

Introduciendo la escritura de un diario en matemáticas: enfoques de la tarea e impacto en el alumnado

Eduardo Fernández Delgado, Matías Arce Sánchez

Fecha de recepción: 08/04/2017

Fecha de aceptación: 19/08/2017

| | |
|------------------------|---|
| <p>Resumen</p> | <p>En este artículo se presenta un análisis de los diarios producidos por los alumnos en una experiencia en la que se introdujo su escritura a partir de unas pautas generales. La experiencia se desarrolló durante el tema de derivadas en una clase de 1º de Bachillerato (16 años). Los objetivos son detectar las características predominantes en los diarios y estudiar su posible impacto en el alumnado. Se proponen tres categorías de análisis de un diario: modelo, sentido y carácter. Se ha detectado una mayoría de diarios de modelo recuento, y una mayor presencia de cuestiones en alumnas, que tienden a utilizar el diario como un instrumento que les permite tener una comunicación personalizada con el docente.</p> <p>Palabras clave: Escritura de un diario, categorización de un diario, análisis de contenido, derivada de una función, Bachillerato.</p> |
| <p>Abstract</p> | <p>This article presents an analysis of the journals produced by the students in an experience in which the writing of a journal is introduced using general guidelines. The experience was developed during the teaching implementation of the topic of derivatives in a Grade 11 class. The objectives are to detect the predominant characteristics of the journals and to analyze their potential impact in students. We propose three categories of analysis of a journal: model, sense and character. It has been detected a majority of journals of a recount model, and a greater presence of questions in female students, who tend to use the journal as an instrument to have a personalized communication with the teacher.</p> <p>Keywords: Journal writing, categorization of a journal, content analysis, derivative of a function, High school.</p> |
| <p>Resumo</p> | <p>Este artigo apresenta uma análise dos diários produzidos pelos alunos em uma experiência na qual sua escrita foi introduzida a partir de diretrizes gerais. A experiência foi desenvolvida durante o tema de derivada de uma função em uma classe de ensino secundário (16 anos). Os objetivos são detectar as características predominantes em diários e examinar seu eventual impacto nos estudantes. São propostas três categorias de análise dos diários: modelo, sentido e caráter. Foi detectada uma maioria de diários de modelo de reconto e uma maior presença de questões em alunas, que têm tendência a usar o diário como instrumento de comunicação personalizada com o professor.</p> <p>Palavras-chave: Escrita de um diário, categorização de um diário, análise de conteúdo, derivada de uma função, ensino secundário.</p> |

1. La escritura en matemáticas: El caso particular de la escritura de un diario

Actualmente, vivimos en la llamada *Sociedad de la Información*, en la que el desarrollo y la popularización de las TIC generan y posibilitan múltiples formas de acceso a información y de comunicación entre personas. Este hecho provoca una mayor necesidad en la ciudadanía de ser hábil en la comunicación oral o escrita de ideas en entornos académicos, laborales y sociales (NCTM, 2003).

Esta necesidad no es ajena a las matemáticas. Varios documentos curriculares de referencia recogen la importancia de la comunicación en la matemática escolar. La comunicación es uno de los cinco estándares asociados a procesos que considera el NCTM (2003). Esta organización destaca la necesidad de capacitar a los estudiantes para organizar, consolidar y expresar de forma clara y coherente su pensamiento matemático, utilizando un lenguaje matemático adecuado; así como para analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático comunicado por otras personas. Los marcos de PISA también recogen el papel fundamental y transversal atribuido a la comunicación en el desarrollo de la competencia matemática. En el marco de 2003 (OCDE, 2004), inspirado en el proyecto KOM de Niss (2003), la comunicación aparece explícitamente como una de las ocho dimensiones o constituyentes de la competencia matemática o alfabetización matemática (*mathematical literacy*). Además, también está ligada a dimensiones como la formulación y la resolución de problemas, la argumentación o el uso de lenguaje matemático. En la actualización del marco, la comunicación es una de las siete habilidades matemáticas fundamentales consideradas (OCDE, 2015).

La apelación a la comunicación en matemáticas como un contribuyente fundamental en el desarrollo de su aprendizaje tiene como referente a Vygotsky (Nesher, 2000). Vygotsky (1995) defiende que el desarrollo individual no puede entenderse sino como producto de la interacción social, a través de fenómenos de internalización y de transformación interna, y en los que el lenguaje juega un papel fundamental como instrumento de mediación. Este autor establece una interrelación o conexión entre el pensamiento (desarrollo cognitivo) y el lenguaje, al servir éste como medio para internalizar y articular las ideas. Así, la reflexión y la comunicación en matemáticas pueden verse como procesos entrelazados. El desarrollo regular de actividades basadas en la comunicación matemática apoya la interacción, la reflexión y el desarrollo de ideas, así como el desarrollo de un aprendizaje más significativo y profundo de los conceptos matemáticos (NCTM, 2003).

La comunicación puede producirse a través de diferentes medios: oralmente (escuchar, hablar), por escrito (leer, escribir), por medio de gestos... En particular, el artículo se centra en la comunicación escrita, que se caracteriza por necesitar una mayor planificación para su desarrollo, por ofrecer una retroalimentación tanto inmediata como posterior (carácter permanente) y por ser un medio de expresión más cómodo, especialmente para los más tímidos (Countryman, 1992; Pimm, 1999).

Este trabajo se centra en el nivel de Bachillerato en España (16-17 años). Los currículos de matemáticas para este nivel de las dos últimas leyes educativas

(Ministerio de Educación y Ciencia, 2007; Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015) hacen referencia a la comunicación de un modo más o menos explícito. No obstante, se detecta un mayor énfasis en la comunicación de productos (por ejemplo, un informe explicando los resultados al resolver un problema) que en el propio proceso de comunicación y en su papel para apoyar la reflexión y la comprensión. Esto lleva asociado una preponderancia de lo que Nesher (2000) denomina *hablar matemáticamente* (comunicarse utilizando un lenguaje matemático formal) o la utilización de un *discurso mixto* (combinando el lenguaje matemático con una verbalización asociada al lenguaje y terminología matemática), sin mencionarse aspectos propios del *hablar de matemáticas*, en los que se usa el lenguaje natural como medio para expresar pensamientos sobre las matemáticas.

Sin embargo, nuestra experiencia como docentes de matemáticas (en formación reglada y en clases particulares) nos ha permitido observar cómo los alumnos suelen mejorar su aprendizaje cuando son incitados a expresarse y a compartir sus reflexiones y sus pensamientos matemáticos, oralmente o por escrito. Esta visión coincide con la de la corriente “Escribir para Aprender” (*Writing to Learn*), basada en un enfoque cognitivo de la escritura como medio y herramienta para construir y desarrollar el aprendizaje del alumno, así como para clarificar y modificar sus estructuras de pensamiento (Countryman, 1992; Morgan, 1998).

En una clase particular es posible desarrollar este tipo de comunicación a través de diálogos con el alumno. Sin embargo, el alto número de estudiantes y la limitación temporal en las aulas de matemáticas plantea la necesidad de considerar algún tipo de tarea que nos permita mantener una comunicación con todos los alumnos sobre su proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este sentido, uno de los grandes grupos de tareas planteados habitualmente con este propósito son las actividades de “escritura de un diario” (*journal writing*). En ellas, a través de la escritura regular de entradas o episodios por parte del alumno, se pretende que éste reflexione sobre su aprendizaje y exprese sus pensamientos y sentimientos hacia las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje (Shield & Galbraith, 1998). Este tipo de actividades son poco frecuentes en las aulas de matemáticas, y tienden a despertar cierto escepticismo, ya que los alumnos suelen estar poco acostumbrados a tareas matemáticas en las que tengan que realizar una producción escrita (Countryman, 1992; Pimm, 1999).

