UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 63. Diciembre 2021
Páginas 1- 19

El cine como contexto para hacer matemática en la formación inicial de profesores

Cinema como contexto para fazer matemática na formação inicial de professores

Cristina Ochoviet, Verónica Molfino, Daniela Pagés, Valeria Schaffel

Fecha de recepción:29/11/2021
Fecha de aceptación: 22/12/2021

Resumen	¿Qué contextos son propicios para diseñar tareas que promuevan procesos matemáticos genuinos en la clase de matemática? Generalmente, la respuesta a esta pregunta menciona la palabra "realidad". En este artículo problematizamos su significado, y cuestionamos si es posible que realidades ficcionales, como el cine, sean contextos adecuados para favorecer el aprendizaje de matemática, especialmente en el ámbito de la formación de profesores. Presentamos el diseño de una tarea y el análisis de producciones de estudiantes de primer año de la carrera, en términos de los modelos que logran crear y las fases del ciclo de modelación que transitan en la resolución. **Palabras clave**: Formación de profesores, realidad, contextos de ficción, modelación, cine.
Abstract	Which contexts are conducive to designing tasks that promote genuine mathematical processes in mathematics class? Usually, the answer to this question includes the word "reality". In this article we problematize its meaning, and we question whether it is possible that fictional realities, such as movies, are adequate contexts to favor the learning of mathematics, especially in the ambit of teacher training. We present the design of a task and the analysis of the productions of prospective teachers studying first year courses, in terms of the models that they manage to create and the phases of the modeling cycle that pass through the resolution. **Keywords**: Teacher training, reality, fictional contexts, modeling, movies.
Resumo	Que contextos são propícios para projetar tarefas que promovem processos matemáticos genuínos na aula de matemática? Geralmente, a resposta a esta pergunta menciona a palavra "realidade". Neste artigo problematizamos seu significado e questionamos se é possível que realidades ficcionais, como o cinema, sejam contextos adequados para favorecer a aprendizagem da matemática, especialmente no campo da formação de professores. Apresentamos a proposta de uma tarefa e a

análise das produções dos alunos do primeiro ano do curso, ao nível dos modelos que conseguem criar e das fases do ciclo de modelação que passam pela resolução.
Palavras-chave: Formação de professores, realidade, contextos ficcionais, modelação, cinema.

1. Introducción

En la búsqueda de contextos para las situaciones problemáticas que se proponen en el aula, es frecuente que los profesores elijan aquellas que se corresponden con la vida cotidiana o con la vida real, por creer que facilitan el aprendizaje de la matemática o para mostrar a los estudiantes que las matemáticas son útiles en el día a día, y por ello hay que estudiarlas y aprenderlas. En procura de contextualizar las tareas que se ofrecen a los estudiantes, muchas veces se proponen contextos insensatos (Alsina 2007; Spira, 2008), esto es, situaciones que resultan absurdas porque los vínculos con la vida cotidiana son forzados. Estas situaciones tienen en los estudiantes un efecto totalmente contrario al que se desea, pues refuerzan la idea, bastante extendida entre los alumnos, de que las matemáticas son, en efecto, inútiles. Lejos estamos de entender a la matemática como una disciplina utilitaria (Ogawa y Fujiwara, 2017) o de tomar una postura simplista creyendo que la matemática se comprende mejor si se propone en situaciones contextualizadas. Sin embargo, consideramos que hay contextos que pueden resultar interesantes por las posibilidades que brindan para la modelación matemática y porque al estar planteados en el plano de la ficción, nos ponen a resguardo de las contextualizaciones insensatas. Esto es posible al considerar, por ejemplo, el cine como un campo en el que pueden germinar problemas desafiantes para la enseñanza de la matemática.

En definitiva, argumentaremos que muchas de las situaciones contextualizadas que pretenden mostrar a los alumnos la matemática en la vida cotidiana o en el mundo real, son una ficción. Y en el plano de la ficción, como veremos, podremos encontrar situaciones matemáticas desafiantes y otras no tanto. Con esto queremos enfatizar en que no es el llamado contexto de la vida real lo que puede atraer a los alumnos a la matemática sino la potencia de las situaciones que les ofrezcamos, aún en el plano ficcional.

En este trabajo presentamos, en primer lugar, una discusión acerca del concepto de realidad y su empleo para plasmar contextos. Luego, discutimos algunas ideas relativas a la realidad de ficción, en contraposición a ideas como “contexto de la vida real”, “matemática del día a día”, o “matemática de la vida cotidiana”, y presentamos un ejemplo del uso de una escena de la película *Alicia en al País de las Maravillas* dirigida por Tim Burton como contexto para la formulación de un problema. Más adelante desarrollamos una conceptualización de modelación matemática, y una manera de describirla, mediante el ciclo de modelación de Blum y Borromeo Ferri (2009). Por último, presentamos algunas estrategias utilizadas por un grupo de estudiantes del primer año de la carrera de Profesor de Matemática en Uruguay al resolver ese problema, con el fin de que pueda apreciarse el valor de una situación en contexto fantástico como promotora de procesos matemáticos genuinos. Los estudiantes trabajaron durante todo el año lectivo 2021 en una plataforma Schoology de Plan Ceibal y lo que reportamos es fruto de ese trabajo en línea.

2. Realidad y contexto

Qué es la realidad es una de las grandes preguntas de la filosofía y como en todo gran asunto filosófico no hay una respuesta sencilla, acabada y única. En este trabajo no pretendemos hacer un recorrido por todas las posibles formas de abordar este concepto, sino que nuestra intención es problematizar especialmente el concepto de "realidad" que está en juego al proponer problemas matemáticos para la enseñanza.

Parece evidente que cuando hablamos de problemas contextualizados en situaciones cotidianas estamos hablando de problemas que involucran la "realidad". Pero ¿qué estamos entendiendo por realidad? Y Sobre todo ¿qué valor didáctico tiene presentar problemas matemáticos en estos contextos?

Alsina (2007) destaca el valor de trabajar la modelización en el aula y entiende modelizar como "estructurar el contexto, matematizar..." (p. 92). En este sentido los problemas en contextos reales tienen el inmenso valor de que permiten trabajar la modelización. Alsina entiende realidad como todo lo vinculado a la naturaleza, la sociedad y la vida cotidiana; sin embargo, a los efectos de modelizar ¿no podremos ampliar esta noción de realidad? ¿No podrían las ficciones literarias o cinematográficas conformar una realidad?

