UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 52. Abril 2018
Páginas 201-217

www.fisem.org/web/union
http://www.revistaunion.org

Ensino de Probabilidade: contribuições de um jogo didático

Naiara Aparecida Ribeiro, Simone Lucas, Willian Damin, Hevyllyn de Assis dos Santos

Fecha de recepción: 16/08/2017
Fecha de aceptación: 23/10/2017

Resumen	El objetivo de este artículo es presentar las posibles contribuciones de un juego didático como organizador previo para el aprendizaje significativo del contenido de probabilidad, de acuerdo a Teoría da Aprendizaje Significativo de Ausubel. La aplicación del juego fue realizada con una clase del segundo año de la Escuela secundaria de una Escuela Estadual del Norte del Paraná, Brasil. Se clasifica esa investigación en cuanto a la finalidad, como aplicada, pues fue realizada de la sala de aula con la participación directa de los investigadores y los alumnos. Los resultados encontrados apuntam a que el organizador previo colaboró con el aprendizaje significativo del contenido de Probabilidad. **Palabras clave**: Probabilidad. Aprendizaje significativo. Enseñanza de Matematica. Escuela secundaria.
Abstract	The purpose of this article is to present possible contributions of a didactic game as a previous organizer for meaningful learning of probability content, according to Ausubel's Theory of Meaningful Learning. The application of the game was carried out with a second-year high school class from a State School in the North of Paraná, Brazil. This research is classified as the purpose, as applied, since it was carried out in the classroom with the direct participation of the researchers in the students. The results found that the previous organizer used the collaborated with significant learning of Probability. **Keywords**: Probability. Meaningful learning. Teaching of mathematics. High School.
Resumo	O objetivo deste artigo é apresentar as possíveis contribuições de um jogo didático como organizador prévio para a aprendizagem significativa do conteúdo de probabilidade, segundo a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. A aplicação do jogo foi realizada com uma turma do segundo ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual do Norte do Paraná, Brasil. Classifica-se essa pesquisa quanto à finalidade, como aplicada, pois, foi realizada em sala de aula com a participação direta dos pesquisadores e dos alunos. Os resultados encontrados apontam que o organizador prévio utilizado colaborou com a aprendizagem significativa do conteúdo de Probabilidade. **Palavras-chave:** Probabilidade. Aprendizagem Significativa. Ensino de Matemática. Ensino Médio.

1. Introdução

A sociedade a qual os alunos estão inseridos está em constante evolução, por isso, devem estar preparados para lidar com as mudanças decorrentes deste movimento e, um dos objetivos da escola que contribui com isso é a formação de cidadãos críticos e capazes de viver em sociedade.

Para que se tenha a formação da criticidade é necessário que os alunos participem de atividades que proporcionem o seu desenvolvimento. Assim, ensinar vai muito além de demonstrar regras e algoritmos de resolução, transcende o ato de explicar ao aluno os conhecimentos historicamente adquiridos pela sociedade. O professor antes de tudo deve ser um educador e não um simples reprodutor de informações, pois educar passa pelo processo de formação do cidadão que capacita os alunos a trabalharem com situações cotidianas de maneira ativa e pensante.

Entende-se que nessa perspectiva, a teoria da aprendizagem significativa, que tem sua ideia central baseada na compreensão da forma e do processo com que o aluno aprende com significado, ou seja, a forma com que o aluno traz para si significações do que lhe foi exposto e armazenar esse conhecimento em sua estrutura cognitiva, de forma a aprender significativamente "Essa teoria propõe explicar os mecanismos internos que ocorrem na mente humana com relação ao aprendizado e a estruturação do conhecimento" (Brum & Silva, 2015, p. 16).

No contexto da aprendizagem, o conteúdo de Probabilidade pode contribuir para a formação de criticidade, com a interpretação de informações, pois, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles."As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis)" (Brasil, 1998, p. 52).

Tendo em vista a importância do conteúdo de probabilidade e o entendimento da aprendizagem significativa, um material didático introdutório pode contribuir para o processo de assimilação deste tema, com base nos conhecimentos prévios adquiridos por alunos participantes da pesquisa.

Assim, o objetivo deste artigo é apresentar as possíveis contribuições de um jogo didático[1] como organizador prévio para a aprendizagem significativa do conteúdo de probabilidade, no segundo ano do Ensino Médio, na forma de integrar novas ideais aos conceitos subsunçores, servindo como ponte para que os alunos aprendam o conteúdo proposto. Acredita-se que os alunos em contato com um material introdutório, apresentado antes do conteúdo, terão melhores condições para assimilar novos conteúdos relacionados com a probabilidade.

---

[1] Entende-se o jogo como um recurso didático para o ensino de Matemática, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Assim, utilizou-se o termo jogo didático e bingo didático na perspectiva desse documento orientador.

2. A Teoria da Aprendizagem Significativa

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) denotam que a aprendizagem pode ocorrer de forma mecânica ou significativa. Segundo esses autores a aprendizagem mecânica ocorre quando as associações que os alunos têm entre a nova aprendizagem e a já existente são fracas. Nesse caso, a nova informação não se associa adequadamente aos conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aluno. Moreira e Masini (2001, p.18), definem a aprendizagem mecânica "como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes na estrutura cognitiva. Nesse caso, a nova informação é armazenada de maneira arbitrária".