Sin embargo, existen investigaciones en diversos contextos y niveles que han evidenciado los efectos positivos ligados a la introducción de la escritura de un diario en matemáticas durante un periodo de implementación amplio. Ejemplos de ello son Borasi y Rose (1989), Waywood (1992), Clarke, Waywood y Stephens (1993), Salinas (2004) o Rogers (2014). Borasi y Rose (1989) clasifican esos efectos positivos en tres grandes grupos, que se refrendan y completan en el resto de estudios, y que se resumen a continuación:

Efectos positivos para el propio alumno: El valor terapéutico para que los estudiantes puedan reconocer y superar posibles ansiedades y miedos hacia las matemáticas y cambiar su concepción de esta disciplina, la mejora de su capacidad

para explicar y articular conceptos matemáticos y habilidades de resolución de problemas, y la ayuda que supone para que los estudiantes sean más responsables y conscientes del desarrollo y la evolución de su propio proceso de aprendizaje, incluyendo aquello que no conocen o que no comprenden satisfactoriamente.

Efectos positivos para la labor docente y su desarrollo profesional: Los diarios permiten al docente observar la evolución del alumno y ofrecerle una retroalimentación o monitorización personalizada, así como obtener información sobre el desarrollo e impacto del propio curso y su metodología.

Efectos positivos para la comunicación profesor-alumno: El diario permite un diálogo, intercambio y discusión de ideas, dar sugerencias o resolver dudas concretas. Además, el diario también genera una atmósfera de apoyo, compenetración y respeto mutuo entre los alumnos y de éstos con el docente, que mejora la motivación, seguridad, confianza y desempeño de los estudiantes.

De todos los estudios reseñados, la investigación de Waywood y colegas (Clarke et al., 1993; Waywood, 1992, 1994) puede calificarse de paradigmática, por su carácter longitudinal durante varios cursos de Educación Secundaria (12-17 años) en un colegio australiano. No obstante, en dicho estudio se fijó qué cuatro tareas tenían que desarrollar los alumnos en sus diarios: realización de resúmenes, recolección de ejemplos, planteamiento de preguntas y discusión de temas o ideas.

Dada la diversidad y diferentes necesidades del alumnado, se considera que los alumnos pueden enfocar la tarea de escritura de un diario de diferentes modos que les resulten útiles, al igual que sucede con instrumentos como su cuaderno de matemáticas (Arce, 2016). Además, estos diferentes modos pueden tener un mayor o menor impacto en su estudio y aprendizaje de la asignatura. Así, en este artículo se presentan los resultados derivados del análisis de la experiencia de introducción de la escritura de un diario durante un tema del curso en una clase de 1º de Bachillerato (16 años). La introducción se realizó a través de una tarea en la que se dio libertad a los estudiantes para desarrollar el diario como consideraran, salvo algunas pautas generales. En este sentido, el propósito de este trabajo es más cercano al de Rogers (2014), aunque en un contexto de alumnado de Secundaria.

2. Objetivos de la investigación aquí presentada

Las hipótesis principales que subyacen al planteamiento y al análisis, desde un punto de vista investigador, de esta experiencia son que la actividad de “escritura de un diario” puede ser enfocada y entendida de diferentes formas entre el alumnado, y que estas diferencias pueden hacer que la valoración y el impacto del desarrollo de un diario en el estudio y el aprendizaje de las matemáticas sean muy diversas. Bajo estas premisas, y considerando el bajo número de investigaciones en Educación Matemática cuyo foco es analizar material escrito producido por los alumnos (Shield & Galbraith, 1998), esta investigación tiene tres objetivos interrelacionados:

- Detectar diferentes modos en los que los estudiantes se enfrentan y desarrollan la tarea de “escritura de un diario”, así como qué tipo de aspectos recogen en ellos.
- Desarrollar categorías de interés docente-investigador para analizar el trabajo plasmado por los estudiantes en un diario de matemáticas.
- Estudiar el impacto del desarrollo de esta experiencia entre el alumnado, tanto desde el punto de vista del rendimiento académico como de los hábitos de trabajo en matemáticas y de su estudio de la asignatura.

Así, en esta investigación se pretende analizar pormenorizadamente los diarios producidos por los alumnos, pero sin aspirar a evaluarlos. Una evaluación de los diarios puede estar ligada a una presuposición de qué es lo que “debe contener”. Este hecho coartaría su libertad para poder reflexionar, explorar y expresar lo que consideren a través de esta tarea. Este aspecto es clave para el enfoque de esta investigación. No obstante, al plantear la tarea ha sido necesario poner en valor esta actividad de escritura como parte de las actividades del tema, para que fuera realizada por el alumnado con mayor interés.

3. Contexto, planteamiento de la experiencia y metodología de análisis

La experiencia se llevó a cabo en un instituto público de un municipio de la provincia de Valladolid (España), durante el curso 2014/2015. En concreto, en un aula de 1º de Bachillerato (16 años), de la modalidad Ciencias Sociales. En este nivel educativo, consideramos que los estudiantes tienen una autonomía y una madurez suficiente para poder desarrollar la tarea de escribir un diario con una mayor diversidad y riqueza. En particular, la experiencia se circunscribió al tema sobre la introducción a la derivada de una función. Este tema comprendió tres semanas del comienzo del tercer trimestre. En este grupo había 14 estudiantes, que identificaremos con el siguiente código: una “E” seguida de un número, E1 a E14. Entre los catorce hay seis chicos (E1, E3, E5, E8, E12 y E13) y ocho chicas (E2, E4, E6, E7, E9, E10, E11 y E14). Durante el curso, las clases han seguido un patrón de exposición de contenidos por parte del docente (y primer autor de este artículo), con el apoyo ocasional de un libro de texto, junto con el planteamiento, resolución y corrección de actividades. En el tema de derivadas, este patrón se complementó con la tarea de escritura de un diario por cada estudiante, que se explica en este apartado. La experiencia constó de tres fases: fase previa, fase de implementación en el aula y fase de análisis y reflexión.

3.1. Fase previa

Con anterioridad al inicio del tema sobre la derivada, se diseñó la tarea de escritura del diario y su integración en la planificación y el desarrollo del tema. Siendo conscientes del cambio que suponía introducir una actividad periódica de escritura reflexiva, a la que los alumnos no estaban acostumbrados, se propusieron durante el tema previo algunas tareas similares a la escritura de una entrada de un diario. La Figura 1 muestra el enunciado de una de ellas. Los alumnos hicieron estas

actividades en los últimos minutos de las clases, entregando sus respuestas al docente. El profesor comentó las respuestas haciendo algunas sugerencias, pero dando libertad a los alumnos en su modo de enfocar la tarea, para que se desterrara la posible asunción de la existencia de una “respuesta correcta” o “pretendida”.

| Tarea 1 |
|---|
| 1.- Hay una cosa importante en matemáticas que he aprendido hoy: |
| 2.- Hoy ha sido fácil para mí: |
| 3.- Hoy ha sido difícil para mí: |
| 4.- Me gustaría que se resolvieran el próximo día las siguientes dudas: |
| 5.- Resume lo que has aprendido hoy. ¿Qué cosa te sigue pareciendo un rompecabezas? |

Figura 1. Ejemplo de tarea propuesta en las clases durante la fase previa

3.2. Fase de implementación en el aula

El tema de derivadas abarcó doce sesiones. Las diez primeras se dedicaron a la exposición y práctica de los distintos contenidos del tema (tasa de variación media e instantánea, derivada como cociente del límite incremental, cálculo de la derivada en un punto, función derivada, relación con la recta tangente, aplicaciones de la derivada en situaciones contextualizadas y no contextualizadas) y la resolución de dudas planteadas por los estudiantes. En la sesión once los alumnos realizaron una prueba de evaluación del tema. La sesión doce se dedicó a resolver en el aula la prueba de evaluación, y a que cada alumno rellenara un breve cuestionario evaluando la tarea de escritura de un diario (utilidad, valoración de su trabajo en él, de la retroalimentación recibida por el docente, aspectos positivos y negativos...), y su posible impacto en los hábitos de trabajo y estudio en matemáticas del alumno.

