UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 53. Agosto 2018
Páginas 46-67

www.fisem.org/web/union
http://www.revistaunion.org

Modelo de uma Matemática para o Ensino do Conceito de Combinação Simples

Jean Lázaro da Encarnação Coutinho, Jonei Cerqueira Barbosa

Fecha de recepción: 06/06/2017
Fecha de aceptación: 07/03/2018

Resumen	Este artículo presenta un estudio en el que se modeló una Matemática para la enseñanza del concepto de combinación simple, estructurado metodológicamente en el estudio del concepto, a través de una revisión sistemática de la literatura y del estudio colectivo de los maestros que trabajan en la educación primaria, secundaria y / o superior, con experiencia en la enseñanza del análisis combinatorio. Presentamos un modelo, en el que fueron clasificados cuatro panoramas: formal, instrumental, ilustrativos y comparativos. El resultado aporta un modelo que tiene potencial para la formación de los profesores y otras investigaciones en el campo de la educación matemática. ***Palabras clave:*** Matemáticas para la Enseñanza; Estudio de concepto; profesores; Análisis combinatorio.
Abstract	This article presents a study to set a model of Mathematical for Teaching the concept of simple combination. Its methodology consists of a concept study from a systematic review of literature and a collective study with teachers from primary, secondary, and/or higher education with experience in teaching combinatory analysis. The article presents a model categorized into four landscapes: formalist, instrumental, illustrative and comparative. The results bring a model that presents potential possibilities for teacher training and other researches in Mathematics education. ***Keywords:*** Mathematics for Teaching; Concept Study; Teachers; Combinatory Analysis.
Resumo	Este artigo apresenta um estudo no qual modelamos uma Matemática para o Ensino do conceito de *combinação simples,* estruturado metodologicamente no Estudo do Conceito a partir de uma Revisão Sistemática da literatura e do estudo coletivo com professores atuantes nos níveis fundamental, médio e/ou superior com experiência no ensino de Análise Combinatória. Apresentamos um modelo, no qual foram categorizados quatro panoramas: formalista, instrumental, ilustrativo e comparativo. O resultado traz um modelo que apresenta potencialidades para a formação de professores e para outras pesquisas no campo da Educação Matemática. ***Palavras-chave:*** Matemática para o Ensino; Estudo do Conceito; Professores; Análise Combinatória.

1. Introdução

Pesquisas, na área de Educação Matemática, discutem a ocorrência de uma matemática específica mobilizada por professores em suas tarefas de ensinar[1] que difere daquela mobilizada por profissionais de outras áreas diferentes do ensino (Adler, 2005; Bednarz & Proulx, 2009; Davis & Renert, 2009, 2012, 2014; Davis & Simmt, 2006). Esses autores discutem essa especificidade em termos de Matemática para o Ensino. Essa orientação nos permite investigar maneiras como essa especificidade se manifesta, tomando como parâmetro as fontes associadas à tarefa de ensinar do professor, como por exemplo, no modo como o professor ministra suas aulas, os textos dos livros didáticos que ele utiliza, as atividades que propõe, a forma de apropriação das orientações dos documentos oficiais que orientam a educação, entre outros.

Nesse cenário de especificidades que envolvem a tarefa de ensinar do professor de Matemática, nosso estudo enfocou as formas como determinado conceito matemático[2] vem sendo comunicado nos diversos contextos atrelados ao ensino. O foco em conceito matemático justifica-se por sua importância para a Matemática e pela diversidade de suas interpretações (Silveira, 2006). Sobre essa importância, Fernandes, Carvalho & Carvalho (2010) sintetizam pesquisas que evidenciam as potencialidades das diversas representações associadas a um determinado conceito que permitem diferentes formas de comunicá-lo, como exemplo, indicam o uso de tabelas, modelos concretos e listagens como formas de comunicar conceitos frentes a problemas combinatórios. Pessoa & Borba (2009) corroboram a necessidade de possibilitar situações diversas no ensino que permitam ao aluno estabelecer relações e construir seus próprios entendimentos.

As discussões suscitadas até aqui sugerem a existência de uma variabilidade de formas de como o professor de Matemática deve lidar/trabalhar com um conceito, em sua tarefa de ensinar. Essa inferência nos despertou o interesse por investigar essas possíveis formas de comunicação permeadas por aquela variabilidade. Neste estudo, interessa-nos o conceito de *combinação simples.* Consideramos que "*combinação simples* de *n* elementos tomados p a p, onde $n \geq 1$ e p é um número natural tal que $p \leq n$, são todas as escolhas não ordenadas de p desses n elementos" (Santos, Mello & Murari, 2007, p. 62).

A escolha por esse conceito específico se justifica por ele ter sido indicado na literatura como um dos conceitos de maior dificuldade no ensino e aprendizagem de Matemática (Alves & Segadas, 2012; Correa & Oliveira, 2011), resultante das dificuldades de se tratar a irrelevância que a mudança de ordem dos elementos escolhidos tem na formação dos agrupamentos (Pessoa & Borba, 2009; Santos-Wagner, Bortoloti & Ferreira, 2013).

Nossos materiais de análise provêm de duas fontes: a literatura científica publicada em periódicos de Educação Matemática, no Brasil, de 2004 a 2014, que

[1] Concebemos como tarefa de ensinar toda situação associada ao ensino, por exemplo, planejamento e execução de uma aula.

[2] Tomamos a definição de conceito matemático como uma combinação da palavra que indica o tema em discussão e seus símbolos, imagens, metáforas, analogias e outros recursos textuais que se reconhecem como parte da Matemática (Davis & Renert, 2009).

discute o conceito de *combinação simples* (Coutinho & Barbosa, 2016a), e um curso que reuniu professores de vários níveis de ensino e tempos de carreiras diferentes com experiência em Análise Combinatória (Coutinho & Barbosa, 2016b), contextos que serão caracterizados ao longo do trabalho.

A seguir, com o intuito de definir nosso objetivo em termos mais específicos, discorreremos sobre o que consideramos Matemática para o Ensino. Em seguida apresentaremos as informações obtidas em cada fonte já mencionada, e os analisaremos conjuntamente.

2. A Matemática específica do professor e o Estudo do Conceito

Como dito anteriormente, há uma especificidade na tarefa de ensinar do professor de Matemática que a difere da forma como outros profissionais mobilizam a Matemática em suas tarefas (Adler, 2005; Davis & Renert, 2009, 2012). Buscando uma ilustração para essas especificidades, Davis & Renert (2012) trazem um exemplo apresentado por Ball & Bass (2003), que evidenciam a diferença entre a tarefa do investigador matemático (formular e demonstrar teoremas e fórmulas matemáticas, por exemplo) e a tarefa do professor (descompactar a Matemática com objetivo de ensino).

As discussões sobre essa forma específica de mobilizar a Matemática utilizada pelos professores podem ser denominadas Matemática para o Ensino (Adler, 2005; Davis & Renert, 2014). Adler & Davis (2011) apresentam a Matemática para o Ensino como uma descrição do que ocorre na ação escolar do professor. Davis & Renert (2014) corroboram e substanciam que essa definição perpassa a organização e execução de uma aula em todas as suas nuances. Para os mesmos autores, a Matemática para o Ensino é o modo como o professor se relaciona com a Matemática que lhe possibilita organizar situações de ensino, interpretar ações dos alunos e promover entendimentos da disciplina. Em termos mais objetivos, assumimos a Matemática para o Ensino como o modo como o professor mobiliza a Matemática em sua tarefa de ensinar, como a Matemática específica do professor. Dessa forma, essa ação não pode ser vista como estática, mas, sim, emergindo na ação do professor (Davis & Renert, 2014).

