

www.fisem.org/web/union
<http://www.revistaunion.org>

Porcentajes. **Reflexiones en un marco de creación de problemas**

Uldarico Malaspina Jurado
Pontificia Universidad Católica del Perú – IREM
umalasp@pucp.edu.pe

Problema

Una gasolinera vende gasolina por litros o por fracciones de litro, a \$ 2.00 el litro, pero por las vacaciones escolares ha establecido una promoción del 15% de descuento.

Usa un sistema de coordenadas para representar los precios descontados que correspondan a las diversas ventas de gasolina.

Comentaremos diversas reflexiones didáctico-matemáticas originadas en la solución de un problema que no hace mención explícita al porcentaje, en un taller sobre creación de problemas, con profesores de secundaria en servicio. Una pista importante de reflexión, surge al constatar que la idea que predominó en torno a porcentajes, fue la parte operativa. No se le prestó atención, ni didáctica ni matemáticamente, a su relación estrecha con la proporcionalidad directa y en consecuencia, no se relacionó porcentaje con funciones lineales de una variable real.

El problema con el que comenzamos este artículo, fue creado por uno de los participantes, en el tramo final del taller.

El problema inicial en el taller, fue propuesto en el marco de la estrategia EPP (Episodio, Problema-pre, Problema-pos), expuesta ampliamente en Malaspina (2017), que venimos usándola en diversos talleres de formación de profesores, y para trabajos de tesis de maestría en enseñanza de las matemáticas. El episodio presentado fue el siguiente:

El profesor David, en una de sus clases de matemáticas, propuso el siguiente problema a sus alumnos del sexto grado de educación primaria:

En la feria del libro se hacen descuentos. María compró por \$ 32 un libro cuyo precio sin descuento es \$ 40 y Jorge compró por \$ 50 un diccionario cuyo precio sin descuento es \$ 60. ¿Cuál de ellos recibió el mejor descuento?

Luego de unos minutos, algunos de los alumnos del profesor David dijeron:

- ▶ Alex: *Es obvio, Jorge*
- ▶ Marco: *A mí me parece que María*
- ▶ Julia: *Aunque no parece, seguramente la respuesta es María.*

La idea en la estrategia EPP es que, ante el episodio dado, los participantes – usando fichas preparadas para actividades individuales y grupales – desarrollen dos fases de trabajo. En la primera fase: a) resuelvan el problema; b) opinen sobre lo que dijeron los alumnos; c) creen y resuelvan un problema que ayude a entender y resolver el problema del episodio (a estos problemas los llamamos *problemas-pre*, respecto al problema del episodio); d) identifiquen en el problema sus cuatro elementos básicos: información, requerimiento, contexto y entorno matemático; e) expliciten razones por las cuales consideran, en cada grupo, que el problema creado es un problema-pre respecto al problema del episodio; f) intercambien los enunciados de los problemas-pre creados, para que sean resueltos por otro grupo; g) algunos grupos socialicen con todos los participantes su solución y comentarios del problema que resolvieron; y h) el conductor del taller, con base en sus observaciones a las actividades de los participantes durante el taller y a las exposiciones hechas de las soluciones, haga las aclaraciones didácticas y matemáticas que considere pertinentes, interactuando con los participantes.

En la segunda fase: i) creen y resuelvan un problema que sea más retador que el problema del episodio (a estos problemas los llamamos *problemas-pos*, en relación al problema del episodio); ii) identifiquen los cuatro elementos básicos del problema creado; iii) expliciten razones por las cuales consideran, en cada grupo, que el problema creado es un problema-pos respecto al problema del episodio. Las siguientes actividades son similares a las descritas para la primera fase, en los ítems (f), (g) y (h).

El episodio propuesto fue ideado con el propósito de hacer emerger la idea de proporcionalidad o de porcentaje y en el taller cumplió tal objetivo, en lo que se refiere a porcentajes, aunque hubo algunos pocos casos individuales en los que la respuesta a la pregunta fue “Jorge recibió el mejor descuento, porque le descontaron \$10 soles y a María le descontaron solo \$ 8”. Esta afirmación fue aclarada en los trabajos grupales, en los que se observó que, aunque cuantitativamente 10 es mayor que 8, proporcionalmente el descuento de \$10 es respecto a un precio de \$ 60, mientras que \$8 es un descuento respecto a un precio de \$ 40. Así, las respuestas grupales fueron, todas, que el mejor descuento lo recibió María, porque \$ 8 es el 20 % de \$ 40 (María recibió un descuento del 20%) y \$ 10 es el 16.67% de \$ 60 (Jorge recibió un descuento del 16.67%).