En la primera sesión se entregaron y explicaron a los estudiantes las instrucciones básicas para el desarrollo de la tarea de escritura de un diario a lo largo del tema, que se muestran en la Figura 2. Se proponía a cada alumno la escritura de cuatro entradas semanales, sin que tuviera que ligarse obligatoriamente cada entrada con una de las cuatro sesiones de clase semanales. La tarea fue acogida gratamente por los estudiantes, que mostraron una buena disposición para su realización más allá del pequeño desconcierto inicial derivado del planteamiento de una actividad novedosa para ellos.

Durante las sesiones se controló visualmente el trabajo de los alumnos en sus diarios, fijándose entregas en las sesiones 4, 8 y 11. El objetivo de esas entregas fue que el profesor pudiera leer con detenimiento las entradas escritas por cada alumno, y aportar una retroalimentación a los contenidos o aspectos manifestados. Los diarios también fueron fotocopiados, como parte de los datos recogidos durante la experiencia. En la sesión posterior a cada recogida, los diarios eran devueltos a los

alumnos, añadiéndose la retroalimentación docente: posible resolución de dudas o cuestiones planteadas, recomendación de actividades, alerta sobre posibles malentendidos en la comprensión de los conceptos... También se sugerían algunos cambios generales invitando al alumno a generar entradas con un mayor carácter reflexivo, instando a evitar el uso de frases vacías o demasiado genéricas.

EL DIARIO DE MATEMÁTICAS

Durante este tema sobre la derivada de una función, vais a realizar un diario en una libreta o cuaderno a vuestra elección. Planead escribir al menos cuatro entradas por semana. No es necesario que invirtáis mucho tiempo en su redacción, entre cinco y diez minutos serían suficientes para cada entrada. Cada semana recogeré vuestros diarios (los lunes) y os los devolveré comentados al día siguiente.

El tema de las entradas de vuestro diario deberá estar relacionado con vuestro aprendizaje en matemáticas. Qué es lo que hacéis, descubrís, intentáis, sentís, pensáis... Dentro de este contexto, podéis escribir sobre cualquier tema o problema que os apetezca, siempre y cuando estéis dispuestos a que yo lo lea.

Para guiar vuestros pensamientos y reflexiones podéis tomar como ejemplo algunas de estas preguntas para redactar vuestras entradas.

- 1.- ¿Qué aprendiste en clase, en tus actividades, en las dudas de otros compañeros, en las tareas que se mandaron para casa?
- 2.- ¿Qué preguntas o dudas tienes? ¿Hasta dónde has entendido y/o cuándo te has perdido?
- 3.- ¿Has intentado las tareas? ¿Has hecho alguna más a mayores? ¿Conseguiste resolverlas? ¿Cómo?
- 4.- Describe algún descubrimiento que hayas tenido al hacer matemáticas o durante las clases de matemáticas.
- 5.- Describe el proceso que has seguido para resolver un problema.
- 6.- ¿Hay algo que te confunde? ¿Qué te parece un reto? ¿Qué te gusta? ¿Qué no te gusta?

Escribir un diario puede ser una herramienta muy poderosa para aprender matemáticas. A vosotros os servirá para mejorar vuestros resultados y a mí para evaluaros de una mejor manera y para enseñaros de una forma más individual y personal.

Figura 2. Pauta escrita dada a los alumnos para la elaboración de un diario de matemáticas

3.3. Fase de análisis de la experiencia y obtención de resultados. Datos recogidos y metodología de análisis

La experiencia fue analizada con detalle en esta tercera fase, desde una perspectiva investigadora, y teniendo en cuenta los tres objetivos propuestos. El análisis fue desarrollado por los dos autores. Se recogieron diferentes tipos de datos, con la intención de que la triangulación de las diferentes fuentes condujera hacia la obtención de resultados y reflexiones más sólidas: las fotocopias del diario escrito por cada alumno (datos principales), las respuestas de cada alumno al cuestionario

valorando la implementación, el diario de clase del docente (describiendo y analizando cada sesión) y las calificaciones de los estudiantes durante el curso y, en particular, en la prueba de evaluación del tema de derivadas.

La metodología base utilizada para analizar los diarios han sido las técnicas de *análisis de contenido* (Cohen, Manion & Morrison, 2011). Estas técnicas de investigación utilizan procedimientos sistemáticos y objetivos de descripción de un determinado contenido analizado. Su objetivo es la formulación de inferencias reproducibles y válidas en el contexto de producción del contenido, dicho de otro modo, una interpretación adecuada del contenido que nos permita conocer mejor diversos aspectos y fenómenos. En nuestro caso, la *unidad de registro* o unidad base ha sido cada una de las entradas escritas por cada alumno. El análisis constó de dos etapas: una primera en la que cada entrada fue analizada de forma independiente, y una segunda donde el diario de cada alumno fue analizado globalmente para estudiar las características predominantes en él. El marco teórico utilizado como referencia en este análisis se explica en el siguiente apartado.

4. Marco teórico para analizar los diarios de los alumnos

En este apartado se explican las ideas teóricas de referencia consideradas, y su adaptación concreta para el análisis de las características y del contenido de los diarios generados. En la primera parte, se explica el marco para analizar cada entrada del diario de forma independiente, distinguiendo tanto el tipo de entrada como los elementos que la componen. Posteriormente, se expone el marco para categorizar un diario de forma global, según las características predominantes en él.

4.1. Marco para analizar una entrada de un diario

El primer aspecto que hemos analizado es el **tipo de entrada** escrita. Se han tomado los tres tipos de entrada propuestos en los trabajos de Waywood (1992) y de Clarke et al. (1993) como punto de partida. No obstante, se han adaptado los mismos dado que en nuestra experiencia los alumnos tenían más libertad sobre qué escribir en sus diarios. Los tres tipos, y su significado en este artículo, son:

- Entrada de tipo **recuento**: Entrada que contiene una repetición de contenido perteneciente a alguna sesión, transcribiéndose total o parcialmente lo presentado en clase un día concreto.
- Entrada de tipo **sumario**: Entrada en la que se presenta el contenido de una sesión, pero reestructurándose y transformándose de algún modo. En estas entradas hay una implicación del estudiante con el contenido, enunciando y organizando la información para formarse una visión particular de la misma.
- Entrada de tipo **diálogo**: Entrada en la que se va más allá del contenido tratado en las sesiones. Son entradas muy diversas en las que se aporta una visión contextualizada de la clase. Por ejemplo, el estudiante puede hablar sobre la integración de los nuevos conceptos con sus conocimientos previos,

analizar los contenidos desde una perspectiva distinta a la de la clase, o desarrollar ejemplos o actividades diferentes de las propuestas.

Admitimos la posibilidad de que una entrada, en su desarrollo, contenga características correspondientes a diferentes tipos. En ese caso, se ha permitido asignar dos tipos a su codificación (por ejemplo, entrada de tipo sumario-diálogo).