Já a aprendizagem significativa ocorre quando a associação entre o conhecimento já existente e o novo são fortes e claras. "A aprendizagem significativa ocorre quando a tarefa de aprendizagem implica relacionar de forma não arbitrária e substantiva (não literal) uma nova informação a outras com as quais o aprendiz já esteja familiarizado" (Ausubel, Novak, & Hanesian, 1980, p. 23).

De acordo com Moreira e Buchweitz (1993), quando a aprendizagem vai se tornando significativa, os conhecimentos pré-existentes na estrutura cognitiva do aluno, vão se tornando cada vez mais elaborados e mais eficientes na função de servir de ancoragem para as novas informações a serem apresentadas.

Quando ocorre a aprendizagem significativa, a estrutura cognitiva do aluno é modificada e alterações relevantes também são processadas. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) em seu trabalho destacam que o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece.

Brum e Silva (2015) destacam que as estruturas cognitivas dos alunos se organizam por meio da aquisição, armazenamento e encadeamento das ideias de forma hierárquica.

> Ausubel vê o armazenamento de informações na mente humana como sendo altamente organizado, formando uma hierarquia conceitual na qual elementos mais específicos de conhecimento são relacionados (e assimilados) a conceitos e proposições mais gerais, mais inclusivos. Estrutura cognitiva significa, portanto, uma estrutura hierárquica de subsunçores que são abstrações da experiência do indivíduo (Moreira & Masini, 2001, p. 18).

Assim, pode-se entender como aprendizagem significativa aquela aprendizagem que ocorre quando uma nova informação passa a ter significado para o aluno, ou seja, essa nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica existente no cognitivo do aluno, a qual Moreira e Masini (2012) relatam que Ausubel chama de subsunçor.

> Consideram-se como subsunçores a ideisua mais ampla, que funciona como subordinador de outros conceitos na estrutura cognitiva e como ancoradouro no processo de assimilação. Como resultado dessa interação, o próprio subsunçor é modificado e diferenciado (Moreira & Masini, 2001, p. 108).

Burak e Aragão (2012, p. 27-28) citam que o processo de subsunção acontece na mente do indivíduo, feita por regiões de maior inclusividade para as de menor inclusividade, sempre interligadas em hierarquia, para organizar o conhecimento adquirido. Para os autores é a subsunção que explica vários fatores, como: a) a aquisição de novos significados; b) a extensão do período de retenção de significados; c) a estrutura hierárquica do conhecimento; e d) a ocorrência eventual de esquecimento.

Quando o aprendiz interioriza a nova informação, o conceito subsunçor que serviu de base para que essa nova informação fosse interiorizada, também se modifica ou até mesmo se desenvolve, tornando- se mais abrangentes. Concordando com Moreira e Masini (2001) essa modificação no subsunçor vai ocorrer de acordo com a frequência a qual o indivíduo tem uma aprendizagem significativa em conjunção com um dado subsunçor.

Para que esse processo de aquisição, retenção e organização de significados na estrutura cognitiva dos alunos seja claramente entendido introduz-se o princípio da assimilação.

Moreira e Masini (2012) descrevem uma representação de Ausubel para o princípio de assimilação.

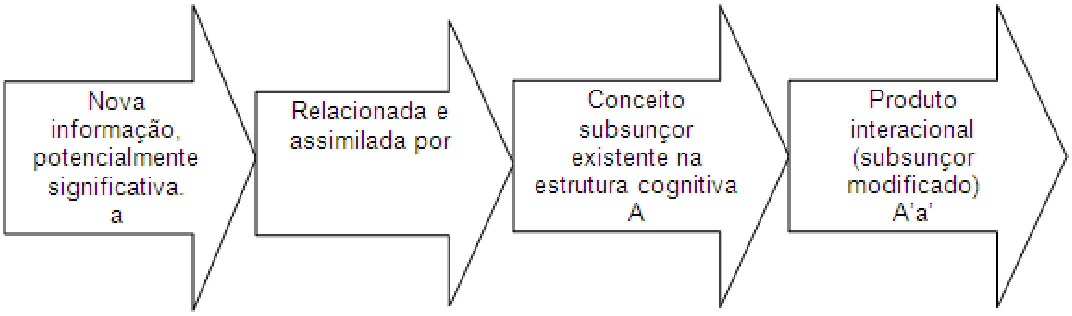

Figura 1. Princípio da assimilação.
Fonte: Moreira e Masini (2012).

Assim, esse processo pode ser descrito quando um novo conhecimento sendo potencialmente significativo é assimilado sob um conhecimento prévio mais inclusivo, já existente na estrutura cognitiva do aluno. Segundo colocações de Moreira e Masini (2001) a ideia do diagrama explicita, que não somente a nova informação a, mas também o conceito subsunçor A, a qual a nova informação se relaciona, ambos são modificados nessa interação.

Burak e Aragão (2012) corroboram com essa visão, enfatizando que:

> De acordo com o conceito de assimilação, não só a ideia potencialmente significativa a, mas também a ideia estabelecida A, à qual a é relacionada, mudam pelo processo de interação; os produtos da interação tornam-se a' e A' que permanecem em relação como membros de uma nova unidade compósita ou complexo ideacional a'A' (Burak & Aragão, 2012, p. 40).

Para esses autores essa hipótese de Ausubel é de grande importância, pois explica além da longevidade da ancoragem de conceitos aprendidos significativamente, mas também a forma de organização cognitiva do conhecimento.