Cabe mencionar que en ningún grupo se resolvió el problema usando solo proporcionalidad; es decir, observando que

$$\frac{8}{40} > \frac{10}{60};$$

Lo cual equivale a afirmar que $\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$.

Algo más, en casi todos los grupos se usó la “regla de tres simple” para obtener los porcentajes. En principio, no es malo usar esta regla, pero es pertinente hacer notar que no es conveniente tenerla como la única forma de resolver problemas de porcentaje; más aún, cuando muchas veces se aplica esta regla de manera mecánica y sin examinar detenidamente el razonamiento que hay en ella, en el marco del pensamiento proporcional.

Al asumir la actividad de crear problemas que faciliten la comprensión y solución del problema del episodio (problemas-pre, respecto a tal problema), se observó la tendencia en los participantes a crear problemas modificando ligeramente el enunciado del problema dado, usando de manera explícita los porcentajes, para tener un problema cuya solución se perciba más directamente, pero no un problema que realmente ayude a entender y usar un enfoque de proporcionalidad para resolver el problema del episodio. Las razones dadas para la creación de tal problema son su menor complejidad y requerir cálculos más directos. No explicitan la importancia de estimular la comprensión de la proporcionalidad y así facilitar la comprensión y solución del problema del episodio. En la Figura 1, mostramos un ejemplo de estos problemas:

En una feria de libros se hacen descuentos. María compró un libro cuyo precio sin descuento es \$40, el cual estaba con un descuento de 20%. y Jorge compró un diccionario cuyo precio sin descuento es \$50, pero su descuento era de 10%.
¿Cuánto pagaron María y Jorge por cada libro?

Figura 1. Problema creado por el Grupo 5, intentando crear un problema-pre respecto al problema del episodio

En algunos grupos, el problema creado – a pesar de que su propósito era contribuir a la comprensión y solución del problema del episodio – fue de mayor complejidad que el problema del episodio, con un requerimiento que acentúa aspectos operativos de porcentajes. Un ejemplo es el que se muestra en la Figura 2.

En una feria del libro, se hace descuentos del 20% para libros y del 16,67% para los diccionarios. María compró un libro por \$32 y Jorge un diccionario por \$50. ¿Cuál fue el precio sin descuento del libro y diccionario adquiridos por María y Jorge?

Figura 2. Problema creado por el Grupo 1, intentando crear un problema-pre respecto al problema del episodio.

Al asumir la actividad de crear problemas más retadores que el problema del episodio (problemas-pos, respecto a tal problema), se observó que predomina la idea que un problema es más retador si requiere un mayor número de operaciones para resolverlo. Una muestra de esto es el problema que se muestra en la Figura 3.

En una librería se oferta un paquete de libros en \$ 80, el paquete consta de 3 libros, de los cuales en otra tienda, el libro, 1, 2, 3 tienen un descuento de 5%, 7%, 10% respectivamente, si cada libro cuesta \$ 25, \$ 31 y \$ 39 sin descuento ¿Dónde es más conveniente comprar?

Figura 3: Problema creado por el Grupo 13, intentando crear un problema-pos respecto al problema del episodio

Cabe destacar que hubo algunos problemas cuyo requerimiento lleva a reflexionar sobre el significado del porcentaje, más allá de los aspectos operativos, como el que se muestra en la Figura 4

En una tienda de celulares, por la compra de un celular Huawei, se cancela, luego de aplicar un 10% de descuento, \$ 270, y por la compra de un iPhone, luego de aplicar un 12% de descuento, \$ 528. ¿Cuál es el porcentaje de descuento total por la compra de las dos celulares?

Figura 4. Problema-pos respecto al problema del episodio, creado por el Grupo 14

Luego de esta fase de trabajo grupal se hizo una reflexión más amplia sobre el significado del porcentaje. Se enfatizó su vinculación con la proporcionalidad directa, teniendo en cuenta tanto los problemas creados, como el hecho que solo uno de los 14 grupos de trabajo, consideró la proporcionalidad como parte del entorno matemático del problema que crearon.

Muy pocos participantes usaron ecuaciones lineales para resolver los problemas creados sobre porcentajes. Esta sería una de las razones por las que llamó la atención de los participantes que se muestre la obtención del 25% de cualquier número real no negativo x usando la función lineal f dada por

$$f(x) = 0,25x.$$

Más aún, que – como se muestra en las figuras 5 y 6 – con el gráfico de tal función, para $x \geq 0$, se puede visualizar soluciones de problemas básicos sobre porcentaje, como

Problema 1: Hallar el 25% de 30.