El segundo aspecto considerado para analizar son los **elementos** que pueden escribirse en una entrada. Estos pueden referirse a la propia matemática escolar, a la relación del estudiante con las matemáticas o a su proceso de enseñanza-aprendizaje. Para analizar los elementos propios del contenido matemático escolar que los alumnos pueden escribir en los diarios utilizaremos como referencia el *análisis de contenido matemático* propuesto por Rico y colaboradores (Picado y Rico, 2011, Rico, 2013). En él, se adapta el triángulo semántico de signo, sentido y referencia de un concepto para establecer tres dimensiones de análisis: la *estructura conceptual* (referencia), la *fenomenología* (sentido) y los *sistemas de representación* (signo). Aquí nos centraremos en las dos primeras.

La *estructura conceptual* comprende un sistema organizado de conceptos y procedimientos, junto con sus relaciones, propiedades y criterios de veracidad que dan lugar a una estructura matemática que los organiza y justifica. En el contexto de los diarios, los alumnos pueden escribir hechos, definiciones de un concepto, procedimientos, conexiones, propiedades o teoremas y sus demostraciones. Cada uno de ellos, para nosotros, será un **aspecto teórico** contenido en el diario.

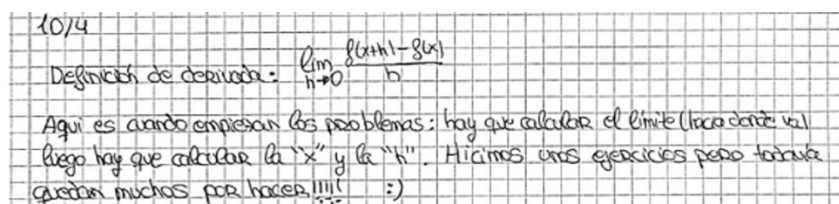
La *fenomenología* incluye aquellas situaciones, contextos o problemas que dan origen y dotan de sentido a la estructura conceptual de un contenido. En los diarios, los alumnos pueden escribir ejemplos de aplicación de algún procedimiento o teorema, de situaciones que involucren algún concepto, o, incluso, pueden resolver tareas asociadas a algún tópico, que también contribuyen a dotar de sentido su introducción. Cada uno de ellos será un **aspecto práctico** contenido en el diario.

Además del contenido matemático escolar, en el diario pueden aparecer otras anotaciones. Los alumnos están inmersos en un proceso de aprendizaje, por lo que pueden surgir y plantear dudas o incertidumbres sobre algún tópico o sobre el trabajo práctico desarrollado. Nos referiremos a estos elementos como **cuestiones**. Un ejemplo: “He llegado hasta aquí porque no sabía cómo resolver a partir de ahí con el logaritmo neperiano”, en el proceso de cálculo en el diario de la derivada de una función, y en la que un alumno manifiesta un bloqueo.

Por último, los estudiantes también pueden escribir sobre su relación con las matemáticas tratadas en las clases, sobre su proceso de aprendizaje o sobre sus preferencias personales en esos procesos. Las llamaremos **apreciaciones**. Dentro de ellas, y según su nivel de concreción, hemos distinguido entre *apreciaciones generales* (un ejemplo: “la clase de hoy me ha resultado sencilla”, sin concretar ni justificar por qué) o *específicas* (un ejemplo: “hoy me ha resultado difícil entender por qué, al calcular la derivada, hemos escrito el límite con h tendiendo hacia 0”).

4.1.1. Ejemplo de aplicación del marco

Se ilustra la aplicación del marco a una entrada concreta, escrita por el alumno E12 durante la experiencia. La Figura 3 muestra un escaneo de la entrada y la transcripción del texto escrito en ella. El alumno, en dicha entrada, resume algunos aspectos de la clase, e intenta describir uno de ellos: el proceso para calcular la derivada de una función a partir de la resolución del límite del cociente incremental. No hay ningún aspecto en el que intente ir más allá del contenido de la sesión que toma como referencia. Así, se ha catalogado la entrada como de tipo *sumario*.



Definición de derivada: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
 Aquí es cuando empiezan los problemas: hay que calcular el límite (hacia donde va) luego hay que calcular la “x” y la “h”. Hicimos unos ejercicios pero todavía quedan muchos por hacer!!!! :)

Figura 3. Ejemplo de entrada (diario del alumno E12) y transcripción del texto escrito en ella

En relación a los elementos de esta entrada, en la primera línea se anticipa la escritura de la definición de derivada. Dicha definición se escribe analíticamente, pero sin igualarla a $f'(x)$. Así, la primera línea contiene un aspecto teórico, que pretende completar escribiendo: “Hay que calcular el límite (hacia dónde va) luego hay que calcular la x y la h”. Después escribe una apreciación general, “Aquí es cuando empiezan los problemas”, sin detallar cuáles son para E12 esos problemas asociados al cálculo. En la última frase escribe “Hicimos unos ejercicios pero todavía quedan muchos por hacer!!!!” (*sic*). La falta de concreción sobre esos ejercicios y posibles aspectos explícitos de su resolución hacen que no computemos esta frase como aspecto práctico. Se ha fijado la necesidad de hacer explícitos los elementos para computarse en el análisis. Por ejemplo, no se ha contado como aspecto teórico una frase como “Hoy hemos visto la tasa de variación media” sin intentar explicar el concepto, o como cuestión una frase como “Tengo dudas”.

En resumen, la entrada de la Figura 3 se ha codificado como una *entrada de tipo sumario*, que contiene *un aspecto teórico y una apreciación general*.

4.2. Marco para categorizar globalmente un diario

Se han establecido tres variables globales de análisis para detectar las características y contenido predominante en un diario: modelo, sentido y carácter.

La variable **modelo** parte del tipo asignado a cada entrada, y del número de veces que aparece cada etiqueta (recuento, sumario, diálogo) en el total de entradas de que consta un diario. Se ha usado la siguiente regla: se consideran como

característicos de un diario aquellos tipos presentes en al menos el cuarenta por ciento de las entradas. En ese caso, la variable modelo toma el nombre de ese tipo o tipos. Ilustramos la asignación con el ejemplo concreto de E4. De las diez entradas de esta alumna, seis se codificaron como entradas de tipo recuento, tres como diálogo y una como recuento-diálogo. Así, la etiqueta “recuento” (ver Tabla 1) se ha asignado a siete entradas (70% del total) y la etiqueta “diálogo” a cuatro (40%), por lo que la variable modelo asociada al diario de E4 es *recuento-diálogo*.

Dada la diferente naturaleza de los elementos presentes en las entradas de un diario, se han considerado dos variables distintas asociadas a los elementos. La variable **sentido** está ligada a tres de los tipos de elementos: aspectos teóricos, aspectos prácticos y cuestiones, y parte del número de elementos presentes de cada tipo. La asignación se ha hecho de acuerdo a esta regla: un tipo de elemento es característico de un diario si está presente en un porcentaje mayor o igual al 40% de la suma de aspectos teóricos, prácticos y cuestiones. En ese caso, diremos que el diario tiene un *sentido teórico* (en el caso de los aspectos teóricos), *práctico* (aspectos prácticos) o *interpelante* (cuestiones), yuxtaponiéndose los nombres si hay dos tipos de elementos que son característicos. Ilustramos esta asignación con el diario de E4. Este diario contiene cinco aspectos teóricos, un aspecto práctico y seis cuestiones (ver Tabla 2), por lo que hay doce elementos de estos tres tipos. Tanto el número de aspectos teóricos como el de cuestiones superan el 40% de ese total de doce, luego el diario de E4 tiene un *sentido teórico-interpelante*.