A aprendizagem significativa busca certo tipo de suporte para um conhecimento organizado de forma gradativa. Vale ressaltar a importância da intervenção do professor, da sua prática pedagógica de estar atento e buscando entender como seu aluno aprende, de que forma pode agir para que seus ensinamentos surtam o efeito desejado. Em relação a esses aspectos, destaca-se o uso de organizadores prévios, para que possam auxiliar na base da aprendizagem significativa que são os conhecimentos prévios dos alunos.

Um organizador prévio consiste em uma estratégia que está amparado na utilização de materiais introdutórios, antes do próprio material de aprendizagem, para que o aluno consiga estabelecer relações entre os conteúdos.

> O organizador prévio tem a finalidade de criar pontos de ancoragem, em nível mais geral do que o material mais detalhado que a precede. Tais organizadores devem ser utilizados quando o estudante não dispõe em sua estrutura cognitiva, de subsunçores que ancorem novos conhecimentos ou quando for constatado que, os subsunçores identificados não estão suficientemente claros ou encontram-se desorganizados para desempenhar as funções de ancoragem (Brum, Schuhmacher & Silva, 2016, p. 45).

Um organizador prévio pode ser um texto, um vídeo ou um jogo. A principal função desses organizadores de acordo com a teoria Ausubeliana é a de servir de ponte entre o que o aluno já sabe e aquilo que ele precisa saber, com a finalidade de que aconteça uma aprendizagem significativa.

“Os organizadores são mais eficientes quando apresentados no início das tarefas de aprendizagem, do que quando introduzidos simultaneamente com o material aprendido, pois dessa forma suas propriedades ficam salientadas” (Moreira & Masini, 2001, p. 22). De acordo com esses autores para que os organizadores sejam úteis, necessitam ser formulados de maneira a ser familiar ao aluno, para assim serem aprendidos, e também devem ter o material de aprendizagem organizado para que tenham valor de resolução pedagógica.

Burak e Aragão (2012) classificam os organizadores prévios em dois tipos, expositivos e comparativos.

> Expositivos – que têm o propósito de fornecer subsunçores próximos e relevantes, no caso de material não familiar ao aluno. Comparativos – que têm o propósito de integrar novas ideias a conceitos similares e aumentar a possibilidade de discriminação entre novas ideias e outras ideias já existentes que sejam essencialmente diferentes, mas aparentemente semelhantes, no caso de material relativamente familiar ao aluno (Burak & Aragão, 2012, p. 46).

A respeito do uso de organizadores é possível enfatizar: a) a importância da disposição de ideias relevantes no cognitivo do aluno para que as novas ideias apresentadas se tornem realmente significativas, servindo de ancoragem e consequentemente de estabilidade; b) o uso de ideias gerais de uma disciplina como subsunçores; c) a identificação de conteúdo relevante já existente no cognitivo dos alunos que os próprios organizadores possibilitam, e a indicação de relevância desde o conteúdo já estabelecido, como sua importância ao que se vai aprender (Burak & Aragão, 2012).

Tendo em vista a aprendizagem significativa, utiliza-se de um jogo como organizador prévio no ensino de Probabilidade, como forma de gerar subsunçores e este servir de ponte para que os alunos aprendam o conteúdo proposto. Acredita-se que os alunos em contato com um material introdutório, apresentado antes do conteúdo a ser aprendido em si, poderão apresentar melhores condições para assimilar novos conteúdos relacionados com a probabilidade, pois, a teoria ausubeliana defende que a estrutura cognitiva dos alunos será trabalhada e subsunçores base para que eles aprendam significativamente o conteúdo serão gerados e assimilados.

3. O ensino de Probabilidade

A Probabilidade é um conteúdo amparado nas Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) de Matemática do Paraná, pertencente ao bloco Conteúdo Estruturante de Tratamento da Informação, “que contribui para o desenvolvimento de condições de leitura crítica dos fatos ocorridos na sociedade e para interpretação de tabelas e gráficos que, de modo geral, são usados para apresentar ou descrever informações” (Paraná, 2008, p. 60).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a relevância do ensino de Probabilidade se justifica pela importância e utilização de seus conteúdos na sociedade em que vivemos (Brasil, 1998), como o acaso, a incerteza e a aleatoriedade. Entende-se que é relevante que o aluno compreenda e consiga associar os conceitos probabilísticos com sua realidade, de forma que possa utilizá-los a favor da sua vida cotidiana.

> É necessário propiciar ao aluno um olhar diante da incerteza, pois ainda que se estude e se elabore um modelo teórico para o cálculo de probabilidade, como por exemplo, o resultado do lançamento de uma moeda honesta (probabilidade de Cara = ½), que em si não carrega incerteza enquanto modelo, é importante que o aluno perceba que, antes de realizarmos um lançamento de uma moeda deste tipo, o resultado é incerto. Ou seja, o aluno se depara com um modelo de previsão de um evento futuro que não lhe garante uma resposta exata ou certa como vinha até então trabalhando na matemática (Oliveira & Cordani, 2016, p. 1268).

Um dos objetivos da Probabilidade em relação aos alunos do Ensino Médio é de que o aluno compreenda que este tema pode ser relacionado a modelos que são úteis para simulação de eventos e medidas de incerteza para interpretar um problema (Brasil, 2002). “Componentes como o acaso, a aleatoriedade dão aos conceitos relacionados com a Probabilidade características próprias que requerem um conhecimento didático específico para sua abordagem em sala de aula” (Cavalcante, Andrade & Régnier, 2016, p. 02), o que vai ao encontro da pesquisa desenvolvida e relatada aqui, ao propor um organizador prévio como material didático para o ensino e aprendizagem do conteúdo proposto.