El término "ficción" proviene del latín, del verbo *fingo*, que casualmente significa "modelar". ¿No podremos modelar matemáticamente realidades ficcionales? Incluso ¿no podríamos decir que las ficciones también conforman una realidad por más que esto exceda la definición con la que propone trabajar Alsina (2007)? Quienes disfrutamos de las ficciones cinematográficas o literarias probablemente tengamos la intuición de que estas creaciones tienen la capacidad de generar sensaciones tan reales como cualquier otra. Entonces, ¿por qué estas ficciones no serían reales? Existe una rama de la filosofía contemporánea, conocida como "filosofía de la ficción", encargada de teorizar sobre este asunto. El filósofo español García-Carpintero (2016) argumenta que las ficciones tienen valor cognitivo, que son fuentes de verdad; esto significa que se puede producir conocimiento valioso a partir de la realidad ficcional. En ese sentido, aprender matemática a partir de una obra de ficción ¿no estaría tan vinculado a la realidad como hacerlo a partir de una situación denominada como de la vida cotidiana?

En el siglo XX se da en la filosofía lo que se conoce como el giro lingüístico. Se pone de manifiesto que todo conocimiento está mediado por lenguaje y que, por lo tanto, para pensar acerca de la realidad, sea lo que sea que entendamos por esta, debemos atender al lenguaje.

Tradicionalmente se entendía que, por un lado, estaba el universo de las cosas (o la realidad) y, por otro, el del lenguaje, que tenía por objetivo dar cuenta de las cosas. Foucault (1966) cuestiona que exista tal separación. Entiende que no hay discursos neutros y separados de la realidad, plantea que las propias prácticas discursivas conforman una realidad. Por ejemplo, la palabra "número" no significaba lo mismo en la antigüedad que en la modernidad, hay todo un entramado cultural que lleva a que ese concepto se signifique de determinado modo en cada contexto histórico. ¿Cómo se relaciona esto con las ficciones? Que ya no es tan claro que no sean realidades. La realidad está mediada por el lenguaje o, parafraseando a Heidegger (2005), solo hay mundo donde hay lenguaje. Cuando nos referimos a la vida cotidiana, a esa que no dudaríamos en llamar realidad, nos estamos refiriendo a la construcción lingüística que hacemos de ella. No deja de ser una narración como lo es un cuento o una película. Entonces, ¿por qué plantear problemas sobre compras en un supermercado cuando podemos hacerlo sobre historias fantásticas? Cada docente seleccionará aquellos contextos que considere más valiosos para sus estudiantes, pero nos interesa mostrar lo limitante que puede resultar elegirlos en función de la creencia fuertemente instalada de que lo cotidiano, *per se*, será más significativo para los alumnos. Una compra en el supermercado es tan ficcional como puede ser una escena de una película planteada en un universo fantástico y, sin duda, esta última puede resultar mucho más estimulante. No es el carácter cotidiano que tenga el contexto lo que hará que las situaciones matemáticas que planteamos sean valiosas para los estudiantes.

2.1. Situaciones matemáticas y contexto

Diferentes organizaciones, como NCTM (1991), señalan que es necesario formar ciudadanos que puedan comprender información compleja dado que las sociedades democráticas requieren que los ciudadanos tomen decisiones políticas y sociales, y ello exige “un electorado culto y bien informado” (p. 5). La NCTM (2000) recomienda que la educación matemática de los estudiantes esté orientada al uso de la matemática en situaciones de la vida cotidiana y, en particular, menciona las situaciones laborales. Así, los docentes, los libros de texto y los recursos didácticos han puesto el foco en ofrecer a los alumnos situaciones contextualizadas, que comúnmente se denominan problemas de la vida real, con el objetivo de mostrar al estudiantado “cómo la matemática se presenta en situaciones reales” (CES, 2010, p. 1), tal como lo recomienda, por ejemplo, el programa de primer año de enseñanza secundaria en Uruguay.

Ya en los años 70 del siglo pasado, surge en Holanda la corriente denominada Educación Matemática Realista (EMR) a partir de las ideas fundantes de Hans Freudenthal, posicionándose críticamente frente a los enfoques instrumentales de la enseñanza de la matemática que imperaban en ese entonces en las escuelas:

> …hacer matemática (*matematizar*) es más importante que aprenderla como producto terminado. El énfasis no está en aprender algoritmos, sino en el proceso de *algoritmización*, no en el álgebra sino en la actividad de *algebrizar*, no en las abstracciones sino en la acción de *abstraer*, no en la *forma y la estructura* sino en *formalizar y estructurar*. (Bressan, Zolkower y Gallego, 2005, p. 74)

Y la posibilidad de recuperar el verbo a partir del sustantivo, tal como remarcan las autoras haciendo referencia a Freudenthal (1991), se logra proponiendo a los estudiantes situaciones problemáticas contextualizadas que requieran el uso de herramientas matemáticas para organizarlas y resolverlas. De esta manera, tanto la matemática como su aprendizaje surgen de la matematización de la realidad. No obstante, Bressan et al. (2005) subrayan que: “Esto no solo significa mantener a esta disciplina conectada al mundo real o existente sino también a lo realizable, imaginable o razonable para los alumnos" (p. 75) y agrega que Freudenthal también considera contextos a los "puramente matemáticos (contextos desnudos o puros)" (p. 79) que igualmente deben ser significativos para los estudiantes y sugiere presentarlos como juegos o desafíos. Beswick (2011) clarifica esta idea señalando que los contextos realistas en el enfoque de la EMR no están restringidos al mundo real o a la vida cotidiana sino que abarcan contextos fantásticos y también los matemáticos como ya se mencionó; agrega que lo importante es que "sean situaciones que los estudiantes puedan imaginar" (p. 370). En conclusión, lo relevante de los contextos es que resulten significativos para los estudiantes ya sea porque se vinculan a lo cotidiano o porque constituyen desafíos, y estos dos aspectos están, a su vez, vinculados a lo subjetivo.

Con lo avanzado hasta aquí, sin adentrarnos más en los principios de la EMR, deseamos puntualizar, entonces, que los contextos de las situaciones problemáticas pueden referirse a lo real (en el sentido más amplio de este término) y también a lo intramatemático. A su vez, siguiendo a Beswick (2011), argumentaremos que la potencia de una tarea para promover procesos de matematización que den lugar a aprendizajes matemáticos depende de la manera en que está formulada y no únicamente del simple hecho de que esté dotada de un contexto de la vida real.

