

**Modelización para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Primaria: una experiencia de aula**  
**Modelagem para o desenvolvimento da competência matemática no Ensino Fundamental: uma experiência em sala de aula**

**Juana María Miñarro Fernández, Jesús Montejo-Gámez**

Fecha de recepción: 10/03/2022

Fecha de aceptación: 15/03/2023

<p><b>Resumen</b></p>	<p>Se presenta y discute una experiencia de aula diseñada para promover el aprendizaje de la modelización como vía para desarrollar la competencia matemática del alumnado de Educación Primaria. Partiendo de una pregunta abierta sobre la longitud de una valla de su colegio, 24 alumnos de 6º resolvieron un conjunto de subtarefas adecuadas a los principios de diseño de Actividades que Estimulan la Modelización. El análisis de la experiencia subrayó el carácter competencial de la misma, observándose que los niños fueron autónomos en la búsqueda de datos, la representación de la valla y en el empleo de unidades de medida pertinentes para dar respuesta a la pregunta de partida.  <b>Palabras clave:</b> Competencia matemática; modelización; educación primaria.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>This paper discusses a teaching experience designed to promote the learning of modelling as a way to develop the mathematical competence of Elementary School students. Starting from an open question about the length of a fence at their school, 24 sixth-grade students solved a set of subtasks based on the principles of design of Modeling Eliciting Activities. The analysis of the experience exposed its competence character. In particular, it was found that the children engaged autonomously in the search for data, the representation of the fence and the use of relevant units of measurement to answer the original question.  <b>Keywords:</b> Mathematical competence; modelling; elementary school.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>É discutida uma experiência de sala de aula concebida para promover a aprendizagem da modelação como meio de desenvolver a competência matemática dos alunos do Primário. Partindo de uma questão aberta sobre o comprimento de uma vedação na sua escola, 24 alunos do 6º ano resolveram várias subtarefas apropriadas aos princípios de concepção de Actividades que Estimulam a Modelação. A análise da experiência sublinhou a natureza baseada na competência da experiência, observando que as crianças eram autónomas na procura de dados, na representação da vedação e na utilização de unidades de medida relevantes para responder à pergunta inicial.  <b>Palavras-chave:</b> Competência matemática; modelação; ensino primário.</p>

## 1. Introducción

Durante las últimas décadas, las políticas educativas predominantes en el contexto español y europeo han ido orientándose hacia modelos basados en el desarrollo de competencias. Este planteamiento, que trata de “transferir, articular y combinar los aprendizajes sobre el saber, saber hacer y saber ser a la solución de situaciones funcionales complejas” (Álvarez et al., 2008, p. 20), se ha ido materializando en España a lo largo de diferentes reformas de la normativa curricular. Sin embargo, la baja continuidad de estas reformas y los resultados obtenidos por este país en pruebas diagnósticas de evaluación de competencias (pueden consultarse algunos ejemplos recientes en Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019) indican que el diseño y la implementación de prácticas de enseñanza por competencias sigue siendo hoy en día un desafío para el profesorado de los diferentes niveles educativos. El caso de las matemáticas en la Educación Primaria es especialmente significativo en este sentido, ya que la capacidad de aplicar conocimiento matemático a situaciones funcionales involucra ciertas habilidades transversales a los contenidos escolares usuales que pueden resultar complejas de trabajar con alumnado de edades tempranas. A este respecto, el esfuerzo hecho en los currículos más recientes por incluir un bloque de “procesos, métodos y actitudes matemáticas” no ha cristalizado de manera efectiva en prácticas de enseñanza consolidadas, quizá por la inercia adquirida de centrar el aprendizaje en los contenidos o por la insuficiente formación recibida por el profesorado al respecto (López et al., 2020). Así, la implementación de experiencias de aprendizaje matemático en Educación Primaria desde el punto de vista competencial es una actividad de enseñanza que dista mucho de estar generalizada. Por tanto, desarrollar este tipo de experiencias es una cuestión de interés para el profesorado en la que deben involucrarse los diferentes agentes educativos y los investigadores en educación matemática.