La variable **carácter** está ligada a las apreciaciones de los alumnos, que tienen un trasfondo más personal. Para asignar un valor a esta variable, se parte del número total de apreciaciones (generales o específicas) presentes. Como creemos que las apreciaciones específicas tienen más valor que las generales, por su mayor concreción y detalle, consideramos que el diario tiene un *carácter específico* si el porcentaje de apreciaciones específicas es mayor o igual al 40% del total. En caso contrario, el diario tiene un *carácter general*. El diario de E4 tiene 28 apreciaciones, ocho generales y veinte específicas (ver Tabla 2), por lo que tiene *carácter específico*.

5. Resultados derivados del análisis de los diarios

Comenzamos describiendo los resultados obtenidos al analizar cada variable en los diarios. La Tabla 1 recoge los resultados para la variable *modelo*.

| Alumno/a | Nº de entradas del diario | Tipos de entradas | | | Modelo del diario |
|----------|---------------------------|-------------------|---------|---------|-------------------|
| | | Recuento | Sumario | Diálogo | |
| E1 | 9 | 9 | 3 | 0 | Recuento |
| E2 | 10 | 8 | 3 | 0 | Recuento |
| E3 | 4 | 4 | 0 | 0 | Recuento |
| E4 | 10 | 7 | 0 | 4 | Recuento-Diálogo |
| E5 | 6 | 6 | 0 | 1 | Recuento |
| E6 | 10 | 8 | 2 | 1 | Recuento |
| E7 | 2 | 0 | 2 | 0 | Sumario |

| | | | | | |
|-----|----|----|---|---|------------------|
| E8 | 11 | 10 | 0 | 1 | Recuento |
| E9 | 5 | 4 | 1 | 0 | Recuento |
| E10 | 8 | 7 | 1 | 0 | Recuento |
| E11 | 11 | 11 | 0 | 0 | Recuento |
| E12 | 7 | 4 | 6 | 0 | Recuento-Sumario |
| E13 | 10 | 9 | 2 | 0 | Recuento |
| E14 | 9 | 7 | 3 | 0 | Recuento |

Tabla 1. Categorización de los diarios para la variable *modelo*

Se observa que la mayoría de las entradas escritas durante la experiencia han sido codificadas como entradas de tipo recuento, mientras que las entradas de tipo diálogo han sido bastante minoritarias. Estos hechos se reflejan en la asignación global de la variable modelo. Once de los catorce alumnos (todos, salvo E4, E7 y E12) han escrito diarios de tipo *recuento*. El diario de E12 se ha categorizado como recuento-sumario, combinándose las características de ambos tipos en varias de sus entradas. El diario de E7 ha sido categorizado como sumario. Por último, la alumna E4 fue quien escribió un mayor número de entradas de tipo diálogo, combinándose con las entradas de tipo recuento (tipo resultante: recuento-diálogo).

En muchos alumnos, la escritura en los diarios se ha destinado a recoger algunos aspectos tratados en las sesiones, sin demasiado detalle y, en algunos casos, obviando las ideas más importantes. Son pocos los casos en los que se escribe sobre los contenidos de una forma contextualizada o desligada de la propia sesión, o en los que, al menos, se resume y reorganiza el contenido de algún modo. La mayoría de los alumnos han entendido la tarea del diario como un espacio en el que volver a contar, de forma escrita, algunos de los contenidos de las clases. Pensamos que este hecho hace que la escritura de un diario sea menos beneficiosa y útil para el aprendizaje matemático de lo que sería una escritura en la que sí hubiera cierta transformación o personalización del contenido tratado.

La Tabla 2 resume los resultados para las variables *sentido* y *carácter*.

| Alumno/a | Elementos de las entradas | | | Sentido del diario | Apreciaciones | | Carácter del diario |
|----------|---------------------------|----------|--------|----------------------|---------------|--------|---------------------|
| | A. Teór. | A. Prác. | Cuest. | | Gener. | Espec. | |
| E1 | 1 | 0 | 1 | Teórico-Interpelante | 12 | 2 | General |
| E2 | 3 | 8 | 3 | Práctico | 12 | 6 | General |
| E3 | 0 | 0 | 0 | Indefinido | 5 | 0 | General |
| E4 | 5 | 1 | 6 | Teórico-Interpelante | 8 | 20 | Específico |
| E5 | 3 | 1 | 2 | Teórico | 7 | 0 | General |
| E6 | 0 | 0 | 1 | Interpelante | 12 | 5 | General |
| E7 | 1 | 0 | 1 | Teórico-Interpelante | 6 | 6 | Específico |
| E8 | 1 | 1 | 0 | Teórico-Práctico | 2 | 6 | Específico |
| E9 | 1 | 1 | 5 | Interpelante | 4 | 6 | Específico |
| E10 | 1 | 0 | 0 | Teórico | 8 | 0 | General |
| E11 | 0 | 0 | 2 | Interpelante | 8 | 3 | General |

| | | | | | | | |
|-----|---|---|---|----------------------|----|---|---------|
| E12 | 6 | 2 | 0 | Teórico | 2 | 1 | General |
| E13 | 1 | 0 | 1 | Teórico-Interpelante | 10 | 3 | General |
| E14 | 3 | 0 | 2 | Teórico-Interpelante | 12 | 5 | General |

Tabla 2. Categorización de los diarios para las variables *sentido* y *carácter*

Las columnas segunda, tercera y cuarta de la Tabla 2 evidencian que el número de aspectos teóricos, prácticos y cuestiones escritas en los diarios, en general, ha sido reducido. En ocho alumnos, la suma de los elementos de estos tres tipos fue menor o igual que dos. E3 es un caso extremo, asignándose a su diario un sentido *indefinido*. La mayor presencia de aspectos teóricos y de cuestiones se refleja en la asignación de esta variable. Tres etiquetas se repiten: sentido *teórico-interpelante* (en cinco alumnos, E1, E4, E7, E13 y E14), sentido *teórico* (en tres, E5, E10 y E12) y sentido *interpelante* (en tres, E6, E9 y E11). No obstante, el número de aspectos teóricos y de cuestiones difiere mucho entre alumnos con la misma asignación. Por ejemplo, para el sentido teórico-interpelante, la alumna E4 escribe 5 aspectos teóricos y 6 cuestiones, mientras que E1, E7 y E13 únicamente escriben un aspecto teórico y una cuestión en todo su diario. El diario de E2 es el único al que se ha asignado un sentido *práctico*, recogiendo abundantes aspectos prácticos.

El análisis de la presencia de estos elementos puede mostrar el modo en que los alumnos enfocan la tarea de escribir un diario. Los aspectos prácticos son muy escasos (salvo en E2), por lo que los alumnos no han considerado el desarrollo de ejemplos o la resolución de tareas como algo a incluir en sus diarios. La mayoría de estudiantes sí que consideraron la escritura de conceptos o propiedades, así como posibles dudas. La frecuente presencia de cuestiones evidencia que varios estudiantes parecen considerar la tarea como una oportunidad para compartir con el docente algunos aspectos más dificultosos o confusos, y generar una comunicación docente-estudiante (uno de los beneficios indicados por Borasi y Rose, 1989). En ese sentido, se ha detectado una diferencia reseñable entre chicos y chicas: los tres diarios con un sentido *interpelante* corresponden a chicas (E6, E9 y E11), y la media de cuestiones es mucho mayor en los diarios de las chicas (20 cuestiones en 8 diarios, media: 2'5) que en los de los chicos (4 cuestiones en 6 diarios, media: 0'67).