Segundo Bednarz & Proulx (2009), na tarefa de ensinar, os professores propõem novos caminhos e novas representações em resposta às diferentes formas de fazer dos alunos, ou seja, o professor está munido de uma variabilidade de formas de comunicar Matemática em suas tarefas. Com intuito de fazer essa variabilidade emergir e suscitar essa Matemática para o Ensino, Davis & Simmt (2006) e Davis & Renert (2009, 2012, 2014) propõem o Estudo do Conceito (EC).

O EC é uma estrutura coletiva composta por professores da qual eles compartilham e na qual confrontam suas experiências e seus modos de comunicar Matemática em suas tarefas de ensinar (Davis & Renert, 2009, 2014). Nesse contexto, os professores são convidados a identificar, questionar, propor e elaborar metáforas, analogias, exemplos, aplicações de um determinado conceito matemático, com base no seu ensino (Davis & Simmt, 2006). A opção por trabalhar em cada EC com apenas um conceito justifica-se pelo fato de se considerar essa estrutura como ocasiões para escavar os significados existentes de conceitos (Davis & Renert, 2009), ou seja, esgotar, ao máximo, todas as possibilidades inerentes a cada conceito matemático.

Inspirados em Davis & Renert (2009), não consideramos os professores como agentes periféricos que apenas transmitem resultados matemáticos estabelecidos. Como os autores, concebemos os professores como participantes ativos na comunicação de possibilidades matemáticas que emergem da própria prática. Como estamos interessados no que o professor comunica ao ensinar, a estrutura do EC permite a observação coletiva de diversos professores, em um mesmo ambiente, e não de cada uma de suas respectivas salas de aula.

O EC está estruturado em quatro ênfases: *realizations (realizações), landscapes (panoramas), entailments (vinculações), blends (misturas)*[3] que emergem do ambiente participativo e partilhado, que gerarão divergências e convergências decorrentes das experiências dos professores participantes. Baseados nos estudos de Davis & Renert (2009, 2012, 2014), que trabalharam o conceito de multiplicação, apresentamos uma caracterização (Quadro 1) das três ênfases que discutimos neste trabalho. Assim como os autores, não temos intuito de julgar essas ênfases como certas ou erradas, mas, apenas como emergentes da tarefa de ensinar.

Quadro 1 - Caracterização das ênfases do EC

Ênfase	Caracterização
Realizações	Dizem respeito às diversas formas (definições, algoritmos, metáforas, imagens, aplicações, gestos) de que o professor faz uso na sua tarefa de comunicar um conceito matemático.
Panoramas	Representam uma visão mais ampla das *realizações* de um dado conceito. Dizem respeito à categorização dessas *realizações* em estruturas maiores a partir das relações de convergências (características semelhantes) que podem existir entre elas.
Vinculações	Caracterizadas pelas discussões em torno das *realizações* e/ou *panoramas*, buscam identificar, descrever e refletir sobre as diferentes implicações e relevâncias imbricadas em cada um deles.

Fonte: Davis & Renert (2009, 2014).

Podemos dizer que a Matemática para o Ensino é uma disposição específica que representa o modo que professor mobiliza a Matemática em sua tarefa, especificidade que pode apresentar uma variabilidade de formas de ensinar Matemática (Davis & Renert, 2009). Essa variabilidade vai depender do contexto - salas de aulas, curso com professores, livros didáticos, publicações científicas, entre outros - nos quais for observado, embora contextos de mesma natureza possam, também, apresentar diferenças na captura dessa variabilidade. Cada um deles nos fornece uma versão parcial da Matemática para o Ensino. No contexto de curso com professores, o EC representa a estrutura com a qual capturamos as *realizações* do conceito de *combinação simples*. O EC está interessado em fazer emergirem dessa estrutura coletiva possibilidades para o ensino de Matemática, além de organizar sistematicamente as formas de comunicação de um determinado conceito.

Inspirados na ideia de Matemática para o Ensino (Adler, 2005; Davis & Renert, 2009, 2012, 2014), o objetivo deste estudo é modelar uma Matemática para o Ensino do conceito de *combinação simples* em Análise Combinatória. Consideramos apenas dois contextos: publicações científicas e o estudo com professores.

[3] A ênfase *misturas* não se manifestou em nosso estudo, por isso não a discutiremos neste trabalho.

No que tange às publicações científicas, partimos de uma pesquisa realizada a partir de uma Revisão Sistemática da literatura pertinente a fim de capturar informações (*realizações* do conceito de *combinação simples*) e analisadas inspirado na estrutura do EC (Coutinho & Barbosa, 2016a). No estudo com professores, utilizamos a própria estrutura do EC para dirigir uma discussão coletiva que nos permitiu coletar os dados para a análise (Coutinho & Barbosa, 2016b). O tópico a seguir, traz os procedimentos utilizados em cada contexto.

3. Procedimentos metodológicos

A Revisão Sistemática é um método de pesquisa bibliográfica que tem como meta detectar evidências de um assunto específico disponíveis em produções científicas (Victor, 2008), utilizando métodos rigorosos de seleção da literatura e coleta de informações (Petticrew & Roberts, 2006).

Esse rigor é justificado por Ramos, Faria & Faria (2014), quando indicam que os crescentes números de publicações, cientificamente confiáveis ou não, em ambientes digitais, tornam cada vez mais complexa a seleção destes trabalhos. É importante salientarmos que as Revisões Sistemáticas não configuram, simplesmente, um resumo da literatura selecionada, já que ela tem por caráter fornecer contextos para cumprimento de um objetivo bem definido (De-La-Torre-Ugarte-Guanillo, Takahashi & Bertolozzi, 2011; Petticrew & Roberts, 2006).

Utilizando tais pressupostos, Coutinho & Barbosa (2016a) listou a seleção de alguns periódicos brasileiros do campo da Educação Matemática classificadas pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) - nas áreas de Educação e Ensino – com *qualis* A1 à B2, resultando a seleção em uma lista com oito periódicos (Quadro 2). A busca foi feita por títulos, resumos, palavras-chave e, quando necessário, leitura completa dos textos, chegando a uma lista de dez artigos, (Quadro 2) para posterior análise (Coutinho & Barbosa, 2016a).