El diseño de la enseñanza de las matemáticas desde el punto de vista competencial debe comenzar respondiendo a la cuestión fundamental: ¿Qué se entiende por competencia matemática? Una de las respuestas más extendidas a esta pregunta es la desarrollada para el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés). El marco teórico PISA 2012 fundamenta su concepción competencial de las matemáticas a través de la noción de alfabetización matemática, que se define como “la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en distintos contextos” (OCDE, 2013, p. 25). Esta noción, de forma coherente a la idea de competencia descrita previamente, asume que el resultado observable del aprendizaje matemático es la resolución de problemas contextualizados y que este aprendizaje está vinculado con el desarrollo de diferentes capacidades matemáticas, transversales a los contenidos, del individuo. Concretamente, el marco PISA 2012 distingue siete capacidades: *comunicación*, que permite reconocer un problema, expresarlo adecuadamente y transmitir las soluciones encontradas; *matematización*, que implica asociar un problema matemático adecuado a un problema real dado; *representación*, que involucra la comprensión y uso competente de diferentes sistemas de representación de situaciones reales o ideas matemáticas; *razonamiento y argumentación*, que conlleva extraer conclusiones y elaborar justificaciones matemáticas; *diseño de estrategias para resolver problemas*, que capacita al individuo para utilizar heurísticos o establecer planes a la hora de abordar una situación problemática; *uso de lenguaje simbólico, formal y técnico y de operaciones*, que es fundamental para la aplicación

de las matemáticas a la resolución de problemas; y *uso de herramientas matemáticas*, que habilita para utilizar instrumentos matemáticos de medida, de dibujo o tecnología, entre otros. Atendiendo al marco PISA 2012, aquella persona que ha desarrollado de forma integrada estas siete capacidades está habilitada para aplicar matemáticas en contextos funcionales lo que, según este marco, involucra el desarrollo de tres procesos: formulación, que consiste en la actividad de identificar, estructurar y definir elementos matemáticos para abordar un problema; empleo, que involucra la ejecución de procedimientos, cálculos o algoritmos matemáticos; e interpretación/evaluación, que implica la valoración de la solución matemática dentro del contexto en el que se presentó el problema (Figura 1, parte superior). De esta manera, las evaluaciones PISA 2012 asumen que los alumnos matemáticamente competentes son aquellos que establecen conexiones de doble sentido entre una situación contextualizada y contenidos matemáticos adecuados a la misma, y aplican de forma eficaz su conocimiento de dichos contenidos para extraer conocimiento de la situación de partida. En otras palabras, son capaces de desarrollar un proceso cíclico conectando la situación real a un modelo matemático para extraer información sobre ella, pero también son capaces de modificar este modelo atendiendo a su validez, utilidad o a un análisis más profundo de la situación real que se modeliza.

