considerado adequado para atingir os objetivos, com a prospecção de que as ideias desenvolvidas neste artigo devem prosperar com outros constructos teóricos.

Abar, considerando que a exploração da matemática com o GeoGebra permite a criação de atividades com *feedback* automático, desenvolve um projeto pelo *Google Meet*, com professores atuantes no ensino básico e superior. Na construção das propostas com *feedback* automático, apresentadas pelos participantes, transparecia aspectos da Teoria das Situações Didáticas -TSD de Guy Brousseau e foi reconhecida como uma situação adidática, de acordo com Brousseau, planejada visando uma aprendizagem.

Na situação adidática, o professor deve proceder de forma a não dar a resposta ao aluno, que aprende adaptando-se a um meio, no qual o professor provoque as adaptações desejadas e são, de acordo com Freitas (2008, p. 86), "...os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nelas significa que ele, por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar algum conhecimento".

Iglioni fez suas inferências a partir da reanálise de dados de duas teses de doutorado sobre a formação de professores, as quais indicaram a forte relação entre recursos e desenvolvimento profissional de professores, mesmo sem que eles

tivessem sido *a priori* escolhidos como aportes teóricos. Os estudos dos recursos, esquemas e documentos se apresentaram com frequência como condutores de formação de professores, revelando conhecimentos pedagógicos, didáticos e conceituais dos sujeitos de pesquisa.

As bases para o estudo sobre recurso e documento para Iglori estão na sua epistemologia que, segundo seus autores, a ADD está ancorada em conceitos centrais como “situação didática, restrição institucional e esquema, e abrange uma perspectiva sociocultural, incluindo, em particular, a noção de mediação (Vygotsky 1978) como componente de qualquer processo cognitivo e apoiada em aspectos constitutivos da educação matemática dos dias atuais, como, uso de tecnologias; desenvolvimento profissional de professores; e arquitetura da informação. É importante ressaltar a influência da ergonomia cognitiva, desenvolvida por Rabardel (1995).

Referências

- BROSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática, 2008.
- BROUSSEAU, Guy. *Introduction à l'ingénierie didactique*. Laboratoire, Cultures, Education, Sociétés (LACES). Université Bordeaux 2. Disponível em: <http://guy-brousseau.com/2760/introduction-a-l-ingenierie-didactique-2013>.
- BROUSSEAU, Guy. *Les obstacles épistemologiques et les problèmes en mathématiques*. Grenoble, Recherches en didactique des mathématiques. 1983, v.4, n.12. p.165-198.
- CURY, Helena Noronha. *Análise de erros: o que podemos aprender com os erros dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- DIAS, Sônia e SANTOS, Leonor. O Feedback e os Diferentes Tipos de Tarefas Matemáticas. *Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática-SIEM*. Associação de Professores de Matemática-APM. Lisboa, 2011, p.126-136.
- FREITAS, José Luiz Magalhães. Teoria das Situações. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 2008, p. 77-111.
- IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. A noção de obstáculo epistemológico e a educação matemática. *Educação Matemática – uma (nova) introdução*. Machado, S. (Org.) São Paulo: EDUC, 2008.
- LOMASSO, Emerson Bastos. *Uma formação continuada, por meio de engenharia didática de professoras polivalentes com o foco em conhecimentos e práticas pedagógicas referente ao conceito de número natural*. Tese de doutorado. PUC-SP. 157 p. 2019.
- NICOL, David. J., MACFARLANE-DICK, Debra. Formative assessment and self-regulated learning: A model and seven principles of good feedback practice. *Studies in Higher Education*, 31(2), 199-218, 2006.

- PERRIN-GLORIAN Marijane. *L'ingénierie didactique à L'interface de la Recherche avec l'enseignement vers une Ingénierie Didactique de Deuxieme Generation?* Laboratoire André Revuz, Université Paris-Diderot, Université Artois.pp.1-20. 2009.
- PIAGET, Jean; SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança*. Tradução Christian Monteiro Oiticica. Ed.2. Rio de Janeiro/RJ/Zahar. 1975.
- RABARDEL, Pierre. *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin, 1995.
- SANTOS, Douglas Borreio Maciel. *Uma Investigação sobre a formação continuada de professores do ensino fundamental I: O uso da modelagem matemática*. Tese de doutorado. PUC-SP, 2016.
- TROUCHE, Luc; GEUDEUT, Ghislaine e PEPIN Birgit. Adaptação ao português: Cibelle Assis e Katiane Rocha. Revisor: Sonia Iglori. *A abordagem documental do didático*. ,<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL, 2020>.
- VYGOTSKY, Lev Semionovitch. *Thought and language*. Cambridge: MIT Press (Original work published 1934). 1978.

Autoras:

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar- abarcaap@pucsp.br
<https://orcid.org/0000-0002-6685-9956>

Sonia Barbosa Camargo Iglori – siglioni@pucsp.br
<https://orcid.org/0000-0002-6354-3032>

Professoras do Programa de Estudos PósGraduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologías. Rua Marquês de Paranaguá, 111. Consolação – São Paulo – SP - Brasil