Problema 2: ¿El 25% de qué número es 11?

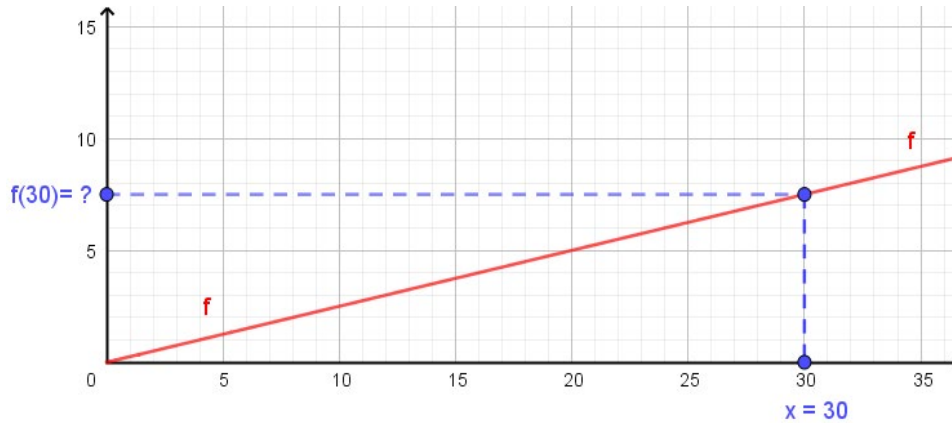


Figura 5. Visualización de la solución del Problema 1

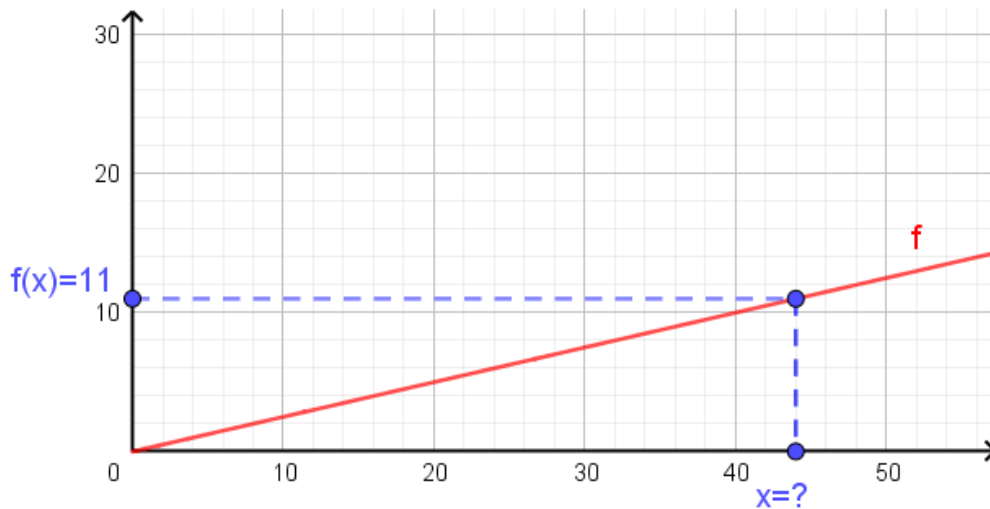


Figura 6. Visualización de la solución del Problema 2

Motivado por este enfoque de los porcentajes, uno de los participantes propuso el problema con el que iniciamos este artículo. En la Figura 7, mostramos un gráfico que responde al requerimiento del problema. El precio descontado es el 85% del precio original, por tener el 15% de descuento. Como el precio sin descuento del litro de gasolina es \$ 2, el precio descontado de un litro de gasolina, en dólares, es 0.85×2 ; o sea \$ 1.70. Así, se genera la función lineal g dada por

$$g(x) = 1.7x,$$

donde x es la cantidad de litros de gasolina y $g(x)$ el precio de esos x litros, con el 15% de descuento, sabiendo que el litro sin descuento cuesta \$ 2.