El número de apreciaciones escritas en los diarios ha sido abundante en algunos casos. Las apreciaciones de tipo general han sido más numerosas que las de tipo específico. Únicamente en cuatro alumnos (E4, E7, E8 y E9) se ha asignado al diario un carácter *específico* (al menos el 40% de apreciaciones son específicas). Estos cuatro estudiantes hacen un mayor esfuerzo por concretar y detallar sus apreciaciones personales, expresando una mayor introspección. La concreción también resulta de ayuda para que el docente pueda proporcionar retroalimentación adecuada o más ajustada a las impresiones verbalizadas. De todos ellos, destaca la estudiante E4, que escribe 20 apreciaciones específicas (una media de 2 por entrada). Diez estudiantes han escrito un diario con un carácter *general*, donde no hay apreciaciones específicas o son muy minoritarias en relación con las generales.

Una vez analizadas las tres variables por separado, se han cruzado sus asignaciones con el objetivo de detectar posibles relaciones entre ellas. La Tabla 3 muestra la información sobre el cruzamiento de las diferentes asignaciones y el número de diarios en cada caso. Se han detectado diez combinaciones diferentes. Tres de ellas aparecen en más de un alumno, correspondiendo todos ellos a diarios con un modelo recuento y un carácter general, variando en el sentido entre teórico (E5 y E10), interpelante (E6 y E11) o teórico-interpelante (E1, E13 y E14).

En nueve alumnos se combina un diario de modelo *recuento* con un carácter *general*, combinación que deja entrever un desarrollo de la tarea con un bajo nivel de involucramiento y reflexión por su parte, al limitarse a transcribir aspectos de las clases y a hacer apreciaciones sin concreción. Por el contrario, los dos diarios con un modelo más alejado del modelo recuento (*sumario* –E7- y *recuento-diálogo* -E4-) han tenido un carácter *específico*, además de un sentido *teórico-interpelante*. El enfoque subyacente a estos dos diarios contrasta con el anterior. La mayor concreción en las apreciaciones y la alta presencia de cuestiones puede promover que la tarea de escritura del diario tenga un mayor impacto en el aprendizaje.

| Modelo del diario | Carácter del diario | Sentido del diario | Nº diarios (alumnos) |
|-------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| Recuento | General | Teórico-Interpelante | 3 (E1, E13, E14) |
| | | Teórico | 2 (E5, E10) |
| | | Interpelante | 2 (E6, E11) |
| | | Práctico | 1 (E2) |
| | | Indefinido | 1 (E3) |
| | Específico | Teórico-Práctico | 1 (E8) |
| | | Interpelante | 1 (E9) |
| Recuento-Sumario | General | Teórico | 1 (E12) |
| Sumario | Específico | Teórico-Interpelante | 1 (E7) |
| Recuento-Diálogo | Específico | Teórico-Interpelante | 1 (E4) |

Tabla 3. Información cruzada sobre los valores asignados para las tres variables globales

5.1. Caracterización del diario, rendimiento académico y valoración de la tarea

En este subapartado se compara la caracterización de los diarios con el rendimiento académico en el tema en el que se realizó la experiencia (derivada de una función) y con el cuestionario valorativo de la implementación de la tarea de escritura de un diario que cumplimentó cada alumno. La Tabla 4 presenta las calificaciones de la prueba de evaluación del tema de derivadas (tema inicial del tercer trimestre) en relación con su calificación en el segundo trimestre. El rango de las calificaciones es 0-10. Las calificaciones mostradas en la Tabla 4 son un indicativo del rendimiento previo y posterior a la introducción de la tarea de escritura del diario. Hemos analizado con mayor profundidad aquellos alumnos en los que la variación ha sido mayor (de al menos un punto), bien positiva (E3, E4 y E11) o bien negativa (E1,

E5, E9 y E14). En la Tabla 5 se detallan las características de los diarios de estos siete alumnos.

| Alumno/a | Evaluac. 2º trim. | Prueba derivadas | Variación | Alumno/a | Evaluac. 2º trim. | Prueba derivadas | Variación |
|----------|-------------------|------------------|-----------|----------|-------------------|------------------|-----------|
| E1 | 3 | 1'2 | -1'8 | E8 | 4 | 4'3 | +0'3 |
| E2 | 7 | 7'5 | +0'5 | E9 | 6 | 2'1 | -3'9 |
| E3 | 4 | 5'6 | +1'6 | E10 | 3 | 3 | 0 |
| E4 | 6 | 7 | +1 | E11 | 6 | 7'1 | +1'1 |
| E5 | 6 | 5 | -1 | E12 | 6 | 6'1 | +0'1 |
| E6 | 4 | 4'1 | +0'1 | E13 | 3 | 3'9 | +0'9 |
| E7 | 3 | 3 | 0 | E14 | 2 | 0'7 | -1'3 |

Tabla 4. Comparación entre las calificaciones previas y posteriores a la experiencia

| Mayor variación | Alumno/a | Modelo del diario | Sentido del diario | Carácter del diario |
|-----------------|----------|-------------------|----------------------|---------------------|
| Mejora | E3 | Recuento | Indefinido | General |
| | E4 | Recuento-Diálogo | Teórico-Interpelante | Específico |
| | E11 | Recuento | Interpelante | General |
| Empeoramiento | E1 | Recuento | Teórico-Interpelante | General |
| | E5 | Recuento | Teórico | General |
| | E9 | Recuento | Interpelante | Específico |
| | E14 | Recuento | Teórico-Interpelante | General |

Tabla 5. Características de los diarios de los alumnos con una mayor variación en su rendimiento

No se detectan relaciones claras entre las características de los diarios desarrollados durante el tema de derivadas y la presencia de una variación significativa, positiva o negativa, en el rendimiento en este tema con respecto a la anterior evaluación. Es claro que existen muchos factores que pueden influir en el rendimiento, más allá de la introducción de la tarea. Buscando una mejor explicación a la variación en el rendimiento producida, se han analizado las respuestas que los alumnos dieron al cuestionario final, en relación a la valoración de la experiencia del desarrollo de un diario y su posible impacto en los hábitos de estudio de este tema.

Los tres alumnos con una mejora significativa (E3, E4 y E11) hicieron una valoración muy dispar de la tarea de escritura de un diario. La alumna E4 la valoró muy positivamente, resaltando su escritura como un medio para recoger lo realizado en clase, plantear al docente posibles dudas emergentes y recibir retroalimentación y explicaciones sobre ellas. Además, E4 integró la lectura del diario, sus dudas y la retroalimentación recibida, en su preparación de la prueba de evaluación. Sin embargo, no sucedió lo mismo con E3 y E11. E11 indicó que el diario le ayudaba a “ver” su aprendizaje, pero afirmó que su desarrollo era una tarea pesada. E3 valoró negativamente la introducción de esta tarea, a la que no asignó ningún propósito, y a la que dedicó un tiempo mínimo. Las respuestas de E3 nos hacen atribuir su mejora

en la calificación a la realización de un gran número de actividades sobre la derivada en un contexto de docencia no reglada (academia).

En relación a los cuatro alumnos con una bajada significativa en la calificación (E1, E5, E9 y E14), sus respuestas en el cuestionario final evidenciaron la existencia de un hecho común: los cuatro dedicaron menos tiempo del habitual (o incluso nada) a preparar la prueba de evaluación. El estudiante con un descenso mayor, E9, indicó que no se acordó de dicha prueba, como atestigua el siguiente extracto: “Para ser sincera ni me acordé de la prueba que teníamos, así que con la única preparación que iba era lo que me acordaba de clase y lo hecho en la academia”. Los alumnos E1 y E14 tampoco dedicaron tiempo a preparar la prueba, por distintos motivos (E1: “No dediqué nada, el mismo día teníamos un examen de inglés muy complicado”; E14: “Mal. No me lo preparé, porque matemáticas la doy por perdida”). El alumno E5, cuya calificación bajó de 6 a 5, dedicó un tiempo menor del habitual a preparar la prueba: “Repasando la teoría y los ejercicios que dimos. Le dediqué 2 horas, porque tenía 3 exámenes más, si no suelo dedicar 2:30 o 3:30 horas”.