Esto último lo comentaremos desde el análisis realizado en Beswick (2011), pues existe una idea extendida en el profesorado de que la matemática es más fácil de comprender si se presenta en un contexto no puramente matemático, llegando muchas veces al extremo de que, en determinados niveles, como los primeros años de la educación primaria, la posibilidad del contexto intramatemático aparece prácticamente vedada. Beswick (2011) analiza en forma minuciosa y desde diversidad de perspectivas los beneficios de utilizar tareas contextualizadas. La autora concluye que "el entusiasmo por los problemas contextualizados parece estar por delante de la evidencia de su eficacia" (p. 387). Agrega que los contextos pueden ser útiles para proponer tareas desafiantes, pero que se debe cuidar que estos contextos no entorpezcan ni opaquen la comprensión. Beswick señala que aún queda mucho por investigar acerca del uso de los contextos y su incidencia en el aprendizaje, así como de los efectos en el aprendizaje de la dimensión afectiva que se moviliza al trabajar en los distintos contextos.

2.2. El cine como contexto

Según Sorando (2015) el cine ofrece variados escenarios que pueden ser reales o fantásticos. Nos permite "imaginar que vivimos las vidas de otros" (p. 11). Esto refuerza lo planteado en secciones anteriores en cuanto al cine como contexto. El cine es una invitación a imaginar una realidad sobre la que puede ser valioso trabajar matemáticamente, sin importar si no refiere a lo que tradicionalmente se entiende por realidad. La historia que se presente para trabajar estará cargada de sentido en tanto ofrezca una lógica que se articule con la situación problemática planteada. Según este autor, el cine proporciona "lenguaje y metáforas" (p. 12) y esto es lo que cierra "el triángulo cine-realidad-matemáticas" (p. 12).

Desde estos presupuestos, partimos de una escena de la película *Alicia en el país de las maravillas* dirigida por Tim Burton para proponer una pregunta a futuros profesores de matemática. Una vez que Alicia bebe un poco de líquido y se achica, ya no puede alcanzar la llave que quedó encima de la mesa (minuto 1:50 de la escena accesible en https://bit.ly/3FnyzIF). La pregunta que les formulamos fue la siguiente: ¿Cuánto debería crecer Alicia para quedar de la altura de la mesa? Esta cuestión no constituye un problema de la vida cotidiana ni de la vida real, pero sí es una pregunta genuina en el contexto de la historia y la situación que vive Alicia. En ese momento configura un problema para el personaje en el contexto de la escena. Como veremos en las próximas secciones, esta pregunta, en apariencia muy simple, dio lugar a un intenso trabajo matemático a los efectos de poder modelar la situación de la escena y ofrecer respuestas razonables en el contexto planteado. Esta actividad permitió a los futuros profesores una experiencia que los llevó a concluir que resolver situaciones problemáticas no se reduce a aplicar fórmulas preestablecidas sino que se trata de crear relaciones y modelos, y de este modo hacer matemática. Entendemos que esto tiene un inmenso valor, especialmente para alumnos que recién ingresan al profesorado, ya que suelen llegar con concepciones tradicionales de la enseñanza de la matemática, y actividades como esta permiten cuestionarlas.

3. Modelación y educación matemática

Tal como señalan Villa-Ochoa, Bustamante y Arboleda (2010), la palabra modelación tiene múltiples interpretaciones, podemos pensar en la “modelación de una buena práctica de enseñanza o de la comprensión de los estudiantes” (p. 1087). También podemos pensar en la modelación en el ámbito artístico. Si bien en este contexto estamos hablando de modelar matemáticamente, nos interesa señalar que esto no dista tanto de lo que sucede en ámbitos artísticos como la pintura, o al menos en la pintura figurativa. El pintor observa aquello que va a representar, extrae lo que le resulta relevante y lo pinta presentando un modelo simplificado de lo que observó. La creación del pintor aporta un valor agregado a la mera observación de la realidad ya que permite hacer foco en aquello que el artista eligió. Análogamente, en la actividad matemática hay un trabajo creativo que lleva a modelar la realidad seleccionando aspectos relevantes para presentar una matematización de la realidad que enriquece su comprensión.

Blum y Borromeo Ferri (2009) definen la competencia de modelar como la habilidad de construir modelos siguiendo ciertos pasos de forma apropiada, así como de analizar o comparar modelos dados. Siguiendo a Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2009), llamamos modelo matemático “a un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que intentan explicar, predecir y solucionar algunos aspectos de un fenómeno o situación” (p. 162). En el siguiente esquema se aprecian los pasos y el ciclo de la modelación:

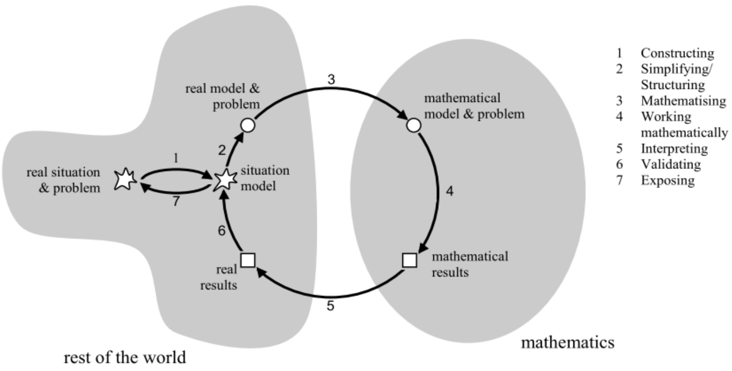


Figura 1. Ciclo de modelación (Blum y Borromeo Ferri, 2009, p. 46)

Es decir que la modelación involucra varias prácticas que conforman un ciclo entre la "realidad" y las matemáticas: (1) Construir un modelo a partir de la situación dada, extraída de una "situación real", (2) Simplificar y estructurar el modelo, identificar los datos necesarios, (3) Matematizar identificando o construyendo el modelo matemático requerido para resolver la situación, (4) Trabajar matemáticamente: manipular símbolos, operar, calcular, construir, entre otras prácticas matemáticas requeridas, (5) Interpretar la respuesta obtenida a la luz del contexto dado originalmente, (6) Validar esas respuestas y (7) Exponer la o las respuestas obtenidas.