Quadro 2 - Relação dos periódicos e artigos selecionados

Periódicos selecionados	Quantidade de artigos	Autores
ACTA SCIENTIAE - Revista de Ensino de Ciências e Matemática	01	Alves e Segadas (2012)
ALEXANDRIA - Revista de Educação em Ciência e Tecnologia	01	Azevedo e Borba (2013a)
BOLEMA - Boletim de Educação Matemática	02	Groenwald, Zoch Neto e Homa (2009); Serrazina e Ribeiro (2012).
BOLETIM GEPEM	00	-
Educação Matemática em Revista (São Paulo)	02	Borba e Azevedo (2012); Barreto e Borba (2012).
EMP – Educação Matemática Pesquisa	04	Fernandes, Carvalho e Carvalho (2010); Landín e Sánchez (2010); Santos-Wagner, Bortoloti e Ferreira (2013); Borba, Pessoa e Rocha (2013).
EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana	01	Pessoa e Borba (2010)

JIEEM - Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática	01	Vega e Borba (2014)
Revista Eletrônica de Educação	01	Azevedo e Borba (2013b)
ZETETIKÉ - Revista de Educação Matemática	01	Pessoa e Borba (2009)

Fonte: Coutinho & Barbosa (2016a, p. 7)

Salientamos que os artigos listados no quadro anterior apresentaram – implícita ou explicitamente - formas de *realizações* do conceito de *combinação simples*.

Para identificar as *realizações* de *combinação simples* comunicadas por professores de Matemática no ensino deste conceito, utilizamos como contexto o EC (Davis, 2012; Davis & Renert, 2009, 2014; Davis & Simmt, 2006; Rangel & Giraldo; Maculan, 2014). Inspirados nos pressupostos do EC, compomos um grupo de seis professores atuantes nos níveis de ensino fundamental (6 – 14 anos), médio (15 – 18 anos) e superior (a partir de 18 anos) em instituições de ensino da cidade de Barreiras, cuja motivação foi um curso de extensão promovido no campus do Instituto Federal da Bahia, localizado na própria cidade. Para utilizarmos as potencialidades da estrutura colaborativa/coletiva proposta no Estudo do Conceito (Davis & Renert, 2009, 2014; Davis & Simmt, 2006) e capturarmos a Matemática que o professor pode mobilizar, ao comunicar o conceito de *combinação simples* em suas ações, o grupo (Quadro 3) foi formado com certos critérios como:

a) características em comum associadas ao tópico que está sendo pesquisado; no nosso trabalho, todos eram professores de Matemática com experiência no ensino de AC;
b) a heterogeneidade dos contextos no qual ocorrem suas práticas – no nosso trabalho, foram escolhidos professores que atuam em diferentes níveis de ensino;
c) anos de docência diferentes.

Quadro 3 - Perfil dos professores participantes[4]

Identificação[5]	**Formação inicial**	**Tempo de docência**	**Nível de atuação em que trabalha ou trabalhou com ac**
Professor Alberto	Licenciatura em Matemática	32 anos	Fundamental
Professor Biano	Licenciatura em Matemática	15 anos	Médio
Professora Carla	Licenciatura em Matemática	12 anos	Médio e Superior
Professor Diogo	Licenciatura em Matemática	13 anos	Fundamental, Médio e Superior
Professora Elba	Licenciatura em Matemática	15 anos	Fundamental e Médio
Professor Fausto	Licenciatura em Matemática (em curso)	06 meses	Médio

Fonte: Coutinho & Barbosa (2016b, p. 790)

[4] Resultado da aplicação de um questionário para caracterização.
[5] Na assinatura do Termo de Consentimento Livre e Declarado, os professores optaram por utilizar pseudônimos que foram escolhidos pelos pesquisadores.

O grupo foi convidado a refletir coletivamente, analisar e elaborar entendimentos sobre o conceito de *combinação simples* em AC. Os encontros foram devidamente registrados em gravações audiovisuais, além das anotações feitas com a observação dos pesquisadores, que foram posteriormente analisadas, para identificar as diferentes formas de *realizações* utilizadas ou comunicadas pelos professores.

Davis & Simmt (2006) evidenciam que o papel do pesquisador no EC é de propor tarefas e organizar o ambiente de forma a suscitar as *realizações* de um dado conceito. Seguindo essa orientação, conduzimos os encontros estruturando e propondo atividades de elaborações e resoluções de problemas; elaboração de listas indicando metáforas, interpretações, analogias que comunicassem o conceito; elaboração de planos de aulas; apresentação de aulas que tinham o conceito de *combinações simples* como foco.

No nosso terceiro encontro, propusemos um problema motivador: *Em uma sala de aula há 8 alunos. De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos três alunos para representar a turma?*

Para a solução deste problema, um dos integrantes explanou que se tratava de um problema de *combinação simples.* A partir daí, lançamos a pergunta diretriz: *O que é combinação?* As primeiras respostas, com tons próximos à definição formal, já apresentavam alguns modos de *realizar* utilizados pelos professores. Como nosso intuito era identificar outras formas, passamos a questionar o grupo com outras perguntas: *O que mais? E daí? Como vocês falam sobre isso para os alunos? E quando eles não entendem que estratégias vocês usam?*

As respostas a esses questionamentos e o desenvolvimento de todas as outras atividades citadas anteriormente fizeram emergir uma diversidade de *realizações* no que diz respeito ao conceito de *combinação simples* utilizadas pelos professores em suas tarefas de ensinar.

A partir das listas de *realizações* identificadas nos dois contextos propostos - publicações científicas e estudo com professores - enquadramos nossa análise na estrutura do EC. Sendo assim, após identificação e descrição das *realizações*, nós as organizamos em *panoramas*, propusemos uma discussão em torno de suas *vinculações* e sugerimos um modelo teórico de uma Matemática para o Ensino do conceito de *combinação simples* em Análise Combinatória.

4. Realizações do conceito de combinação simples

Como dito anteriormente, as *realizações* são as diversas formas (definições, algoritmos, metáforas, imagens, aplicações, gestos) de que o professor faz uso, na sua tarefa de comunicar um conceito matemático (Davis & Renert, 2014).

Passamos, agora, a apresentar, descrever e exemplificar todas as *realizações* identificadas (Quadro 4) com o intuito de construir *panoramas*. Nessa seção, vamos evidenciar como o conceito de *combinação simples* aparece, ou é entendido, pelos autores (nos artigos selecionados) e pelos professores durante o desenvolvimento do curso. Além disso, pretendemos evidenciar características semelhantes nas realizações que nos permitiram a elaboração dos *panoramas*.

Quadro 4 - Lista de *realizações* identificadas[6]

Realização identificada	Ocorrência na literatura	Ocorrência no curso com professores	Breve descrição
Diagrama de árvores das possibilidades	X	X	Tem como característica permitir a visualização e ilustração da estrutura da solução de um problema a partir da composição desta solução.
Tabelas	X		Tem como característica a representação de todas as possibilidades de combinação inerentes ao problema.
Desenhos	X		Assim como a tabela, tem como característica a representação de todas as possibilidades de combinação inerentes ao problema por meio de ilustrações dos objetos que compõem a situação.
Listagens dos agrupamentos	X	X	Tem como característica a enumeração das possibilidades de agrupamentos válidos na situação em questão, buscando esgotar todas as possibilidades.
Contagem dos agrupamentos usando modelos concretos ou virtuais	X	X	Além da visualização da solução, tem por característica permitir a manipulação dos objetos que compõem a solução de modo a representar as possibilidades de agrupamentos válidos.
Ordenação irrelevante dos elementos	X	X	Tem por característica comunicar que a ordenação dos elementos na composição dos agrupamentos não gera novas possibilidades.
Comparação com arranjo	X	X	Tem como propósito contrastar duas técnicas de contagem, arranjos e *combinações simples*, evidenciando a irrelevância na ordem dos elementos que compõem os agrupamentos quando se trata de combinação.
Definição formal	X	X	Tem como propósito apresentar os agrupamentos das *combinações simples* de modo formal, evidenciando as relações e propriedades que precisam ser consideradas na formação desses agrupamentos.
Fórmula	X	X	Tem por característica permitir a contagem de todos os agrupamentos de *combinações simples* sem a necessidade de enumeração.