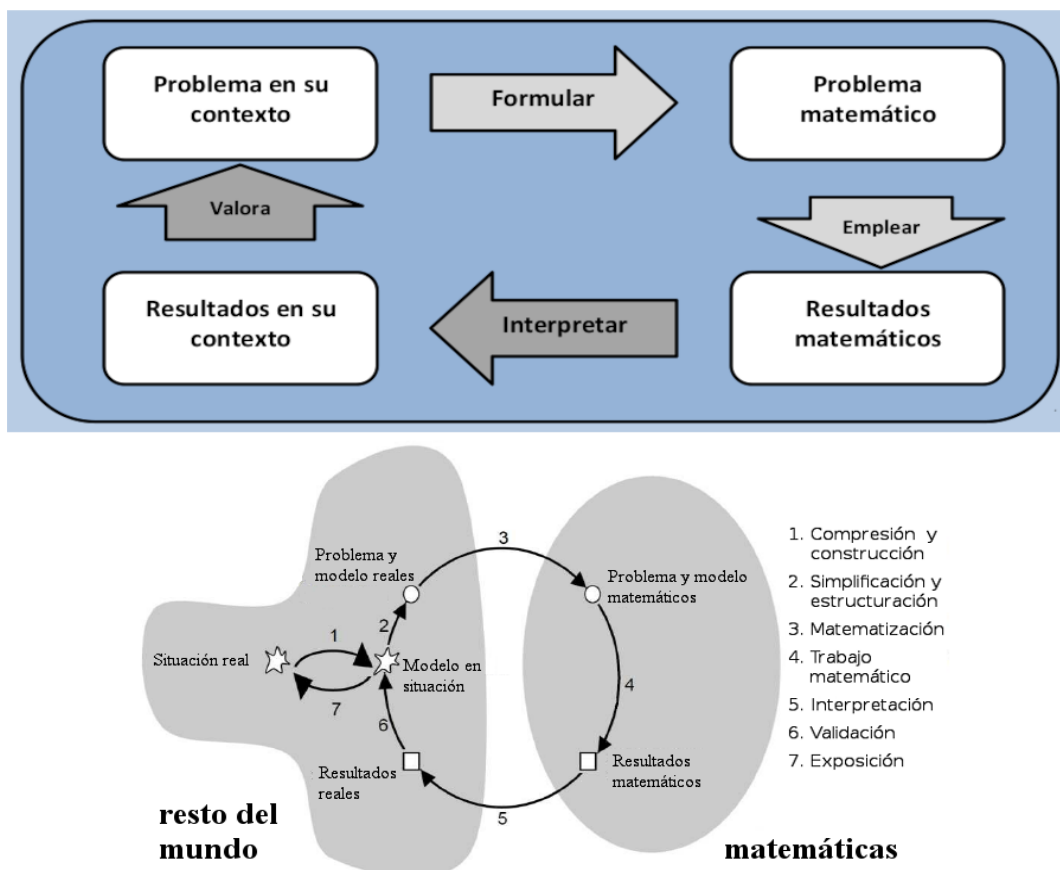


Figura 1. Analogía entre los procesos considerados en el marco PISA 2012 (parte superior) y las transiciones del ciclo de modelización (parte inferior). Fuente: Elaboración propia a partir de OCDE (2013) y Borromeo-Ferri (2006).

La organización de los procesos involucrados en la aplicación de las matemáticas a situaciones contextualizadas en términos de un “ciclo de modelización” que recoge el marco PISA 2012 no es novedosa. De hecho, existe una amplia

literatura en educación matemática enfocada a investigar y trabajar en el aula las actividades involucradas en este ciclo de modelización (p. e., Gallart et al., 2014; Maaß y Gurlitt, 2011), habiéndose desarrollado múltiples versiones del mismo (puede consultarse una discusión sobre algunas de ellas en Greefrath y Vorhölter, 2016). Una de las más extendidas fue propuesta por Blum y Leiß (2007), que Borrromeo-Ferri (2006) describió en términos de siete transiciones o actividades que dan cuenta de los procesos involucrados en la modelización: *Comprensión, Simplificación/Estructuración, Matematización, Trabajo matemático, Interpretación, Validación y Exposición* (Figura 1, parte inferior). Estas siete transiciones, que recogen las diferentes destrezas involucradas en la actividad de modelización matemática, son coherentes con los procesos que PISA 2012 atribuye a un individuo matemáticamente competente, e incluso son más exhaustivas, por lo que parece adecuado utilizar la modelización matemática como vía para promover las capacidades asociadas a la competencia matemática en la Educación Primaria. El presente artículo recoge esta idea para presentar el diseño, la implementación y la valoración de una experiencia de enseñanza basada en el estímulo de la modelización matemática. El objetivo del trabajo es el de analizar la pertinencia de la propuesta didáctica para desarrollar la competencia matemática en primaria.

El artículo se estructura de la siguiente manera: la próxima subsección discute algunas ventajas de la enseñanza de la modelización en Educación Primaria y ideas teóricas para llevarla al aula. A continuación, la sección de metodología explica el contexto y el planteamiento de la tarea de partida de la experiencia desarrollada, así como su implementación y el análisis curricular de la misma, que incluye la conexión con las ideas teóricas expuestas previamente. La sección de resultados y discusión proporciona la valoración de la experiencia, haciendo énfasis en el desempeño del alumnado, el carácter competencial de los aprendizajes promovidos y la autoevaluación reflexiva de la propuesta didáctica. Finalmente, la última sección extrae las conclusiones de la experiencia descrita.

### 1.1. Modelización en Educación Primaria. Ventajas e ideas para llevarla al aula

Son múltiples los trabajos en educación matemática que señalan la conexión entre el aprendizaje de la modelización y el desarrollo de capacidades propias de la competencia matemática como la representación y la resolución de problemas (Castro y Castro, 1997), o la matematización, ya que la modelización activa el compromiso del alumnado para aplicar el contenido matemático escolar (De Lange, 2003) y ver su utilidad en diferentes áreas de conocimiento (Årlebäck y Albarracín, 2019). Más aún, autores como Niss y Højgaard (2011) reconocen la modelización como una subcompetencia de la competencia matemática, lo que apoya la pertinencia de promover la actividad de modelización en todos los niveles educativos. En el caso de la Educación Primaria, sin embargo, el nivel de desarrollo cognitivo del alumnado podría considerarse un obstáculo para ello. Stohlmann y Albarracín (2016) señalaron que, al contrario, el trabajo de modelización en edades tempranas contribuye a sentar bases necesarias para un aprendizaje más sólido en edades posteriores. Otras ventajas de promover la modelización en el aula de primaria residen en que esta da oportunidades para que los niños sean más activos en su desarrollo matemático. En primer lugar, las tareas de modelización suelen estar basadas en contextos reales, lo que acerca las matemáticas a los intereses del alumnado de primaria. Biembengut (2007) subrayó que esta cercanía contribuye a dar significado a los contenidos matemáticos, lo que facilita la comprensión de los mismos y la motivación hacia ellos.