A partir de lo discutido en las secciones anteriores, proponemos ampliar la noción de "situación real", entendiendo también como reales los relatos ficticios.

Trigueros (2009) sostiene que en educación matemática hay varias maneras de entender la modelación, en una de ellas los estudiantes primero aprenden un contenido en una situación sin contexto y después se les propone un problema en un contexto "real" para que apliquen ese conocimiento. En la perspectiva que propone la EMR, "el contexto funciona como la fuente del proceso de aprendizaje" (p. 78). A medida que abordan la situación problema, los estudiantes van desarrollando las herramientas y conocimiento matemáticos necesarios para resolverla, lo que es llamado, en EMR, el paso del "modelo de" al "modelo para".

Adoptaremos esta última manera de entender la modelación, según la cual los estudiantes son partícipes activos de la construcción de conocimiento matemático, a partir de contextos genuinos, significativos para ellos y de una propuesta desafiante a resolver.

4. Actividad propuesta. Análisis y discusión de las respuestas de los estudiantes de profesorado

Se presentó la siguiente tarea a estudiantes de profesorado de matemática, en la asignatura Introducción a la Didáctica, del primer año de la carrera, a través de una plataforma Schoology, para realizar en duplas. Una vez resuelta, la tarea se debía entregar por escrito.

1. Realicen el visionado de un fragmento de la película Alicia en el país de las maravillas, accesible en: https://bit.ly/3FnyzIF

2. Alicia se achicó y la llave quedó sobre la mesa (minuto 1:50), ¡imposible alcanzarla! ¿Cuánto debería crecer Alicia para quedar de la altura de la mesa?

Presentamos las resoluciones de los estudiantes por duplas, ejemplificando con aquellas que consideramos ilustran la diversidad de procedimientos empleados. Es importante destacar que en forma previa no se abordó ningún tema matemático en particular. Es decir, los alumnos resolvieron la tarea con base en sus conocimientos previos, y en lo que pudieron elaborar trabajando en equipo y consultando los materiales que entendieron pertinentes.

Grupo 1

Extraen de Internet la altura de la actriz que interpreta a Alicia que es de 1,63 metros. Suponen que la mesa se agrandó, y por lo tanto mide más de 1,63 metros. Utilizan también las proporciones de Vitruvio, concretamente, que la altura total de la actriz es igual a la longitud de los dos brazos extendidos y que la cabeza mide un octavo de la altura. Muestran la siguiente imagen, correspondiente al minuto 2:34 del fragmento.

Figura 2. Minuto 2:34 del fragmento de *Alicia en el país de las maravillas*.

Con estos datos, calculan la medida de un brazo de Alicia menos su cabeza, que es lo que agregan a la altura para determinar la medida de la mesa. Así, concluyen que la mesa debe medir 2,25 metros. Luego recurren a la siguiente imagen:

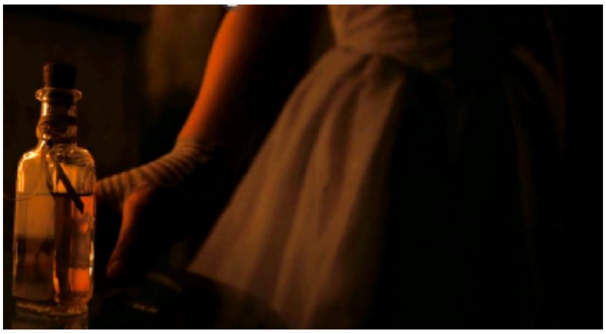


Figura 3. Minuto 1:32 del fragmento de *Alicia en el país de las maravillas*.

Los estudiantes establecen que, en ese momento, la mesa le llega a Alicia, en su estatura normal, a la altura de las rodillas. Consideran la relación del hombre de Vitruvio: “desde la planta del pie hasta debajo de la rodilla será la cuarta parte”. Calculan un cuarto de la altura de la actriz y utilizan una aproximación de ese resultado para la altura de la mesa. Con los resultados obtenidos, la altura de la mesa si esta hubiera crecido (2,25 m) y la altura de la mesa de acuerdo a la imagen anterior (0,50 m), determinan que el segundo número es el 22,2% del primero. De aquí deducen que Alicia decreció un 22% al tomar la poción. Entonces calculan el 22,2% de la diferencia entre un brazo extendido y la cabeza (mediante regla de tres) y concluyen que ese resultado (0,14 m) es lo que Alicia debe crecer para alcanzar la mesa, para el caso en que la mesa sea de 0,50 m de altura.

Podemos inferir que este grupo, en una primera instancia, analizó la situación presentada en el episodio, determinó los momentos del fragmento a tomar como referencia y buscó informaciones como la altura de la actriz, así como relaciones de proporcionalidad entre distintas partes del cuerpo. Esta etapa correspondería a la construcción del modelo, de acuerdo con las fases planteadas por Blum y Borromeo Ferri (2009). La segunda etapa, de simplificación y estructuración del modelo, consistió en determinar que la razón de decrecimiento de Alicia es igual a la razón de crecimiento de la mesa, tomando como referencia las dos imágenes consideradas, de Alicia pequeña y Alicia de altura normal. La matematización consistió en los cálculos de las alturas de la mesa en los dos momentos, la razón entre ellas y el uso de dicha razón para hallar la altura de Alicia pequeña y establecer luego cuánto debía crecer. Consideramos que este grupo no realizó la etapa de validación, pues se limitaron a dar la respuesta y no analizaron su confiabilidad.

Grupo 2

Comienzan considerando la imagen del minuto 2:34 del fragmento (figura 2). Establecen que la distancia que le falta crecer a Alicia para que su cabeza esté a la altura de la mesa es la medida de su antebrazo y su mano. Utilizan dos imágenes, una del Hombre de Vitruvio y otra de proporciones del cuerpo de una mujer (figura 4), a partir de las que afirman que la longitud del antebrazo más la mano es igual a la cuarta parte de la altura total.

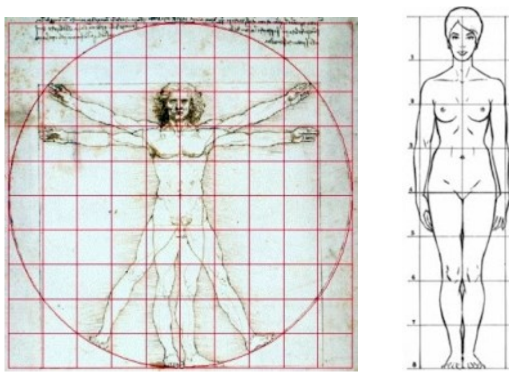


Figura 4. Hombre de Vitruvio y proporciones del cuerpo de una mujer.