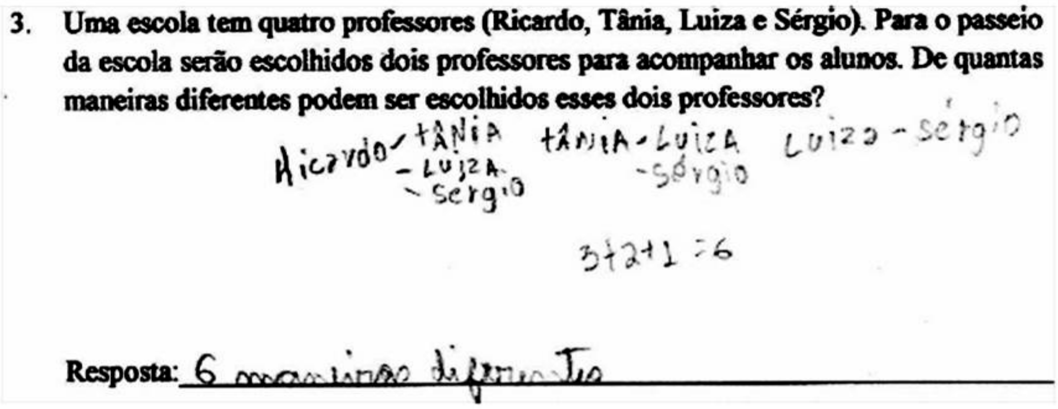
Fonte: Elaborado pelos autores

[6] A marcação com "X" informa que a realização ocorreu naquele contexto.

No intuito de ilustrar e fundamentar a descrição feita no quadro anterior, apresentamos, agora, uma série de exemplos das *realizações* do conceito de *combinação simples* retirados da literatura pesquisada ou do estudo com os professores. Ainda que a ocorrência tenha sido identificada tanto na literatura, quanto no curso com professores, optamos por apenas um exemplo para ilustrar cada *realização*.

Azevedo & Borba (2013a), em trabalho que analisou a influência do diagrama de árvores das possibilidades no ensino e a aprendizagem de Combinatória apresentaram a solução de um aluno pesquisado (Figura 1) que exemplifica o uso de tal diagrama.

Figura 1 - Exemplo da utilização da árvore de possibilidades


3. **Uma escola tem quatro professores (Ricardo, Tânia, Luiza e Sérgio). Para o passeio da escola serão escolhidos dois professores para acompanhar os alunos. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos esses dois professores?**

Ricardo - tânia
- luiza
- sergio

tânia - luiza
- sérgio

luiza - sergio

3+2+1 =6

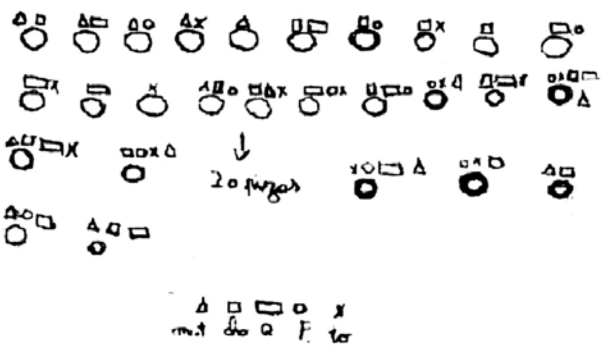
Resposta: 6 maneiras diferentes

Fonte: Azevedo & Borba (2013a, p. 133)

Corroborando com a descrição feita no Quadro 4, inferimos que a utilização do diagrama objetiva a organizar e ilustrar os agrupamentos que devem ser considerados na solução.

Serrazina & Ribeiro (2012) em estudo que explorou compreensões das interações que ocorrem num ambiente de resolução de problemas apresentam uma discussão em torno da solução de um problema de confecção de pizzas, a partir de cinco ingredientes diferentes. Na descrição dessa discussão, identificamos as *realizações* do conceito de *combinação simples* por desenho (Figura 2) e por tabela (Figura 3).

Figura 2 - Desenho utilizado por alunas na solução



Fonte: Serrazina & Ribeiro (2012, p. 1378)

Figura 3 - Tabela utilizada pela professora para apresentar a solução

nº de ingredientes	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**TOTAL**
Combinações possíveis com ingredientes A, B, C, D, E	MASSA ou BASE	A B C D E	AB AC AD AR BC BD BE CD CE CE	ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE CDE	ABCD ABCE ABDE BCDE ACDE	ABCDE	
nº de pizzas diferentes	1	5	10	10	5	5	32

Fonte: Serrazina & Ribeiro (2012, p. 1379)

As figuras apresentadas sugerem, em consonância com a descrição do Quadro 4, que a comunicação do conceito de *combinação* por essas *realizações* tem por característica a tentativa de representar todas as possibilidades de agrupamentos válidos.

No estudo com os professores, em um problema que visava à construção de subconjuntos distintos com três elementos, a partir de um conjunto com quatro elementos {a, b, c, d}, identificamos, na solução do professor Diogo, a manifestação da listagem de agrupamentos (Figura 4).

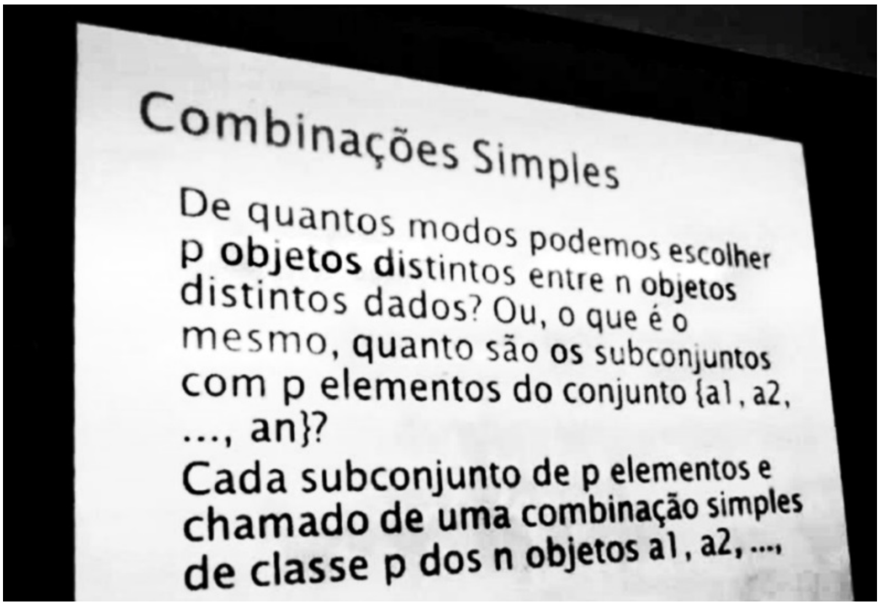
Figura 4 - Exemplo da utilização da listagem dos agrupamentos

Fonte: Registros do Professor Diogo

O exemplo expresso na figura indica a tentativa do professor em enumerar todas as possibilidades para posterior contagem. Isso evidencia a descrição dessa *realização* no Quadro 4.