Ao propor o desenvolvimento do conteúdo de probabilidade em sala de aula, espera-se que os alunos possam: a) reconhecer a aleatoriedade de fenômenos e eventos naturais, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados, b) quantificar e fazer previsões aplicadas à vida cotidiana que envolva o pensamento probabilístico e; c) identificar modelos e problemas que fazem uso de probabilidades (Brasil, 2002).

Ao tratar do conteúdo de Probabilidade, esta pesquisa pode contribuir com a formação do aluno como cidadão crítico, de maneira que o mesmo consiga interpretar, analisar e resolver possíveis eventos. Espera-se que o aluno consiga lidar com situações do acaso, permitindo um olhar diferenciado no meio em que vive, relacionando a Probabilidade com situações do seu cotidiano.

4. Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa foi realizada com trinta (30) alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual do Norte do Paraná. Os alunos participantes da pesquisa foram codificados pela letra A (referente à aluno), seguida de um algarismo sequencial (A1, A2, ..., A21), para facilitar a descrição e análise dos dados, bem como garantir o anonimato. Os alunos, menores de idade, dispunham de um termo de consentimento de seus pais e um termo de assentimento para a participação da pesquisa, condicionada ao cumprimento dos princípios éticos.

O trabalho desenvolveu-se em quatro momentos: 1° Momento (uma aula): diálogo a respeito dos objetivos da pesquisa e criação do mapa conceitual 1; 2º Momento (uma aula): identificação de subsunções; 3º Momento (três aulas): uso do organizador prévio e 4º Momento (uma aula): criação do mapa conceitual 2.

A aplicação ocorreu em seis aulas divididas em dois dias e na impossibilidade de apresentar todas as análises, foram selecionados cinco alunos, aleatoriamente, para compor os resultados da pesquisa, na tentativa de mostrar a viabilidade do organizador prévio utilizado. Os dados foram coletados durante a aplicação do jogo, realizado pelos pesquisadores, por meio de fotografias, gravação de áudio e vídeo, além das atividades escritas realizadas pelos alunos participantes.

Foi disponibilizado a cada aluno uma cartela do bingo, denomina por “cartela didática”, conforme David (2008). As cartelas foram impressas com as grades em branco para preenchimento dos alunos, a partir da orientação dos pesquisadores. A cada rodada, foram feitas perguntas sobre o tema de probabilidade e sempre que necessário os alunos realizaram os cálculos para responder a cada questionamento.

Para a realização do bingo foram utilizados: folhas sulfites em branco; bolas enumeradas de 1 a 20 que compõe o globo do jogo (estas podem ser confeccionadas manualmente); globo ou recipiente para comportar as bolas numeradas; canetas ou lápis para realização dos cálculos necessários.

O objetivo do jogo era preencher toda a grade numerada e o vencedor aquele que primeiro marcar todos os números da cartela. Essas cartelas são confeccionadas pelos alunos mediante algumas regras e conceitos elementares tais como sucessor, antecessor, adição e subtração, sendo esse tipo de atividade importante por trabalhar conceitos que em diversos momentos são utilizados em situações do cotidiano acadêmico. As regras usadas para o estabelecimento dos números estão de acordo com o trabalho de David (2008), apresentadas a seguir.

Para iniciar o preenchimento da cartela o primeiro número de cada aluno é sorteado entre as bolas numeradas de 1 a 20. Para obtenção do segundo número da cartela, é acrescido ao número sorteado, o dia de nascimento do aluno dono da cartela. O terceiro número da cartela é obtido adicionando ao sorteado o número referente ao mês de nascimento do aluno dono da cartela.

Os três últimos números são elaborados da mesma forma, porém será utilizado no lugar do número sorteado o número da chamada de cada aluno, assim os próximos dois números, serão acrescidos do dia e do mês de aniversário de cada aluno, respectivamente. Percebe-se que haverá números na cartela que excederão os números do globo, neste caso tem-se uma regra: para os números encontrados superiores a 20 e menores que 40 será subtraído o valor 20; para os números superiores a 40 será subtraído o valor 40; essas operações são necessárias pelo fato do bingo ser composto por bolas enumeradas de 1 à 20, não podendo exceder esse valor. Exemplo da construção de uma cartela didática: suponha que para um aluno o número sorteado é seja 15, o número da chamada seja 24 e o aniversário 19/11, então a constituição da cartela será:

1° número (número sorteado) Ex: 15 (Número sorteado)	**2° número (soma do dia de nascimento com o número sorteado) Ex: 19 +15 = 34 (valor obtido) 34 – 20 (pelo critério) =14**	**3° número (soma do mês de nascimento com o número sorteado) Ex: 11+15 = 26 (valor obtido) 26 – 20 (pelo critério) = 6**
4° número (número da chamada) Ex: 24 (número da chamada) 24 – 20 (pelo critério) = 4	**5° número (soma do dia de nascimento com o número da chamada) Ex: 19 + 24 = 43 (número obtido) 43 – 40 (pelo critério) = 3**	**6° número (soma do mês de nascimento) Ex: 11 + 24 = 35 (valor obtido) 35 – 20 = 15 (pelo critério) 15 + 1 (tomando-se o critério de sucessão) = 16**

Quadro 1. Modelo da construção de uma cartela
Fonte- Adaptado de David (2008)

Assim, a cartela desse aluno seria composta pelos números em negrito: 15, 14, 6, 4, 3 e 16. Veja que o número 15 se repetiu, no primeiro número e no sexto número. Nestes casos, em que os números na cartela coincidem adota-se o sucessor deste, caso ainda não seja solucionado o problema, utiliza-se o sucessor seguinte e até mesmo o antecessor. Após a confecção de todas as cartelas, inicia-se o jogo.