De aquí deducen que Alicia debe crecer el 25% de la altura que tiene en ese momento.

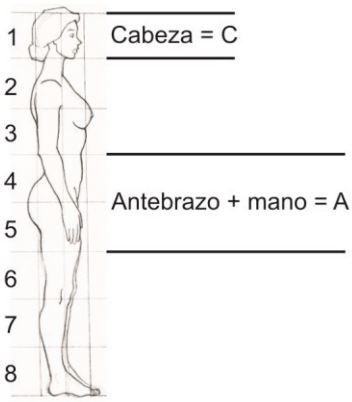
Sin embargo, luego agregan otros datos para refinar la solución. Toman en cuenta la altura de la actriz que representa a Alicia, extraída de Internet, la relación de la altura de Alicia, antes de achicarse, con la altura de la mesa (en el minuto 1:32) y las proporciones del cuerpo de una mujer según la figura 4. Deducen que la altura de la mesa es tres octavos de la altura de la actriz y con esa relación calculan la altura de la mesa (61 cm). Toman 61 cm como la suma de la altura de Alicia pequeña más un cuarto de dicha altura. De ahí deducen que Alicia debe crecer 13 cm para alcanzar la mesa.

Este grupo comienza abordando el problema solo a partir de la imagen del minuto 2:34 (figura 2) con Alicia pequeña y utilizan las proporciones del cuerpo humano para deducir qué porcentaje de su altura debe crecer Alicia. Luego, vuelven a considerar la situación con el objetivo de obtener resultados más exactos. Para esto toman como dato la altura real de la actriz y la razón entre la altura de Alicia normal y la mesa, lo que les permite calcular su altura. El modelo que construyen utiliza las proporciones del cuerpo humano, así como la igualdad de razones entre la altura de Alicia y de la mesa en las dos situaciones.

Al igual que el grupo 1, este grupo no realizó una validación de sus respuestas, aunque observamos un refinamiento en la solución, que puede interpretarse como una repetición de parte del ciclo (Blum y Borromeo Ferri, 2009).

Grupo 3

Los estudiantes de este grupo utilizan las mismas proporciones que los del grupo 2, aunque agregan que experimentaron con las medidas de sus cuerpos para comprobarlas. Presentan la siguiente imagen (figura 5).



A = longitud del antebrazo + mano estirada
H = altura de Alicia estado inicial
C = longitud de la cabeza

Entonces:
H = 8C
A = 2C
H = 4A

Figura 5. Proporciones en el cuerpo femenino.

El razonamiento de este grupo puede visualizarse en la siguiente figura, elaborada por los estudiantes.

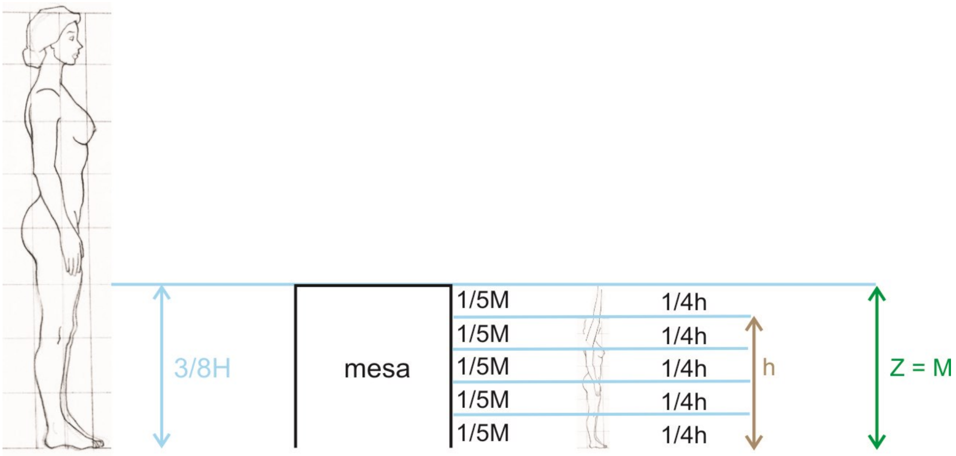


Figura 6. Elaboración del grupo 3.

Los estudiantes de este equipo, sin embargo, expresan algebraicamente las relaciones que muestra la figura y mediante sustituciones llegan a una ecuación que vincula la altura de Alicia pequeña y de tamaño normal. Utilizando la altura de la actriz que representa a Alicia, que extraen de Internet, concluyen que debe crecer 0,12 m para alcanzar la mesa, realizando sustituciones en las razones que establecieron.

En este grupo identificamos la búsqueda de información para resolver el problema, como las proporciones del cuerpo humano y la comprobación de que estas se verifican, utilizando las medidas de sus propios cuerpos. Esto nos invita a pensar en una validación experimental de la información que van a utilizar. Visualizamos esta etapa como de comprensión de la situación o construcción del modelo. La matemática que utilizan es la noción de proporcionalidad y establecen, también, relaciones algebraicas. No observamos que analicen la razonabilidad de la respuesta a la que arriban finalmente.

Grupo 4

Este equipo considera una medida promedio para la altura de la mesa (70 cm). Utilizan, también, las proporciones del Hombre de Vitruvio. Como asumen una medida para la altura de la mesa, para su modelo solo utilizan la proporcionalidad, que analizan en la siguiente imagen (figura 7).

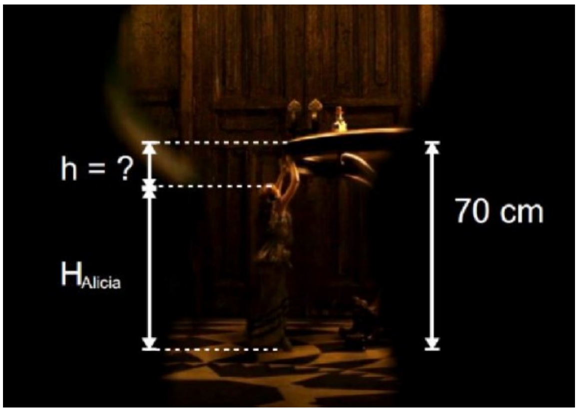


Figura 7. Elaboración del grupo 4 a partir de la imagen.