Um exemplo da *realização* de *combinação simples* como definição formal (Figura 5) também foi identificado no estudo com professores, durante o desenvolvimento de uma aula coordenada pelo mesmo professor Diogo.

Figura 5 – Exemplo de utilização da definição formal



Fonte: Registros do Professor Diogo

Percebemos a preocupação, nesta *realização*, da comunicação das relações e propriedades que transformam o agrupamento (subconjunto) em *combinação simples*. Dessa forma, o problema das *combinações* é saber a quantidade de maneiras diferentes com as quais podemos formar subconjuntos com *p* elementos, a partir de um conjunto com *n* elementos, sendo $p \leq n$. Cada subconjunto com *p* objetos é chamado de *combinação*.

Fernandes, Carvalho & Carvalho (2010) investigaram a influência do trabalho colaborativo no desenvolvimento da didática de duas professoras de Matemática em Combinatória. Nesta pesquisa, detectamos uma discussão entre professora e alunos (Quadro 5) em que a *realização* referente à irrelevância da ordem dos elementos na *combinação simples* emerge. Já no estudo com os professores, identificamos uma situação em que o professor Fausto faz emergir a *realização* que tem por característica a comparação com arranjo (Figura 6).

Quadro 5 - Exemplo de ordenação irrelevante e manipulação de objetos

Margarida: Ora, vamos fazer assim. Eu tenho aqui pessoas coloridas.
Aluno: Oh professora, não me confunda.
Aluna: Interessa escolher as pessoas, não interessa a ordem.
Margarida: Não me confunda?! Eu vou te dar uma pessoa verde, uma branca e uma amarela, pode ser? Anda aqui explicar como é que o teu raciocínio bate certo. Tens aqui as pessoas, pega nelas. Pronto, então fazemos o seguinte, eu segura naquelas que tu rejeitas. Neste momento eu tenho-as todas.
Aluno: Vou tirar AB.
Margarida: Para já, AB. Para ti contou um caso?
Aluno: Um caso.

Margarida: Um caso. E agora se a trocares de mão?

Aluno: E agora se eu a meter aí e tirar BA, é a mesma coisa.

Margarida: Por quê?

Aluna: São as mesmas cores.

Aluno: Mas são as mesmas pessoas, são é duas maneiras diferentes de escolher as pessoas.

Aluna: Mas neste caso não interessa a ordem com que são tiradas.

Fonte: Fernandes, Carvalho & Carvalho (2010, p. 65)

Quadro 6 - Exemplo da *realização* comparação com arranjo

PROBLEMA 01	**Entre quatro candidatos a, b, c e d, devem ser escolhidos três para ocupar três cargos distintos: programador, analista de sistema e supervisor de departamento de informática de uma empresa. Como os candidatos são igualmente capazes, a escolha será feita por sorteio. Quantas escolhas diferentes podem ser feitas?**
PROBLEMA 02	Entre quatro candidatos a, b, c e d, devem ser escolhidos três para ocupar três vagas de programador no departamento de informática de uma empresa. Quantas escolhas diferentes podem ser feitas?

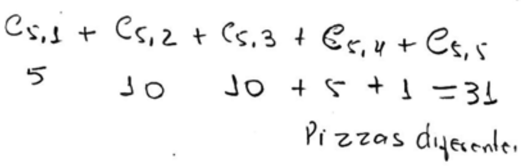
Fonte: Problemas propostos pelo Professor Fausto

Observamos que a discussão apresentada no Quadro 5, retrata a descrição desta *realização* feita no Quadro 4. Pelo Quadro 6, podemos inferir que a comunicação do conceito discutido neste estudo é feita, a partir da comparação de dois problemas cujas soluções levam ao contraste de dois agrupamentos: *combinação simples* e arranjo simples.

O mesmo Quadro 5 também evidencia a *realização* contagem de agrupamentos, utilizando modelos concretos. Na situação descrita, os agentes envolvidos manipulam os objetos característicos do problema em questão, para visualizar a irrelevância na ordem das escolhas.

Por fim, a exemplificação da *realização* do conceito, a partir da fórmula, foi identificada na tentativa de solução de um problema (Figura 6), pela professora Elba, no curso com os professores.

Figura 6 - Exemplo da realização fórmula



Fonte: Registros da Professora Elba

Solicitados a responderem quantas pizzas diferentes poderiam ser feitas a partir de 5 diferentes ingredientes, a professora Elba - enquanto outros integrantes do curso se utilizavam de listagens, diagramas, entre outros - utilizou a fórmula da *combinação simples* para a solução, chegando de forma mais rápida à resposta.

Inferimos que a utilização da fórmula permite a contagem dos agrupamentos envolvidos no problema em questão, sem que se precise enumerá-los, como sugere a descrição do Quadro 4.

A lista de *realizações* descritas nesta seção possibilita o reconhecimento da variabilidade de formas de comunicar o conceito de combinação simples. A diversidade de *realizações* de um determinado conceito pode contribuir para a organização de variadas estratégias de ensino (Rangel, Giraldo & Maculan, 2014).

No que diz respeito à Análise Combinatória, o reconhecimento dessas diversas formas de *realizar* um conceito vai ao encontro da necessidade de se considerar os variados significados e as várias representações que integram as situações combinatórias (Pessoa & Borba, 2010).

Considerando as características semelhantes entre algumas *realizações*, buscamos organizá-las em categorias mais amplas que, neste estudo, chamamos de *panoramas* (Davis & Renert, 2009, 2014). Essa categorização é apresentada, descrita e discutida na próxima seção.

5. Modelo de uma Matemática para o Ensino de combinação simples

Retomando nossa posição de modelar, teoricamente, uma Matemática para o Ensino de *combinação simples*, apresentamos, a partir de agora, os *panoramas* e *vinculações* associados a este conceito e que foram interpretados neste estudo. Ao final da seção, sugerimos um modelo dessa Matemática.

Inspirados em Davis & Renert (2009, 2014), já apresentamos os *panoramas* como uma visão em nível ampliado das *realizações* e as *vinculações* como discussões acerca das implicações e relevâncias imbricadas em cada *panorama*. Diante das características de cada *realização*, organizamos o Quadro 7.

Quadro 7 - Quadro panorâmico

	Realizações originárias	**Característica principal em comum entre as realizações**
Formalista	Definição formal	Caracterizado pela própria definição formal.
Instrumental	Fórmula	Caracterizado pela própria fórmula.
Ilustrativo	Contagem dos agrupamentos usando modelos concretos ou virtuais; diagrama de árvore das possibilidades; tabelas; desenhos; listagens dos agrupamentos.	Ilustração dos agrupamentos a serem contados.
Comparativo	Comparação com arranjo; ordenação irrelevante.	A ordem que os elementos são escolhidos para compor os agrupamentos não geram novas possibilidades.