Estas evidencias nos hacen atribuir principalmente el descenso en las calificaciones a la menor preparación de la prueba de evaluación, y no a la implementación del diario o a sus características. La valoración de la tarea de escritura del diario entre estos cuatro estudiantes también ha sido dispar. Mientras que E9 la calificó como “una pérdida de tiempo”, la alumna E14 estimó y valoró muy positivamente la tarea, sobre todo su papel como canal para comunicar dudas al docente y recibir una explicación y retroalimentación personalizada. El bajo autoconcepto matemático que mostró esta alumna en sus respuestas y la alta valoración que hizo de la tarea nos hacen pensar que con una implementación temporal más extensa de la escritura del diario hubiera podido avanzar en su autoconcepto hacia las matemáticas, como también sugiere Countryman (1992).

Al ser preguntados por ello en el cuestionario, muchos alumnos reconocieron aspectos tanto positivos como negativos asociados a la introducción de la tarea de escritura de un diario. Ocho estudiantes hicieron una valoración global positiva (E1, E2, E4 a E7, E12 y E14), mientras que en seis fue negativa (E3, E8 a E11 y E13). La Tabla 6 recoge los aspectos positivos más repetidos en los cuestionarios.

| Aspecto destacado positivamente | Estudiantes |
|---|------------------------------|
| Ayuda para recordar y/o repasar lo hecho en clase | E1, E2, E4, E6, E8, E10, E12 |
| Posibilidad de plantear dudas y recibir <i>feedback</i> personalizado | E2, E4, E5, E6, E7, E14 |
| Escritura como momento para “autoevaluar” o clarificar la comprensión sobre contenidos del tema | E7, E11, E14 |

Tabla 6. Aspectos positivos sobre los diarios que han sido más destacados por los estudiantes

Siete estudiantes resaltaron que la elaboración del diario es una ayuda para recordar y repasar lo realizado en el aula. La importante presencia de este aspecto puede estar ligada con la presencia mayoritaria de diarios con un modelo *recuento*. Seis estudiantes, cinco de ellas alumnas, han destacado la posibilidad de plantear al

docente algunas dudas o aspectos no comprendidos sobre el contenido, y de poder recibir explicaciones y retroalimentación personalizada. Así, las alumnas parecen valorar más el papel del diario como instrumento que posibilita una comunicación docente-estudiante, lo que concuerda con la mayor presencia media de cuestiones en sus diarios. Por último, tres estudiantes destacaron positivamente el propio momento de escritura de la entrada, que les ayuda a clarificar su propia comprensión sobre los contenidos tratados o sobre los cuales van a escribir en su entrada. Es decir, han surgido beneficios ligados tanto al proceso de elaboración del diario como a la utilidad posterior del producto escrito resultante.

La Tabla 7 recoge los aspectos negativos más frecuentes. El más repetido fue la necesidad de dedicar varios periodos durante la semana a la escritura del diario, aumentando la carga de trabajo de la asignatura. No obstante, cinco de esos diez alumnos hicieron una valoración global positiva de la tarea, por lo que los beneficios generados parecen compensar ese mayor volumen. Otros dos aspectos fueron explicitados por más de un alumno: considerar que la tarea se hace pesada y no detectar ninguna finalidad o propósito a su escritura, valorando negativamente ésta.

| Aspecto destacado negativamente | Estudiantes |
|--|----------------------------|
| Importante aumento de la carga de trabajo de la asignatura | E1 a E4, E5, E7 a E10, E13 |
| La tarea de escribir un diario es muy pesada | E1, E11, E12 |
| No se detecta un propósito / Es una pérdida de tiempo | E3, E9, E10 |

Tabla 7. Aspectos negativos sobre los diarios que han sido más destacados por los estudiantes

Si cruzamos la valoración global de la tarea con las características de los diarios desarrollados por los alumnos (Tablas 1, 2 y 3), la amplia variabilidad en las características no permite encontrar resultados concluyentes. Por ejemplo, dos de los cuatro alumnos con un diario de carácter *específico* valoraron positivamente la tarea (E4, E7), y dos no (E8, E9). Sin embargo, sí que puede destacarse que los tres alumnos con un diario que no respondía al modelo *recuento* (E4, E7, E12) han hecho una valoración global positiva de la tarea. En este hecho puede subyacer el mayor valor que tiene un diario donde el estudiante realice cierta organización, transformación o compleción del contenido de las clases. Asimismo, cuatro de los cinco alumnos con un diario con sentido *teórico-interpelante* valoraron positivamente la tarea, por lo que este sentido parece generar una mejor valoración del diario, posiblemente asociado a su papel como canal de comunicación docente-alumno.

El caso de E2 y E4 es especialmente remarcable. Estas dos alumnas dijeron haber realizado una planificación y un trabajo previo a la escritura de cada entrada de su diario, como destaca la siguiente respuesta transcrita del cuestionario de E4: “Antes de hacer la entrada, hacía ejercicios de matemáticas para ver si tenía alguna duda más [...]”. Además, E2 y E4 exteriorizaron una integración del diario, y de la retroalimentación docente recibida en él, en su estudio y preparación de la prueba de evaluación. Estas dos alumnas mejoraron su calificación en este tema con respecto a la evaluación anterior (Tabla 4). Esto puede mostrar el mayor beneficio que tiene el

diario para los estudiantes cuando existe una mayor implicación en su desarrollo, y una mejor integración en su trabajo y estudio de la asignatura.

6. Discusión de los resultados: reflexiones y conclusiones

En este apartado presentamos una discusión de los resultados obtenidos, en relación a los objetivos del artículo; junto con varias reflexiones y conclusiones de interés tanto para investigadores como para docentes. Por una parte, y en relación al segundo objetivo, en este artículo se presenta una propuesta de marco para analizar la escritura de tipo diario desarrollada por estudiantes de matemáticas, partiendo de la tipología de entradas de Waywood (1992) y de Clarke et al. (1993), y del *análisis de contenido matemático* de Rico y colaboradores (Picado y Rico, 2011, Rico, 2013). La aplicación del marco ha permitido detectar qué aspectos y qué contenido han predominado en el diario de cada alumno, en un contexto de cierta libertad para su desarrollo. Esto también nos puede ayudar a detectar qué aspectos son más valorados o, quizá, son considerados como más útiles. Así, sostenemos que este marco es una aportación de este artículo, por su interés docente-investigador y por la posibilidad de ser transferido a otras experiencias.

Precisamente, la aplicación de este marco y la categorización de los diarios utilizando las tres variables (modelo, sentido y carácter) nos han permitido analizar cuáles han sido las características y el enfoque prevalentes en cada estudiante al entender la tarea de escritura de un diario, lo que constituía el primer objetivo de este artículo. La Tabla 3 ha mostrado la existencia de cierta diversidad en el modo de entender el diario y en su contenido, aunque también algunos comportamientos más generalizados. Por ejemplo, muchos alumnos han escrito un diario de *modelo recuento*, es decir, mayoritariamente han entendido que las entradas de su diario debían recoger algunos de los aspectos tratados en las sesiones de clase, de una forma pasiva, limitándose a describir las sesiones, utilizando frases a modo de titular, y/o a reproducir algún contenido. En este sentido, su concepción de lo que supone desarrollar un diario es próxima, en muchos casos, al significado más general de la palabra, como “lugar donde relatar lo que ha sucedido día por día”.