Plantean una ecuación que expresa la proporcionalidad que determinaron en la que la incógnita es la longitud de la cabeza y, a partir de hallarla, encuentran la altura de Alicia pequeña y cuánto debe crecer.

$$
\begin{array}{ll}
Cuerpo - Cabeza + Brazo = AlturaMesa & \\
8C - C + 3.5C = 70\ cm & \\
10.5 \times C = 70\ cm & \\
C = \dfrac{70\ cm}{10.5} = 6.7\ cm & Donde: \\
H_{Alicia} = 8C = 8 \times 6.7\ cm = 53.6\ cm & C: altura\ de\ la\ cabeza \\
h = 70\ cm - 53.6\ cm & H_{Alicia}: altura\ de\ Alicia \\
h = 16.4\ cm & h: altura\ que\ debe\ crecer\ Alicia
\end{array}
$$

Figura 8. Cálculo presentado por el grupo 4.

El modelo construido por este grupo, a diferencia de los anteriores, no incluye la igualdad de razones en dos momentos del video (cuando Alicia tiene altura normal y cuando se ha achicado), sino que se concentra en analizar las relaciones de proporcionalidad cuando Alicia tiene tamaño pequeño. Para que este modelo funcione, asumen una medida promedio para la altura de la mesa. En cuanto a la formulación matemática, utilizan una ecuación, a partir de expresar la altura de Alicia y la longitud que debe crecer, en función de la longitud desconocida de la cabeza. Podríamos decir que trabajan con una función afín. Al igual que los grupos anteriores, este equipo da la respuesta en el contexto "real", pero no realiza la fase de validación.

Grupo 5

Los estudiantes de este grupo también asumen una medida promedio para la altura de la mesa que surge de promediar 70 cm y 75 cm. Es decir, establecen que la mesa mide 72,5 cm. Analizan la imagen del minuto 2:34 (figura 2), sobre la que indican las proporciones que toman.

Figura 9. Elaboración del grupo 5 a partir de la imagen.

Deducen que Alicia debe crecer un cuarto de la altura de la mesa, por lo que dividen 72,5 entre 4 y responden que Alicia debe crecer 18,125 cm para alcanzar la mesa., Este grupo utiliza un modelo de proporcionalidad que determinan a partir de visualizar la imagen (es posible que hayan realizado mediciones sobre la imagen). Su trabajo matemático se reduce a efectuar una división. No realizan la fase de validación.

Grupo 6

Este grupo también asume una altura promedio para la mesa de, en este caso 75 cm. Presentan la siguiente imagen, en la que establecen relaciones entre las distintas alturas.

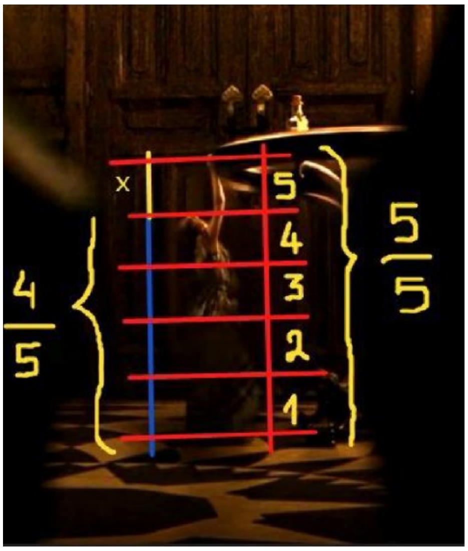


Figura 10. Elaboración del grupo 6 a partir de la imagen.

Concluyen que la altura de Alicia pequeña es cuatro quintos de la altura de la mesa.

Tomando como referencia la mesa, podemos apreciar que Alicia mide cuatro quintos en correspondencia a la misma, por lo que debería crecer un cuarto más.

Entonces:
5/5 = 4/5 + x ----> x = 1/5

Es decir, por ejemplo: si la mesa posee una altura de 75 cm (altura promedio de una mesa living-comedor), entonces:

75 = 60 + x
x = 75 - 60
x = 15

75 = 5/5 ----> 60 = 4/5

Figura 11. Elaboración del grupo 6.

Como se observa en la figura 11, se basan en la imagen para plantear una ecuación cuya incógnita es la longitud que debe crecer Alicia. Calculan cuatro quintos de la altura de la mesa y de esto deducen lo que Alicia debería crecer.

El modelo que construye este equipo es esencialmente el mismo que el anterior, solo que difiere en la razón establecida entre la altura de Alicia y la de la mesa. Tampoco validan su respuesta.

Grupo 7

Este equipo asume una altura promedio para la mesa de 72 cm. Observan la imagen del minuto 2:34, y deducen que a Alicia le falta crecer “poco menos que la medida del brazo”, que estiman en el doble de la longitud de la cabeza (proporciones del Hombre de Vitruvio). Plantean una ecuación cuya incógnita es la altura de Alicia:

$$x + 2\frac{x}{8} = 72$$

Resuelven la ecuación para determinar la altura de Alicia, y luego calculan dos octavos de ese número para determinar cuánto debe crecer Alicia, dando como respuesta 14,4 cm.

Este grupo recurre a la relación entre la longitud del cuerpo y la de la cabeza en un cuerpo humano, de acuerdo al Hombre de Vitruvio. Su modelo incluye como dato la altura de la mesa y la observación de la imagen para determinar lo que Alicia debe crecer, en términos del número de cabezas. Calculan la altura de Alicia pequeña y luego la cuarta parte de esta. No realizan la fase de validación de su respuesta.

Grupo 8

Este grupo basa su razonamiento en la siguiente imagen.