Fonte: Elaborado pelos autores

No *panorama* formalista, o conceito de *combinação simples* é *realizado* pela definição formal. É caracterizado por comunicar a generalização, através de propriedades e relações, que leva ao reconhecimento de certo agrupamento como *combinação*. A estratégia utilizada na contagem é a compreensão de tais propriedades e relações que levam a contagem dos agrupamentos que satisfazem essas características.

Santos-Wagner, Bortoloti & Ferreira (2013) sublinham as formas erradas ou imprecisas com as quais os alunos descrevem conceitos combinatórios. Tratando das *combinações simples*, isso poderia ser reflexo da carga de abstração presente neste *panorama*, cuja comunicação está pautada na teoria de conjuntos. Isso pode ser visto em Lima, Carvalho, Wagner & Morgado (2004, p. 96): “Para resolver o problema das combinações simples basta notar que selecionar *p* entre os *n* objetos equivale a dividir os *n* objetos em um grupo de *p* objetos, que são os selecionados, e um grupo de *n* – *p* objetos, que são os não-selecionados”.

Essa situação também emergiu no curso com professores, quando o professor Diogo fez uma intervenção nesse sentido.

> Professor Diogo: Nas combinações, você está pegando subconjuntos de um conjunto. Tem que perceber, também, que esses subconjuntos pegos podem ser iguais. Que o conjunto {a, b, c, d} é a mesma coisa que o conjunto {d, c, b, a}. Então, essas situações tem que ser perceptíveis para o aluno. E, tem que perceber que você tem que ter essa diferenciação desses subconjuntos, quais são iguais e quais não são...

A preocupação do professor Diogo estava, justamente, no entendimento de que conjuntos com os mesmos elementos são considerados iguais, ou seja, se a definição formal fala em termos de subconjuntos, este não pode ser contado mais de uma vez. Dessa forma, o *panorama* formalista sugere que o entendimento sobre teoria dos subconjuntos é importante para a compreensão do que é comunicado pela definição formal de *combinação simples.*

No *panorama* instrumental, o conceito de *combinação simples* é *realizado* pela fórmula. É caracterizado por ser um procedimento mecânico em busca da contagem dos agrupamentos de *combinações simples*, sem a necessidade de listá-los através da utilização da fórmula $C_{n,p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$. Nesta configuração, *n* representa a quantidade de elementos do conjunto do qual se quer tomar *p* elementos distintos.

As fórmulas, e por consequência o *panorama* instrumental, facilita a contagem dos agrupamentos, sem a necessidade de enumeração (Santos-wagner, Bortoloti & Ferreira, 2013). Essa vantagem destaca-se, principalmente, quando o problema traz um número grande de elementos (Pessoa & Borba, 2010), mas nem sempre é aplicada de maneira correta (Alves & Segadas, 2012).

Sobre equívocos e tentativas de enquadramento dos problemas combinatórios, e por consequência os de *combinações simples*, Santos-Wagner, Bortoloti & Ferreira (2013) trazem uma discussão entre professor e aluno:

Figura 8: Discussão sobre a utilização de fórmulas

Aluno L: [...] ele foi buscando modos pra satisfazer uma resposta [...]. Na verdade ele não compreendeu a pergunta da questão. Tipo assim ele só queria colocar isso na fórmula. Os dados que ele tinha ele queria colocar na fórmula e dar uma resposta [...]

Professor I: e porque você acha que o aluno faz isso?

Aluno L: ...ée... condicionado, a utilizar fórmulas... ele tem essa fórmula e ele tem alguns valores ele vai jogar na fórmula.

Fonte: Santos-Wagner, Bortoloti & Ferreira (2013, p. 619)

Discussões semelhantes foram registradas no curso com professores:

> Professor Diogo: Quando eu aprendi no Ensino Médio, os professores trabalhavam muito com a ideia da fórmula. E a ideia da fórmula é assim: você olhar para o problema e saber que fórmula usar? Aí, você tinha que ler o problema e não sabia se usava combinação, se usava arranjo ou que fórmula que era. [...] Como é que eu vou encaixar essa fórmula aqui? E, nem sempre, a fórmula se encaixa em determinadas situações.

> Professora Elba: Quando o aluno não tem essa apropriação do conceito, em toda situação, por mais elementar que seja, ele acha que tem que aplicar fórmula. Ele fica condicionado a só usar fórmula. O professor também já passa isso pra ele, né? Quando pergunta: *E essa questão, qual a fórmula?*

Essas discussões trazem à tona uma preocupação sublinhada por Alves & Segadas (2012) sobre a ênfase do ensino com o uso de fórmulas, “embora seja um caminho possível, não parece trazer grandes benefícios para a aprendizagem [...]” (Alves & Segadas, 2012, p. 415). E concluem que essa quase obrigatoriedade do uso de fórmula pode ser consequência da generalização precoce das técnicas de contagem.

No *panorama* ilustrativo, o conceito de *combinação simples* é comunicado através das r*ealizações*: contagem dos agrupamentos, usando modelos concretos ou virtuais; diagrama de árvore das possibilidades; tabelas; desenhos; listagens dos agrupamentos. É caracterizado por focar diversas ilustrações que permitem a visualização dos agrupamentos que estão sendo contados nos problemas de *combinações simples*. Essas estratégias ilustrativas podem auxiliar o ensino desse conceito antes de sua introdução formal (Pessoa & Borba, 2009).

Pessoa & Borba (2009) e Azevedo & Borba (2013a) sublinham que o uso do que aqui chamamos de *realizações* que compõem este *panorama* – principalmente em problemas com um número pequeno de objetos - contribuem para o fazer do aluno em Análise Combinatória e, por consequência, na comunicação do conceito de *combinação simples*, contribuindo para seu entendimento. Essa análise foi corroborada pelos professores no curso:

> Professor Fausto: Quando você trabalha só com quadro e listas de exercícios, os alunos imaginam o que tem o problema, mas talvez, o que ele imagina, não seja...

> Professor Diogo: A visualização com um modelo, por exemplo, é melhor.
>
> Professor Fausto: E, também, a gente pode manipular e desenhar. Sair daquela forma tradicional. Porque é algo mais claro. Quando você vai começar, você vai começar com problemas que envolvem valores pequenos. Então, você começa, desenhando (diagrama) e consegue contar, um por um, no diagrama de árvores. Você conta a quantidade de possibilidades para cada uma das escolhas. Então, fica bem mais claro.

Os professores discorriam sobre as potencialidades da utilização dos modelos concretos, diagrama de árvores e desenhos, para iniciarem a comunicação do conceito de combinação. As discussões em torno da fala desses professores e as indicações presentes na literatura pesquisada nos leva a sugerir que o *panorama* ilustrativo representa a visualização das *combinações*. Para Fernandes, Carvalho & Carvalho (2010), explorar o diagrama de árvores, por exemplo, pode levar a descobrir uma regra de cálculo. O *panorama* em questão pode levar a generalizações desse conceito que atendam às soluções de problemas com um número grande de objetos.

No *panorama* comparativo, o conceito de *combinação simples* é comunicado através das *realizações*: ordenação irrelevante dos elementos e comparação com arranjo. É caracterizado por comunicar o conceito de *combinação simples,* a partir do contraste com o conceito de arranjo simples, que difere, em sua natureza, pela relevância, ou não, da ordem nos elementos que compõem cada agrupamentos. Essa característica sugere que, na ocorrência deste *panorama*, o conceito de *combinação* precede o de arranjo. Borba, Pessoa & Rocha (2013) sublinham a dificuldade de alguns professores para comunicar o conceito de *combinação,* devido à irrelevância na ordem dos elementos.