Com a aplicação do jogo, foram explorados alguns conceitos como os de: a) variabilidade; b) incerteza; c) estimativas; d) chance; e) espaço amostral e; f) aleatoriedade. Ainda, “encarar a probabilidade com menos formalismo, tentando se aproximar do caráter experimental da busca de um modelo” (Oliveira & Cordani, 2016, p. 1278), pois, acredita-se que o bingo didático pode trazer novos conhecimentos que servirão de ancoragem para aprendizagem de Probabilidade.

5. Análise da aplicação do Bingo Didático

Nesta pesquisa será utilizada a análise qualitativa de cunho interpretativo para estudar os dados coletados, baseado em dois aspectos: 1. as análises sobre os dados coletados são influenciadas por concepções e interpretações dos investigadores; 2. a investigação da própria prática pode influenciar as características dos dados coletados e as análises realizadas (Rosa, 2009).

Optou-se por esse tipo de análise, tendo em vista que no texto são apresentadas as ideias e as informações dos autores ao analisarem os dados coletados. A análise foi realizada a partir das discussões feitas em sala de aula e dos registros dos alunos.

Na aplicação do bingo didático foram feitas perguntas focando o tema de Probabilidade e a cada rodada solicitou-se que os alunos efetuassem os cálculos referentes as questões em uma folha A4 auxiliar de cálculos, a qual foi recolhida ao término da atividade.

A primeira discussão é descrita a seguir.

P: Qual é a Probabilidade de se sortear o número 21?

A1: É impossível professora! Se só tem uma sequência de 20 números, é óbvio que não terá o número 21. 0% de chance!

A2: Que pergunta boba, não tem 21 números, só tem 20. Então não tem chance nenhuma.

Com relação a essa pergunta o aluno A1 respondeu que teria 0% de chance, ou seja, relacionou chance com a probabilidade de um determinado evento acontecer, assim podemos destacar e concordar com Ausubel (2006) citado por Brum e Silva (2015), quando relatam que este autor enfatiza que o subsunçor (conhecimento prévio), pode ser identificado como sendo declarativo e que

> Também pressupõe um conjunto de outros conhecimentos procedimentais, afetivos e contextuais, que igualmente configuram a estrutura cognitiva prévia do estudante. O aluno entendeu que a probabilidade ajuda a determinar qual é a chance de uma situação ser realizada. (Brum & Silva, 2015, p. 22).

Percebe-se que os alunos apresentavam conhecimento a respeito de porcentagem e sua relação com as chances de sorteio, ou seja, havia uma familiaridade com os conceitos, até porque o conteúdo já havia sido estudado anteriormente, neste caso o organizador prévio serviu para facilitar a junção desse conhecimento com outros já conhecidos por ele, ou seja, aproximando do proposto por Ausubel (1963), facilitou a “integração desse conhecimento com outros similares já existentes na estrutura cognitiva, assim como para aumentar a discriminabilidade entre ideias novas e ideias prévias que são essencialmente diferentes, mas confundíveis (p. 83)”.

Neste momento da aula os alunos foram questionados quanto a probabilidade de 0%, como seria a representação matemática que mostre esse dado, ou seja, como é feito o cálculo de probabilidade sem ser intuitivamente. Um dos alunos comentou:

A7: Deve ser uma divisão ou multiplicação professora!

P: Mas por quê? Qual motivo leva você a pensar assim?

A7: Pela lógica professora, pois dependendo o número que divido vai "dar zero", e multiplicando também.

P: Mas se eu subtrair dois números iguais, também resulta em zero, e aí? Lembre-se que vocês já viram esse tema em outro momento, pensem com calma.

A8: É uma divisão professora, me lembrei que vimos alguma coisa disso, espaço amostral, sei lá.

P: Realmente é por meio de uma divisão.

Vergnaud (1991) destaca que grande parte dos alunos possuem teoremas conhecidos intuitivamente, mas que não são formalizados por meio de estudos, isso os leva a encontrar ou não uma solução correta de um determinado problema, como a probabilidade de 0% no qual fazem a ligação com a divisão e multiplicação. Neste momento da aula os alunos foram levados a refletir a respeito do espaço amostral.

P: No lançamento de um dado, o espaço amostral é o conjunto cara e coroa. Mas por quê?

A10: Porque são os resultados possíveis.

P: Correto. Então o nosso espaço amostral seria exatamente o que?

A partir dessa reflexão os alunos chegaram à conclusão juntamente com dicas dos pesquisadores de que a probabilidade de um evento acontecer é dada pela razão entre os termos favoráveis e os termos possíveis do evento em questão.

Uma aluna (A10) destacou o que é espaço amostral: "a quantidade de números presentes no globo". Com isso percebe-se que o espaço amostral é um subsunçor que os alunos já possuíam antes da aplicação da atividade, Ausubel (2006) fala do subsunçor com um olhar cultural de tudo que se percorreu até este ser utilizado em sua aprendizagem.