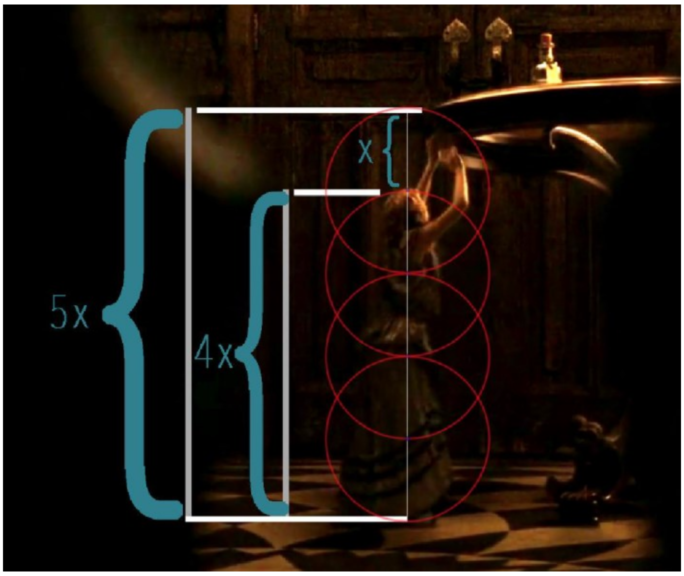


Figura 12. Elaboración del grupo 8 a partir de la imagen.

Llaman *x* a la altura que debe crecer Alicia. Determinan que este número es el radio de una circunferencia tangente a la mesa y cuyo centro es la altura actual de Alicia. Afirman que trasladaron esta medida al cuerpo de Alicia y concluyeron que era un cuarto de su altura total. Deducen que Alicia mide 4*x* y la mesa mide 5*x*.

Utilizan una regla de tres para calcular qué porcentaje de su altura debe crecer Alicia.

$$4.x - - - - y$$
$$5.x - - - - 100\%$$
$$y = 80\%.$$

Figura 13. Elaboración del grupo 8.

Responden que Alicia debe crecer 20% de su estatura cuando está pequeña.

Este grupo construye un modelo basado en proporciones que determinan geométricamente sobre la imagen. A partir del recurso de considerar las circunferencias, hallan la relación entre la altura de Alicia y la de la mesa. Su trabajo matemático consiste en considerar circunferencias tangentes exteriormente para determinar, por observación, la razón entre las alturas y efectuar una regla de tres para hallar qué porcentaje de la altura de la mesa es la de Alicia. Finalmente, realizan una resta para obtener la respuesta. En este caso, la respuesta no es una longitud sino un porcentaje de la altura de Alicia, que el grupo no conoce y tampoco determina. No realizan la fase de validación.

Grupo 9

Este equipo acompaña su razonamiento con la siguiente figura.

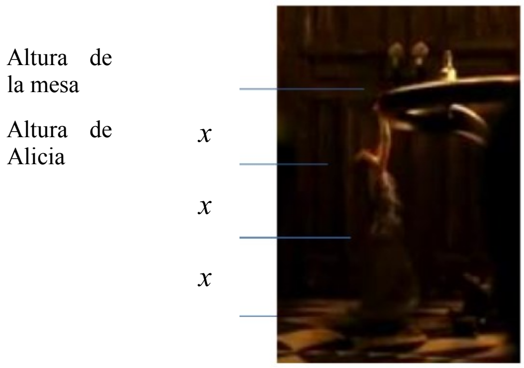


Figura 14. Elaboración del grupo 9 a partir de la imagen.

Comienzan diciendo "por nuestra perspectiva" Alicia debería crecer un medio de su altura o un tercio de la altura de la mesa, para alcanzarla. Llaman y a la medida de la mesa y z a la altura de Alicia, y realizan los siguientes planteos.

$$y - z = x$$
$$3x - 2x = x$$
$$y - 2x = x$$
$$y = 2x \text{ más } x$$
$$y = 3x$$
$$y/3 = x$$
$$z = 2x$$
$$z/2 = x$$

Figura 15. Elaboración del grupo 9.

No dan una repuesta numérica a la pregunta.

Este grupo parece basarse solo en la visualización de la imagen y la determinación aproximada de la longitud que debe crecer Alicia, en términos de una fracción de su altura o de una fracción de la altura de la mesa. No realizan trabajo matemático ya que las ecuaciones que plantean los conducen a la respuesta que dieron inicialmente. Consideramos que este equipo solo transitó las fases 1, 2 y 3 del ciclo de modelación.

5. Discusión

Observamos que siete grupos transitan las primeras cinco fases del ciclo de modelación (Bloom y Borromeo Ferri, 2009). Es decir, construyen un modelo, lo simplifican o estructuran, lo matematizan, realizan trabajo matemático e interpretan los resultados obtenidos. Dos equipos solo transitan las fases 1, 2 y 3 del ciclo de modelación. Ningún grupo realiza la validación de sus resultados en la situación, ni la exposición final de una respuesta validada como razonable.

Todos los equipos mencionan o utilizan relaciones de proporcionalidad. Sin embargo, podemos agruparlos, de acuerdo al modelo construido, en tres tipos:

Los que buscan datos (la altura de la actriz o la altura de una mesa promedio) y consideran modelos de proporcionalidad en el cuerpo humano. Algunos trabajos de este grupo plantean relaciones de proporcionalidad entre la altura de Alicia y de la mesa en dos momentos, otros solo cuando Alicia se ha achicado. Algunos realizan cálculos matemáticos en el contexto de las razones, otros plantean un modelo algebraico mediante ecuaciones o, implícitamente, una función afín. En particular, un grupo afirma que la mesa pudo haberse agrandado (grupos 1, 2, 3, 4 y 7).

Otros grupos consideran como dato la altura de una mesa promedio, pero estiman las relaciones de proporcionalidad sobre la imagen del minuto 2:34 del fragmento. Con respecto al trabajo matemático, aparecen modelos numéricos con razones y divisiones, y algunas ecuaciones. La mayoría de los grupos realiza construcciones sobre la imagen para determinar las razones buscadas (grupos 5 y 6).

Entre los grupos que no consideran ningún dato adicional, algunos no llegan a dar una respuesta numérica (grupo 9) y uno de ellos da una respuesta porcentual basada en construcciones geométricas (grupo 8).

Si consideramos los tipos de pensamiento planteados por Blum y Borromeo Ferri (2009), podemos decir que el primero de los tipos de trabajos observados presenta una forma de pensamiento más integrada, combinando formas analíticas y visuales en su razonamiento, en tanto los del segundo y tercer tipo presentan un pensamiento más visual, realizando mediciones y estimaciones sobre las imágenes consideradas.