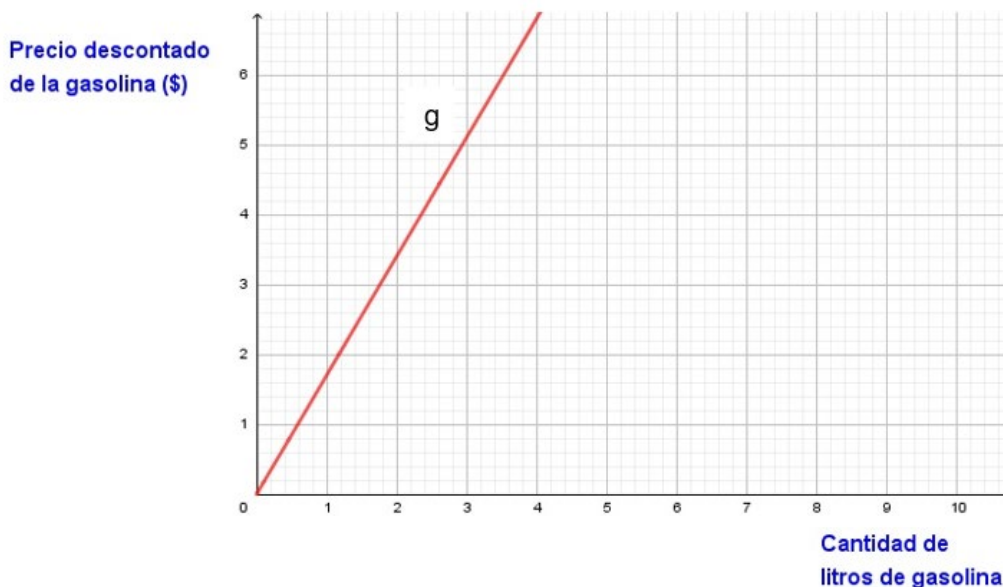


Figura 7: Gráfico correspondiente al problema inicial

Por el contexto del problema, solo debe considerarse el gráfico para $x \geq 0$. También cabe aclarar que la función lineal es un modelo matemático completamente pertinente en este contexto extra matemático, aunque, en rigor, el gráfico no sea una función continua, por no ser posible comprar, por ejemplo, $\sqrt{2}$ litros de gasolina.

Comentarios finales:

1. La experiencia didáctica nos muestra lo importante que es desarrollar las competencias didáctico-matemáticas de los profesores y futuros profesores. Ciertamente, se requiere dedicar tiempo para estimular reflexiones sobre los objetos matemáticos que van a integrar los contenidos a desarrollar con los estudiantes. Reflexiones que lleven a profundizar la comprensión de los conceptos, a establecer conexiones y a diseñar actividades que faciliten el aprendizaje de los estudiantes. La creación de problemas es un gran medio, tanto para suscitar estas reflexiones como para evidenciar las competencias didáctico-matemáticas que tienen los profesores en servicio.
2. Específicamente, en relación a los porcentajes, es muy importante destacar, desde las clases introductorias, su vinculación estrecha con la proporcionalidad directa. Así, por ejemplo, aunque no se conozcan las cantidades en unidades específicas, si se prepara un refresco usando la cantidad de agua que contiene una determinada jarra y dos copas de esencia del jugo de una fruta, al preparar mayor cantidad de tal refresco, usando tres de esas jarras de agua y seis de esas copas, con esencia de jugo de fruta, se habrá mantenido el porcentaje de esencia del jugo de fruta, respecto a la cantidad de agua.
3. Como la proporcionalidad directa se expresa gráficamente mediante las funciones lineales, usando estas se puede ilustrar y resolver problemas

sobre porcentajes, como hemos ilustrado en las figuras 5, 6 y 7. Es una oportunidad para mostrar las conexiones intra matemáticas entre los objetos matemáticos porcentaje, proporcionalidad, ecuaciones lineales y función lineal. La vinculación del porcentaje con la función lineal permite ilustrar el uso del porcentaje como operador.

4. El análisis de los problemas creados, sobre todo de los problemas-pre, respecto al problema dado en el episodio, puede enriquecerse usando los criterios de idoneidad didáctica; especialmente la idoneidad epistémica, cognitiva, mediacional, emocional y ecológica (Hummes, Font, & Breda, 2019).
5. En relación a la estrategia EPP para talleres de creación de problemas, es importante que antes de crear un problema pre o pos, respecto a un determinado problema considerado en un episodio, se socialicen las soluciones de tal problema y que el orientador del taller contribuya a que se adquiera mayor claridad sobre los procesos involucrados en la obtención de su requerimiento, como medio para desarrollar el pensamiento matemático, más allá de las operaciones a realizar. Esto ayudará a mejorar la calidad de los problemas que se creen en el taller, sobre todo de los problemas-pre, respecto al problema del episodio.

Referencias:

Hummes, V., Font, V., & Breda, A. (2019). Uso Combinado del Estudio de Clases y la Idoneidad Didáctica para el Desarrollo de la Reflexión sobre la Propia Práctica en la Formación de Profesores de Matemáticas. *Acta Scientiae*, 21, 1, 64-82.

Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*.

Disponible en, <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/malaspina.pdf>