Dentro dessa perspectiva Brum e Silva (2015) relatam que é

> Em função desse processo é que considera necessária a identificação e o estudo dos conceitos iniciais relevantes ou conceitos âncora, subsunçores, articuladores, integradores, presentes na estrutura cognitiva do estudante para que funcionem como pontes para novos conteúdos ensinados na escola (Brum & Silva, 2015, p. 22).

Esses subsunçores identificados serviram para nortear toda a aplicação da atividade, com vistas a contribuir com a formação probabilística dos estudantes. De acordo com Ausubel (2000) a aprendizagem significativa ocorre quando uma nova informação se ancora em um subsunçor.

Seguindo-se o jogo antes de sortear o primeiro número questionou-se novamente:

P: Qual é a probabilidade de acertar 6 números nas primeiras 6 rodadas?

Neste momento os alunos ficaram bem pensativos, alguns diziam que seria impossível, outros que era possível, além daqueles que brincavam que era tão possível que eles iriam vencer dessa forma. Assim foi realizado o cálculo juntamente com os alunos.

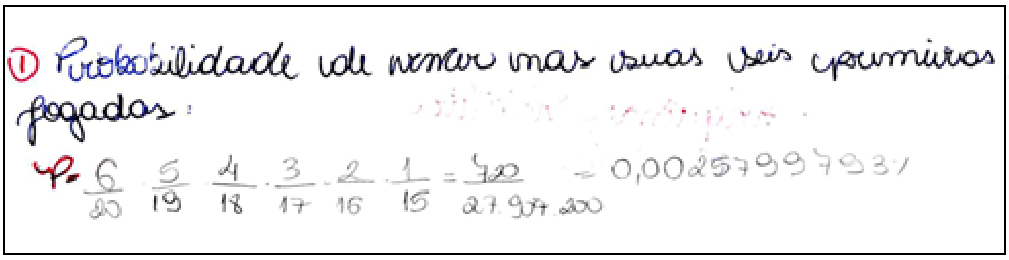

Figura 2. Cálculo realizado pelo aluno A12.
Fonte: Os autores.

A partir desses cálculos os alunos perceberam que é pequena a probabilidade de vitória nas seis primeiras rodadas, mas ela existe, destacando assim, os conceitos de variabilidade e incerteza, no julgamento da probabilidade de um evento acontecer.

A18: Nossa professora, a probabilidade é muito pequena, por isso que nos bingos de quermesse ninguém ganha de primeira.

P: Isso mesmo, mas isso não o impede ganhar, por menor que seja a probabilidade ela existe!

Percebe-se que o aluno pensou em uma situação comum à sua realidade. De acordo com os documentos oficiais (Brasil, 1998, Paraná, 2008), é proposto que os conteúdos sejam ensinados de forma a contemplar a realidade do aluno, permitindo que este conteúdo possa ser usual e útil para resolver problemas que possam se relacionar a eles. Brasil (1998, p. 49) ainda ressalta que “a finalidade não é a de que os alunos aprendam apenas a ler e interpretar representações gráficas, mas que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos”.

Segundo Ausubel (2006), os subsunçores dos estudantes constituem um amplo esquema de ressignificação, e devem ser mobilizados durante todo o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, dessa forma a partir dele, o indivíduo interpreta o mundo. Percebe-se isso quando os alunos destacam os bingos de quermesse.

Os alunos realizaram os cálculos na folha auxiliar para a resposta do professor. Neste primeiro momento com a ajuda do professor, buscando seus conhecimentos prévios foi feito uma conversa para explicar como se calcula a probabilidade de eventos múltiplos ocorrendo um após o outro, pois esse cálculo foi utilizado na primeira pergunta e será utilizado várias vezes durante a realização do jogo.

Baseado nos conhecimentos prévios já identificados os alunos mostraram que já possuíam uma noção de probabilidade de eventos múltiplos. Ausubel (2006) percebe que a identificação desses subsunçores, está relacionada à caracterização de pontos de ancoragem da estrutura cognitiva do aluno.

Ao final da segunda rodada apenas uma cartela teve dois números preenchidos, outra cartela teve apenas um número marcado e os demais estavam com cartelas sem nenhum número marcado. Nesse momento perguntou-se aos alunos:

P: Qual a probabilidade dessas cartelas ter um número marcado na próxima rodada? E qual teria maior chance de marcar o próximo número sorteado?

De imediato um dos alunos respondeu:

A9: Professora acho que quem marcou dois números é que tem maior chance, não é?

P: Será? Pense mais um pouco, não tente chutar.

A13: Pensando bem, temos que fazer o cálculo para saber a chance de cada um, não é isso professora?

P: É isso mesmo. Façam os cálculos que será mais fácil responder à pergunta.

Assim segue na figura 2 o cálculo realizado por um dos alunos neste momento.

$$P = \frac{4}{18} = 0{,}22 \times 100 = 22\%$$

$$\frac{5}{18} = 0{,}27 \times 100 = 27\%$$

$$\frac{6}{18} = 0{,}33 \times 100 = 33\%$$

Figura 3. Cálculo realizado pelo aluno A20.
Fonte: Os autores.

Após os cálculos os alunos conseguiram responder aos questionamentos feitos.