Por último, señalamos que, si bien los estudiantes no realizan una validación al final de la respuesta, el hecho de recurrir a datos de la realidad, como por ejemplo la altura de la actriz o la altura promedio de una mesa similar a la que aparece en la escena, es una manera de ir cotejando, en el proceso, que lo que están hallando tiene coherencia. En un escenario de discusión en foro, tal vez posterior o en una clase presencial, la docente podría haber preguntado por la razonabilidad de las respuestas, lo que podría dar lugar al desarrollo de la fase 7 -exposición- del modelo de Blum y Borromeo Ferri (2009). Sin embargo, esto no fue solicitado en esta oportunidad y las duplas solo entregaron sus razonamientos por escrito. No obstante, observamos que no surge como necesidad de los estudiantes la validación, si no es requerida en forma explícita por el docente.

6. Conclusiones

Los procesos de modelación desarrollados por los estudiantes de primer año de profesorado dan cuenta del potencial que tiene la situación propuesta para hacer matemática. Una situación extremadamente sencilla en su formulación, planteada en el contexto de la escena de una película que presenta un universo fantástico y que no se corresponde, al menos, con el mundo en que vivimos. En este sentido, proponemos ampliar el punto de partida del modelo propuesto por Blum y Borromeo Ferri (2009) que hace referencia a “situación real y problema” (p. 46). Por realidad entienden “el 'resto del mundo' afuera de las matemáticas incluyendo la naturaleza, la sociedad, la vida cotidiana y otras disciplinas científicas” (Blum y Borromeo Ferri, 2009, p. 45). Sugerimos, entonces, modificar el punto de partida del modelo, ampliando la noción de realidad involucrada en “situación real y problema”. Entenderemos por realidad tanto a los relatos que hacemos sobre “la naturaleza, la sociedad, la vida cotidiana y otras disciplinas científicas”, así como también a los relatos ficcionales, como pueden ser los que provienen de contextos literarios, cinematográficos o artísticos, en general.

Iniciar el trabajo con la proporcionalidad en la formación de profesores a través de situaciones como la que presentamos en este trabajo tiene, a nuestra consideración, mayor potencial que hacerlo a través de abordajes formales que usualmente comienzan por la presentación de las definiciones y propiedades relevantes para pasar luego a la resolución de problemas. En la página web de José María Sorando (https://mathsmovies.wordpress.com/) pueden encontrarse varios ejemplos de películas clasificadas por contenidos matemáticos, entre ellos la proporcionalidad.

La experiencia reportada en este artículo resulta de particular interés para los formadores, para animarlos a instrumentar ambientes de aprendizaje que promuevan los procesos del hacer matemático. Esto permitirá que los futuros profesores enriquezcan su repertorio didáctico a través de la vivencia propia, marcando así una clara línea de trabajo en la que los futuros profesores se forman de manera similar a como luego se espera que trabajen en las aulas de enseñanza media.

Este trabajo pone en evidencia que no son solo los contextos de la “vida real” o los del día a día los que pueden resultar significativos a los estudiantes, y que un contexto de ficción puede resultar de inmenso potencial tanto para hacer matemática como para la formación didáctica de los futuros profesores.

Referencias bibliográficas

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en Educación Matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación, 43*, 85–101. Recuperado de: https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a04.pdf

Beswick, K. (2011). Putting context in context: an examination of the evidence for the benefits of ´contextualised´ tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education, 9*, 367-390. https://doi.org/10.1007/s10763-010-9270-z

Blum, W. y Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45–58. Recuperado de: https://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1620

Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, M. F. (2005). Los principios de la Educación Matemática Realista. En H. Alagia, A. Bressan y P. Sadovsky (Comps.), *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática* (pp. 69–98). Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Consejo de Educación Secundaria (CES) (2010). *Programa de Matemática Primer año, Ciclo Básico. Reformulación 2006. Ajustes 2010*. Uruguay: CES.

Foucault, M (1966). *Las palabras y las cosas*. Argentina: Siglo veintiuno ediciones.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht: Kluwer.

García-Carpintero, M. (2016). *Relatar lo ocurrido como invención: Una introducción a la filosofía de la ficción contemporánea*. Madrid: Editorial Cátedra.

Heidegger, M. (2005). Hölderlin y la esencia de la poesía. En *Aclaraciones a la poesía de Hölderlin* (pp. 37-53). Madrid: Alianza Editorial.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. USA: NCTM.

Ogawa, Y. y Fujiwara, M. (2017). *Introducción a la belleza de las matemáticas*. Madrid: Editorial Funambulista.

Sorando, J. M. (2015). *Aventuras matemáticas en el cine*. España: Guadalmazán.

Sorando, J. M. (22 de diciembre de 2021). *100 escenas de cine y tv para la clase de Matemáticas.* Directorio de 100 escenas de cine y tv para la clase de Matemáticas. https://matematicasentumundo.es/CINE/100escenas.htm

Spira, M. (2008). Contextualização ou insensatez? *Revista do Professor de Matemática*, *65*, 14.

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa, 9*(46), 75–87. Recuperado de: https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C. y Berrio, M. (2010). Sentido de realidad en la modelación matemática. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 23*, 1087–1096. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/905/1/alme23.pdf

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio, M., Osorio, J. y Ocampo, D. (2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2*(2), 159–180. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6170694

Autoras:

Cristina Ochoviet: Doctora en Matemática Educativa (CICATA, IPN, México). Se desempeña como profesora de Didáctica de la Matemática (CFE, Uruguay). Pertenece al Sistema Nacional de Investigadores (SNI, Uruguay). Su línea de investigación es la identidad y el conocimiento del profesor. cristinaochoviet@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9069-3469

Verónica Molfino: Doctora en Matemática Educativa (CICATA, IPN, México). Se desempeña como profesora de Matemática y Didáctica de Matemática en el profesorado de Matemática (CFE, Uruguay). Su línea de investigación principal es la identidad y formación de profesores de Matemática. Pertenece al Sistema Nacional de Investigadores (SNI, Uruguay). veromolfino@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6672-762X

Daniela Pagés: Doctora en Matemática Educativa (CICATA, IPN, México). Se desempeña como profesora de Didáctica de la Matemática (CFE, Uruguay). Pertenece al Sistema Nacional de Investigadores (SNI, Uruguay). danielapages@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2009-4940

Valeria Schaffel: Profesora de Matemática (Instituto de Profesores de Artigas, Uruguay), Licenciada en Filosofía (Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Udelar). Se desempeña como docente de Matemática en enseñanza secundaria y como docente de Matemática y Filosofía en ÁNIMA bachillerato tecnológico. valeriaschaffel@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4938-8504