Nueve de los catorce alumnos han combinado un *modelo recuento* con un *carácter general*, por lo que, en muchas de sus entradas, tampoco han añadido valoraciones concretas sobre su relación con las matemáticas tratadas o sobre su proceso de enseñanza-aprendizaje. Bajo nuestro criterio, esta combinación muestra una concepción de la tarea con un enfoque superficial, muy alejado de la posible explotación de los procesos cognitivos asociados a la escritura, como medio para reorganizar o transformar la información y promover el aprendizaje. Es posible que, debido a la introducción de esta tarea ya en el tercer trimestre del curso, y a la brevedad de la intervención (únicamente en el tema de derivadas), muchos alumnos hayan optado por “cumplir el expediente” y completar la tarea dedicando un tiempo reducido, de un modo poco reflexivo. No obstante, un número importante de estudiantes expresaron que el diario les ayudaba a recordar y repasar lo realizado en clase. Es decir, el diario resultante puede tener el rol de evocar, recordar o reconstruir pasajes de las clases y provocar reflexiones ligadas a su lectura que, aunque no

reflejadas en el propio documento, pueden ayudar posteriormente al alumno en su aprendizaje.

En general, en los diarios ha existido un número relativamente reducido de aspectos ligados al contenido matemático. Los aspectos teóricos y las cuestiones han tenido más presencia, lo que ha hecho que los diarios con sentido *teórico*, *interpelante* o *teórico-interpelante* hayan sido más frecuentes. Un grupo importante de estudiantes, casi todas ellas alumnas, han destacado la importancia del diario como instrumento de comunicación con su docente y para poder obtener una retroalimentación personalizada. En particular, es reseñable la mayor presencia de cuestiones en los diarios de las alumnas participantes. Muchas alumnas parecen ver la escritura del diario como una oportunidad para compartir con el docente dificultades en su aprendizaje o dudas sobre los contenidos, y valoran positivamente esa oportunidad. En este sentido, estudios como los recogidos en Maroto (2015) evidencian el frecuente menor autoconcepto hacia las matemáticas que tienen las alumnas con respecto a los alumnos. Esto se traduce en una menor confianza y seguridad en sus posibilidades, y puede explicar la mayor necesidad o la preferencia por utilizar el diario como un canal “privado” de comunicación con el docente, en lugar del carácter “público” de las interacciones en el aula.

Este artículo está basado en la experiencia de introducción de la escritura de un diario. La experiencia se ha extendido durante un tema (tres semanas), por lo que ha sido relativamente breve. Waywood (1992, 1994) o Countryman (1992) revelan cómo los beneficios de la realización de esta tarea son más evidentes durante un periodo de implementación largo (uno o varios cursos). En nuestro caso, no se han detectado relaciones claras entre las características de los diarios escritos y la presencia de variaciones significativas en el rendimiento; y la valoración de la tarea también ha sido muy diferente entre unos alumnos y otros. En las alumnas E2 y E4 sí atribuimos su mejora en el rendimiento, en parte, a la integración de la tarea del diario tanto en sus hábitos de trabajo como de estudio de la asignatura, de un modo en el que intentan maximizar las potencialidades que han asignado al diario.

La breve implementación tampoco ha permitido comprobar la posible evolución de las características de los diarios escritos. Como en la parte inicial del estudio longitudinal de Waywood (Clarke et al., 1993; Waywood, 1992, 1994), en esta experiencia han abundado los diarios con un modelo *recuento*; siendo deseable un progreso hacia modelos más elaborados, con una mayor transformación de la información y una mayor implicación del alumno, que permitan desarrollar una visión del diario como un instrumento con mayor potencial para generar aprendizaje.

No obstante, en este apartado sí que se han expuesto algunas conclusiones que merecen ser consideradas en una posible futura implementación. Destacamos la diversidad de modos de enfocar la tarea que han existido entre el alumnado participante, y las diferentes necesidades que pueden tener unos alumnos y otros, lo que hace que el diario pueda convertirse en un instrumento para conocer mejor al alumnado, gestionar su diversidad y poder ofrecerles una mejor retroalimentación. Además, en este caso se ha realizado la escritura utilizando un soporte físico, pero la

actividad es trasladable a un entorno digital. El entorno digital permitiría una mayor simultaneidad y un mayor seguimiento por el docente (aquí los diarios han sido recogidos una vez a la semana), aunque también es necesario ser conscientes de los posibles cambios que pueden ir asociados al cambio de entorno.

Bibliografía

- Arce, M. (2016). *Análisis de los cuadernos de matemáticas de los alumnos de Bachillerato: percepciones, perfiles de elaboración y utilización y rendimiento académico* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Valladolid, España. Disponible en: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/20829>
- Borasi, B. & Rose, B. J. (1989). Journal writing and mathematical instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 347-365.
- Clarke, D. J., Waywood, A. & Stephens, M. (1993). Probing the structure of mathematical writing. *Educational Studies in Mathematics*, 25, 235-250.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Londres, Reino Unido: Routledge.
- Countryman, J. (1992). *Writing to learn mathematics: strategies that work*. Portsmouth, EEUU: Heinemann.
- Maroto, A. I. (2015). *Perfil afectivo-emocional matemático de los maestros de primaria en formación* (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Valladolid, España. Disponible en: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/16201>
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. *Boletín Oficial del Estado* 266, del 6 de noviembre de 2007, 45381-45477. Madrid, España.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado* 3, del 3 de enero de 2015, 169-546. Madrid, España.
- Morgan, C. (1998). *Writing mathematically: The discourse of investigation*. Londres, Reino Unido: Routledge Falmer.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales". (Traducción de la edición original en inglés, de 2000).
- Nesher, P. (2000). Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (Coords.), *Matemáticas y Educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 109-123). Barcelona, España: Graó.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of Mathematics: The Danish KOM Project. En A. Gagatsis & S. Papastavrides (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education. Athens, Hellas, 3-5 January 2003* (pp. 116-124). Atenas, Grecia: Hellenic Mathematical Society.
- OCDE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas*. Madrid: INECSE.
- OCDE (2015). *PISA 2015. Draft Mathematics Framework* [en línea]. Recuperado el 24 de octubre de 2015, de

<http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/Draft%20PISA%202015%20Mathematics%20Framework%20.pdf>

- Picado, M. y Rico, L. (2011). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA*, 6(1), 11-27.
- Pimm, D. (1999). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid, España: Morata.
- Rico, L. (2013). El método del Análisis Didáctico. *UNIÓN*, 33, 11-27.
- Rogers, K. C. (2014). Journal writing in a mathematics capstone course for prospective secondary teachers: Future teachers making connections. *PRIMUS*, 24(6), 465-479.
- Salinas, T. M. (2004). Effects of reflective notebooks on perceptions of learning and mathematics anxiety. *PRIMUS*, 14(4), 315-327.
- Shield, M. & Galbraith, P. (1998). The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 36, 29-52.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Barcelona, España: Paidós.
- Waywood, A. (1992). Journal writing and learning mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 12(2), 34-43.
- Waywood, A. (1994). Informal writing-to-learn as a dimension of a student profile. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 321-340.

Autores:

Eduardo Fernández Delgado. Profesor interino de matemáticas en Secundaria. Licenciado en Matemáticas y Máster en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (especialidad: Matemáticas) por la Universidad de Valladolid.
Email: fernandez.delgado.eduardo@outlook.com

Matías Arce Sánchez. Doctor en Didáctica de la Matemática y profesor del Área de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Valladolid. Líneas de investigación: instrumentos usuales de enseñanza-aprendizaje (cuaderno del alumno, libro de texto), escritura matemática, didáctica del Análisis Matemático. **Email:** arcesan@am.uva.es