A20: Agora ficou fácil. A cartela com dois números marcados tem 22% de chance de marcar o próximo número. A com um número tem 27% e as com nenhum, *33%. Aí dessas três a que tem maior chance de marcar são as cartelas que ainda não marcaram nenhum número, pois tem uma porcentagem maior de chance.*

Percebeu-se que além desse aluno, os demais também chegaram à mesma conclusão.

Articular porcentagem e razão ao conteúdo de Probabilidade é um exercício difícil para os alunos, pois, quando se fala em porcentagem, eles buscam trabalhar com regra de três e não se atentam para as diferentes representações que podem se atribuir a porcentagem. Nesta atividade percebeu-se que houve uma facilidade de entendimento em relação à divisão e porcentagem, assim como a melhor compreensão de probabilidade. Portanto a utilização de subsunçores contribuiu para a facilitação do entendimento do conteúdo de Probabilidade mediada pelo uso do organizador prévio.

Deste modo, foram realizadas mais duas rodadas e, antes de sortear o quinto número um dos alunos perguntou:

A15: Professora, será que é possível sabermos qual a probabilidade de vitória de quem marcou 4 números até agora?

A1: E quem marcou só 3 números?

A6: E eu que não marquei nenhum número, será que tenho chance de ganhar?

P: Excelente pergunta! É possível sim. Pensem comigo: Se a cartela possui seis números para serem marcados, e já foram marcados 4 números, então faltam dois números para preencher a cartela certo! E restam 15 números para serem sorteados, deste modo basta vocês fazerem o mesmo cálculo que fizemos no início da aula quando verificamos a probabilidade de vitória nas seis primeiras rodadas. Lembram que fomos multiplicando?

Com a explicação da professora, os alunos realizaram os cálculos na folha auxiliar, respondendo as três perguntas, como mostra a figura a seguir:

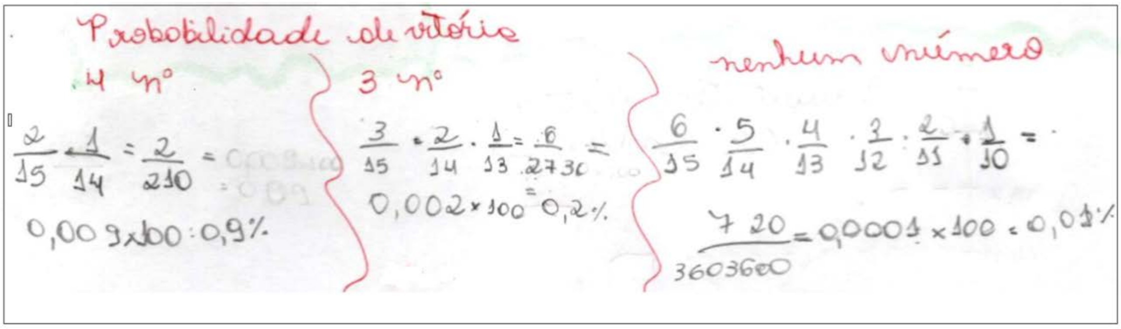

Figura 4. Probabilidade de vitória realizada pelo aluno A1.
Fonte: Os autores.

Com os cálculos os alunos concluíram as chances de cada uma dessas cartelas de vencer o jogo nas próximas rodadas.

Nesta atividade os alunos trabalharam com números decimais, além de trabalhar com multiplicação e divisão e também com uma ideia intuitiva de fatorial, que foi válida neste momento e citada pelos alunos, desta forma eles melhoram o conhecimento que já possuíam de números decimais e porcentagem, em que porcentagem é baseada em um todo. Moreira (2013, p. 8) defende que "o que ocorre entre conhecimentos prévios e conhecimentos novos é uma interação cognitiva". O interessante é que este autor explicita que o termo conhecido como ancoragem é simbólico, pois quando ele interage com outros subsunçores ele se modifica, e essa modificação Ausubel chama de princípio da assimilação.

Percebe-se também nesta atividade que os alunos precisaram coletar dados e organizá-los para que encontrar os dados de cada um, como se trata de probabilidade de vitória puderam entender o significado de espaço amostral e segundo Brasil (1998, p. 137) "no trabalho com Probabilidade é fundamental que os alunos compreendam o significado de espaço amostral e sua construção pela contagem dos casos possíveis". Neste sentido o organizador serviu novamente para aprimorar as ideias dos alunos e diferenciar de outras similares.

Em continuidade ao jogo, na décima rodada houve um vencedor. Após a conferência foi atribuído um prêmio para a aluna vencedora, e um prêmio simbólico foi entregue aos demais participantes, pois os mesmos mereciam por participarem de forma efetiva na realização do bingo didático.

Alguns comentários foram feitos ao término do jogo, como pode-se observar a seguir:

A3: Como tudo é incerto. Eu estava indo bem no jogo, e de repente, outra pessoa ganhou na minha frente. É sorte mesmo, alguns têm mais sorte que outros, não há escolhidos.

A5: O sorteio é engraçado. Ás vezes segue uma sequência: 1, 2, 3. Outras é meio que ao acaso: 3, 8, 15.

Com base nessas informações os próprios alunos destacaram o nível de aleatoriedade do bingo, os quais chamaram de incerteza e ao acaso. "A principal finalidade para o estudo de Probabilidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória" (BRASIL, 1998, p. 52). Esse conceito adquirido poderá ajudar em conteúdos de probabilidade mais complexos que serão trabalhados em séries posteriores, como probabilidade condicional. Para a compreensão de situações probabilísticas é necessário o entendimento de da aleatoriedade e realizar comparações (Batista & Borba, 2016).