A discussão proposta pelo professor Fausto, referente aos problemas apresentados na Figura 6, evidenciam o potencial deste *panorama*. Ao resolver o primeiro problema[7], professor Fausto deixou evidente que a permuta de candidatos se configurava em uma nova possibilidade. Para a solução do segundo problema[8], ele inicia, comparando com a solução do primeiro:

> Professor Fausto: No problema dois, temos, novamente, os mesmos quatro candidatos, nas mesmas situações, com a mesma capacidade. Só que eu não tenho três vagas diferentes, eu tenho uma vaga que é para programador... Se eu escolher {a, b, c} e {b, c, a}, eu vou ter os candidatos a, b e c, em ambas as situações.

Essas análises nos levam a sugerir que este *panorama* pode ser um potencial para a discussão da ordenação dos elementos nos agrupamentos nomeados por arranjos e *combinações*, uma vez que permitem comunicar os dois conceitos, ao mesmo tempo.

Diante do que foi apresentado e analisado nas duas últimas seções, apresentamos a proposta do modelo de uma Matemática para o ensino de

[7] Contar de quantas maneiras diferentes quatro candidatos poderiam ocupar três vagas distintas de analista, programador e supervisor de um departamento de informática.

[8] Contar de quantas maneiras diferentes quatro candidatos poderiam ocupar três vagas de programados de um departamento de informática.

combinação simples, a partir de um quadro-síntese (Quadro 8) que visa a convergir e complementar os Quadros 4 e 7.

Quadro 8 – Modelo

Panorama	**Realizações originárias**	**Breve descrição**	**Nível de ensino com maior ocorrência**[9]	**A estratégia utilizada é...**	**O resultado é interpretado como...**
Formalista	Definição formal	O conceito de *combinação simples* é *realizado* pela definição formal e é caracterizado por comunicar a generalização, através de propriedades e relações, que leva ao reconhecimento de certo agrupamento como *combinação*.	Ensino Médio e Superior.	A compreensão de propriedades e relações que levam a contagem dos agrupamentos que satisfazem as características de *combinações simples.*	Uma quantidade de agrupamentos que satisfazem as relações e propriedades pré-estabelecidas.
Instrumental	Fórmula	O conceito de *combinação simples* é *realizado* pela fórmula e é caracterizado por ser um procedimento mecânico na busca da contagem dos agrupamentos de *combinações simples* sem a necessidade de listá-los através da utilização da fórmula $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$, em que *n* representa a	Ensino Médio e Superior.	Substituição na expressão $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)}$ de *n* pelo valor que representa a quantidade de elementos do conjunto do qual se quer selecionar objetos distintos e substituição de *p* pelo valor que representa a quantidade de elementos distintos que se quer escolher. Cada problema pode	O valor que resulta após operacionalização da substituição e do cálculo com base na fórmula $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

[9] Identificados a partir de análises da literatura utilizada na Revisão Sistemática e pelos próprios professores de diferentes níveis de ensino que compunham o grupo.

		quantidade de elementos do conjunto do qual se quer tomar *p* elementos distintos.		apresentar valores de *n* e *p* diferentes.	
Ilustrativo	Diagrama de árvores; Listagem dos agrupamentos; Contagem dos agrupamentos usando modelos concretos.	O conceito de *combinação simples* é comunicado através das *realizações*: contagem dos agrupamentos usando modelos concretos ou virtuais; diagrama de árvore das possibilidades; tabelas; desenhos; listagens dos agrupamentos. É caracterizado por focar diversas ilustrações que permitem a visualização dos agrupamentos que estão sendo contados nos problemas de *combinações simples*.	Ensino Fundamental e Médio.	Ilustração, a partir de uma das *realizações* que compõem o *panorama*, dos elementos que serão selecionados para compor o agrupamento em questão.	O total de agrupamentos que foram contados na ilustração escolhida para representar o problema.
Comparativo	Ordenação irrelevante dos elementos; Comparação com arranjo.	O conceito de *combinação simples* é comunicado através das *realizações*: ordenação irrelevante dos elementos e comparação com arranjo. É caracterizado por comunicar o conceito de *combinação simples* a partir do contraste	Ensino Fundamental e Médio.	Formar os agrupamentos com a quantidade de elementos requeridos no problema excluindo aqueles que diferem apenas pela ordem.	A quantidade de subconjuntos restantes após as exclusões.

		com o conceito de arranjo simples, que diferem em sua natureza pela relevância, ou não, da ordem nos elementos que compõe cada agrupamento.			

Fonte: Elaborado pelos autores

O resultado apresentado, no quadro anterior, aponta a variabilidade de formas de comunicar o conceito de *combinações simples* no ensino de Análise Combinatória, representando uma modelagem teórica.

6. Considerações finais

O objetivo deste estudo foi modelar uma Matemática para o Ensino do conceito de combinação simples em Análise Combinatória. Para proceder a tal modelagem, coletamos os materiais de análise em duas fontes – publicações científicas rigorosamente selecionadas e um estudo com professores -, utilizando o Estudo do Conceito como ferramenta metodológica de estruturação.

O modelo compreende uma variabilidade de formas – aqui chamadas de realizações que foram categorizadas em panoramas – de comunicar o conceito de combinação simples, na tarefa de ensinar do professor. Há, no meio acadêmico, preocupações com as dificuldades do professor, e dos futuros professores, para tratar situações combinatórias, e, consequentemente, combinações simples (Alves & Segadas, 2012; Borba, Pessoa & Rocha, 2013). Além disso, considera-se a importância dos professores reconhecerem diferentes estratégias de comunicar um conceito matemático em sala de aula (Ribeiro, 2012). Por conta dessas análises, consideramos relevante a proposta aqui apresentada sobre o conceito de combinação simples, para o trabalho atrelado à prática de ensino.

Como sublinham Davis & Renert (2012), o objetivo deste tipo de trabalho não é criar uma Matemática formal, uma nova Matemática. Nosso interesse foi organizar, sistematicamente, possibilidades de ensino de uma Matemática já existente que circula nos ambientes formais de ensino. Essa sistematização oferece a pesquisadores e professores a variabilidade que pode ser encontrada, tendo como foco o conceito de combinação simples em Análise Combinatória.

Sugerimos a possibilidade de incorporação deste modelo na tarefa de ensinar combinações simples, como instrumento de auxilio aos professores, sobre os entendimentos das diversas formas de realizações deste conceito. Contudo, investigações sobre os impactos desses tipos de modelos – como o proposto neste estudo - no ensino, talvez, ainda estejam em fase embrionária nos estudos científicos (Davis & Renert, 2014).

É importante destacar que o modelo será enriquecido quanto mais fontes de materiais para análise forem observadas. Tudo isso conduz à necessidade de continuidade desta investigação, em pesquisas futuras que se debrucem sobre fontes como: análise de livros didáticos, de documentos oficiais e de estudo com alunos. Entendemos que ainda há muito o que se investigar, não apenas sobre o conceito de combinação simples, mas em termos de Matemática para o Ensino de Análise Combinatória.

O que apresentamos aqui foram resultados iniciais dessa agenda de pesquisa em Educação Matemática, na qual identificamos e discutimos a variabilidade de formas de comunicar o conceito de combinação simples na tarefa de ensinar do professor de Matemática.

Referências

Adler, J. (2005). Mathematics for teaching: what is it and why is it important that we talk about it? *Pythagoras:* University of the Witwatersrand.

Adler, J. & Davis, Z. (2011). Modelling teaching in mathematics teacher education and the constitution of mathematics for teaching. In: Rowland, T. & Ruthven, K. (Ed.) *Mathematical knowledge in teaching.* New York: Springer Netherlands.

Alves, R. & Segadas, C. (2012). Sobre o ensino da análise combinatória: fatores a serem considerados, lacunas a serem evitadas. *Acta Scientiae*, 14 (3), 405-420.

Azevedo, J. & Borba, R.E.S.R. (2013a). Combinatória: a construção de árvores de possibilidades por alunos dos anos iniciais com e sem uso de software. *ALEXANDRIA- Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 6(2), 113-140.

________________ (2013b). Construindo árvores de possibilidades virtuais: o que os alunos podem aprender discutindo relações combinatórias? *Revista Eletrônica de Educação*, 7(2), 39-62.

Ball, D.L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: Simmt, E. & Davis, Brent (Ed.). *Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14). Canadá.

Barreto, F.L.S. & Borba, R.E.S.R. (2012). Estudantes de anos iniciais da Educação de Jovens e Adultos resolvendo problemas combinatórios com listagens e com árvores de possibilidades. *Educação Matemática em Revista (São Paulo)*, 35, 1-12.

Bednarz, N. & Proulx, J. (2009) Knowing and using mathematics in teaching: conceptual and epistemological clarifications. *For the learning of mathematics*, 29(3), 1-7. Disponível em: < http://flm-journal.org/Articles/90007B35446B191D39748441966D2.pdf> Acesso em: 01 ago. 2015.

Borba, R.E.S.R. & Azevedo, J. (2012). Construindo árvores de possibilidades para compreensão de relações combinatórias. *Educação Matemática em Revista (São Paulo)*, 31, 24-32.

Borba, R.E.S.R.; Pessoa, C.A.S. & Rocha, C.A. (2013). Como estudantes e professores de anos iniciais pensam sobre problemas combinatórios. *Educação Matemática Pesquisa*, 15 (n. esp), 895-908.

Correa, J. & Oliveira, G. (2011). A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória. *Educar em Revista*, 1(n. esp.), 77-91.

Coutinho, J.L.E & Barbosa, J.C. (2016a) Uma Matemática para o Ensino do conceito de combinação simples a partir de uma revisão sistemática de literatura. *EM TEIA| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 6 (2).

Coutinho, J.L.E & Barbosa, J.C. (2016b) Uma Matemática para o Ensino do conceito de combinação simples a partir de um estudo com professores. *Educação Matemática Pesquisa*, (São Paulo), 18 (2), 783-808.

Davis, B. (2012). Subtlety and complexity of mathematics teachers' disciplinary knowledge. In… *International Congress on Mathematical Education, 12*. Seoul, Korea: ICME.

Davis, B. & Renert, M. (2009). Mathematisc-for-Teaching as shared dynamic participation. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 37-43.

____________________ (2012). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 245-265.

____________________ (2014). *The math teachers know: profound understanding of emergent mathematics*. New Yor: Routledge.

Davis, B. & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics,* 61(3), 293-319.

De-la-Torre-Ugarte-Guanilo, M.C.; Takahashi, R.F. & Bertolozzi, M.R. (2011). Revisão sistemática**:** noções gerais. *Revista da Escola de Enfermagem da USP*, 45(5), 1260-1266.

Fernandes, J.A.; Carvalho, B.A. & Carvalho, C.F. (2010). O trabalho colaborativo como meio de desenvolver o conhecimento didático de duas professoras em combinatória. *Educação Matemática Pesquisa,* 12(1), 43-74.

Groenwald, C.L.O.; Zoch Neto, L. & HOMA, A.I.R. (2009). Sequência didática com análise combinatória no padrão SCORM. *Bolema,* 22(34), 27-56.

Landín, P.R. & Sánchez, E. (2010). Níveis de razonamiento probabilístico de estudantes de bachillerato frente a tareas de distribucíon binomial. *Educação Matemática Pesquisa,* 12(3), 598-618.

Lima, E.L.; Carvalho, P.C.P.; Wagner, E. & Morgado, A.C. (2004). *A matemática do ensino médio (2).* Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

Pessoa, C.A.S. & Borba, R.E.S.R. (2009). Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *Zetetiké,* 17(31), 105-150.

____________________ (2010). O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. *EM TEIA Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana,* 1(1).

Petticrew, M. & Roberts, H. (2006). ***Sistematic reviews in the social sciences:*** *a practical guide.* Oxford: Blackwell.

Ramos, A.; Faria, P.M. & Faria, Á. (2014). Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. *Revista Diálogo Educacional,* 14(41), 17-36.

Rangel, L.; Giraldo, V. & Maculan, N. (2014). Matemática elementar e saber pedagógico de conteúdo: estabelecendo relações. *Professor de Matemática Online – SBM,* 2(1), 1-14.

Ribeiro, A.J. (2012). Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a educação matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(42B). Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/> Acesso em: 02 ago. 2013.

Santos, J.P.O.; Mello, M.P. & Murari, I.T.C. (2007). *Introdução à análise combinatória.* Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda.

Santos-Wagner, V.M.P.; Bortoloti, R.D.M. & Ferreira, J.R. (2013). Análise das resoluções corretas e erradas de combinatória de futuros professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 15(3), 606-629.

Serrazina, M.L. & Ribeiro, D. (2012). As Interações na atividade de resolução de problemas e o desenvolvimento da capacidade de comunicar no ensino básico. *Bolema,* 26(44), 1367-1393.

Silveira, M.R.A. (2006). O conceito em matemática e seus contextos. *Educação Matemática em Revista*, 13(20/21), 47-58.

Vargas, P.R.L. & Sánchez, E. (2010). Níveis de razonamiento probabilístico de estudantes de bachillerato frente a tareas de distribucíon binomial. *Educação Matemática Pesquisa,* 12(3), 598-618.

Vega, D.A. & Borba, R.E.S.R. (2014). Etapas de escolha na resolução de produtos cartesianos, arranjos, combinações e permutações. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 7(3).

Victor, L. (2008). *Systematic reviewing*. Social research update, Surrey, n. 54.

DADOS DOS AUTORES:

COUTINHO, Jean Lázaro da Encarnação:

É Mestre em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia (FACED-UFBA). Possui Especialização em Educação Matemática pela Universidade Católica de Salvador (UCSal). Atualmente Professor de Matemática e Educação Matemática no Instituto Federal da Bahia (IFBA). jeancoutinho@ifba.edu.br

BARBOSA, Jonei Cerqueira:

Possui pós-doutorado na London South Bank University (2008) e na University of London (2013-2014). Atualmente, é professor adjunto do Departamento II da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia (UFBA). É professor permanente no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFBA e no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS. jonei.cerqueira@ufba.br