5. Considerações finais

Diante do objetivo delineado "apresentar as contribuições de um jogo como organizador prévio para a aprendizagem significativa de Probabilidade", três pontos podem ser destacados: a) as atitudes dos alunos; b) o conceito de Probabilidade e; c) a aprendizagem significativa alcançada. Pois, no entendimento dos pesquisadores, esse é o tripé que sustentou os resultados no trabalho desenvolvido.

Com a aplicação do jogo, foram explorados os conceitos de: a) variabilidade, como fator determinante para fazer julgamentos e conclusões; b) incerteza, para julgar a probabilidade de um determinado evento; c) estimativas, de acordo com as suas opiniões; d) chance, para o cálculo de um evento ocorrer; e) espaço amostral, utilizado para cálculos de probabilidade e; f) aleatoriedade, de que a incerteza está presente nos eventos.

No desenvolvimento da atividade do Bingo, pode-se notar uma grande participação por parte de todos os alunos. É interessante relatar que durante a aplicação até os alunos mais tímidos, que em aulas tradicionais não costumam participar ativamente e não buscam expor suas dúvidas, se manifestaram, fizeram comentários, perguntas e até mesmos deram sua opinião a respeito do jogo, o que podemos destacar como um ponto importante da aplicação a socialização entre os alunos.

Por meio a análise das falas e atividades realizadas é possível dizer que o jogo tenha contribuído com a aprendizagem dos alunos em relação à Probabilidade, uma vez que durante o trabalho os alunos diferenciaram ideias semelhantes daquelas que já possuíam, bem como integraram novas ideias a sua estrutura cognitiva. Dentro desta análise, foi possível perceber que os alunos relacionam o conteúdo de Probabilidade com chances em jogos de azar.

Foi possível verificar também que a forma de integrar novas ideais aos conceitos subsunçores e, este servir de ponte para que os alunos aprendam o conteúdo proposto de Probabilidade foram contemplados, pois, eles foram instigados a responder as perguntas propostas baseadas no jogo aplicado.

Bibliografia

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional*. Interamericana. Rio de Janeiro. Brasil. Tradução de Eva Nick et al. 2. ed.

Batista, R., & Borba, R. E. S. (2016). No jogo é a moeda que diz, não é a gente que quer não: o que dizem crianças sobre a probabilidade. *Vidya*, (36)2, p. 237-255. Recuperado de: http://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/index

Brasil. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais*: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF.

______. (2002). *PCN Ensino Médio*: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Recuperado de: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf

Brum, W. P., & Silva, S. C. R. (2015). A utilização de uma ueps no ensino de matemática: uma investigação durante a apresentação do tema probabilidade. *Aprendizagem Significativa em Revista,* 5(1), p. 15-32.

Brum, W. P., SCHUHMACHER, E., & SILVA, S. C. R. (2016). A utilização de documentários enquanto organizadores prévios no ensino de geometria não Euclidiana em sala de aula. *Acta Scientiarum Education,* (38)1, p. 43-49, Recuperado de: http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/ActaSciEduc/article/view/23293

Burak, D., & Aragão, R. M. (2012). *A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa*. CRV. Curitiba. Brasil.

Cavalcante, J. L., Andrade, V. L. V. X., & Régnier, J. C. (2016). O conceito de probabilidade na formação docente: uma reflexão apoiada pela análise estatística implicativa. *Vidya*, (36)2, p. 441-455. Recuperado de: http://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/index.

David, J. C. (2008). Matemática e jogos de bingo: uma aplicação prática da probabilidade e teoria da contagem. (Dissertação Mestrado profissional em Projeto de Desenvolvimento Educacional). Universidade Estadual de Londrina. Londrina.

Moreira, M. A., Buchweitz, B. (1993). *Novas estratégias de ensino e aprendizagem*: os mapas conceituais e o Vê epistemológico. Plátano. Lisboa. Portugal.

Moreira, M. A. (2013). *Mapas conceituais e aprendizagem significativa*. Instituto de Física (UFRGS). Porto Alegre. Brasil Recuperado de: http://www.if.ufrgs.br/public/tapf/v24_n6_moreirapdf

Moreira, M. A., & Masini, E. F. S. (2001). *Aprendizagem Significativa*: A teoria de David Ausubel. Centauro. São Paulo. Brasil.

Oliveira, C. R., & Cordani, L. K. (2016). Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, (18)3, p. 1265-1289.

Paraná. (2008). Secretaria de Estado da Educação. *Diretrizes curriculares da educação básica*: Matemática. Paraná: SEED/DEB.

Rosa, C. C. (2009). *Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de modelagem matemática no ensino médio*. (Dissertação Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Vergnaud, G. (1991). La théorie de schamps conceptuels. *RDM,* 6(10).

Naiara Aparecida Ribeiro: Licenciada em Matemática. Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), campus de Cornélio Procópio**.** Email: naiiara_ribeiro@hotmail.com

Simone Luccas: Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente do curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Norte do Paraná, campus de Cornélio Procópio**.** Email: simoneluccas@uenp.edu.br

Willian Damin: Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus de Ponta Grossa. Docente Colaborador do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná, campus de Cornélio Procópio**.** Email: wdamin@uenp.edu.br

Hevyllyn de Assis dos Santos: Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), campus de Cornélio Procópio**.** Email: hevyllynassis@hotmail.com