En segundo lugar, el carácter abierto de la actividad de modelización fomenta la autonomía para abordar problemas. En este sentido, Peter-Koop (2004) enfatizó que al abordar una tarea de modelización los niños ven la necesidad de buscar datos y discutir su valor para dar una respuesta útil a la pregunta abierta, frente a problemas matemáticos más cerrados en los que se asume que los datos dados por el enunciado son exactamente los que hacen falta para resolver el problema, por lo que su utilidad real corre mayor riesgo de ser obviada.

Una vez asumida la pertinencia de estimular la actividad de modelización en el aula de primaria, surge el interrogante sobre cuáles son las vías óptimas para lograrlo. En otras palabras, cabe preguntarse cuáles son las características que debe presentar una tarea que estimule la modelización. Existe debate entre diferentes autores sobre cuáles deben ser dichas características. En la literatura de habla hispana, Gallart et al., (2014) establecieron que las tareas de modelización deben tener tres características. En primer lugar, deben ser reales y así proporcionar datos que sean ciertos, importantes y de interés para los alumnos. En segundo lugar, deben ser abiertas y trabajarse de forma grupal, de manera que no permitan anticipar una solución y provoquen la reflexión del alumnado y sus interacciones para discutir las distintas formas de resolver la tarea. Y finalmente, en tercer lugar, deben comprender todas las transiciones del ciclo de modelización y promocionar el uso de conocimientos matemáticos y extra-matemáticos. En el contexto europeo, proyectos como DISUM (Blum y Leiß, 2007) o LEMA (Maaß y Gurlitt, 2011) defienden que las tareas de modelización han de ser reales y auténticas, de manera que resolverlas acerque al alumnado al contexto de la tarea. Del mismo modo, estos proyectos establecen que las tareas de modelización deben ser multidisciplinares, conectando así diferentes ámbitos de conocimiento, y deben promover la exploración de la situación de la que se parte, así como también la elaboración de hipótesis y la utilización de diversos enfoques para llegar a la construcción de un modelo que describa la realidad.

Una tercera aproximación didáctica proviene de la perspectiva norteamericana “modelos y modelización”. En este ámbito, Lesh et al. (2000) propusieron un conjunto de principios que deben cumplir aquellas Actividades que Estimulan la Modelización. Estos principios se pueden agrupar en torno a dos dimensiones: las características del enunciado de las tareas y las características de las soluciones esperadas que proporcionen los alumnos. En relación a las características del enunciado de las tareas, encontramos tres principios. (i) El principio de realidad establece que la tarea propuesta debe ser significativa para los alumnos, tanto desde el punto de vista de sus habilidades matemáticas como el de sus conocimientos extra-matemáticos. A su vez, (ii) el principio de prototipo efectivo exige que las actividades sean lo más sencillas posibles conservando su significatividad matemática. Por otra parte, (iii) el principio de autoevaluación propone que las actividades incluyan criterios que los estudiantes puedan identificar y utilizar para revisar el modelo utilizado. En relación a las características de las soluciones esperadas, (iv) el principio de construcción del modelo afirma que la solución de una actividad debe implicar la elaboración de una explicación o de un modelo explícito. (v) El principio de documentación constructiva establece que las tareas deben inducir al alumnado a crear documentos donde detallen sus reflexiones e ideas empleadas para alcanzar la solución proporcionada. Finalmente, (vi) el principio de compartición y reutilización constructiva defiende que los estudiantes deben producir soluciones compartibles y reutilizables. Estos seis

principios dan pautas para generar tareas de modelización significativas, que se han seguido en el diseño de la experiencia de aula desarrollada.

## 2. Método

### 2.1. Contexto y planteamiento de la experiencia

La experiencia se desarrolló en un aula de 24 alumnos de 6<sup>o</sup> de primaria del Colegio Concertado Padre Manjón de Granada en España. El alumnado pertenecía mayoritariamente a familias de nivel socioeconómico medio-bajo residentes en algunos casos en barrios con riesgo de exclusión social y alto nivel de desempleo. Este alumnado presentaba gran diversidad cognitiva, ya que integraba diferentes perfiles de desempeño. En particular, había un niño diagnosticado con un Trastorno de Espectro Autista que tenía asignada una adaptación curricular no significativa de las principales asignaturas y tenía dificultades para mantener interacciones sociales. También había otro estudiante que presentaba Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad, que no tenía adaptaciones curriculares, pero sí precisaba atención específica para que respetara la dinámica de las sesiones y completara sus tareas. Otros cuatro alumnos presentaban adaptaciones curriculares no significativas de las asignaturas troncales, debido al retraso curricular y bajo interés que mostraban. Con el resto del alumnado no se llevaba a cabo ninguna adaptación ni una metodología o empleo de recursos más allá de los habituales. Con respecto a la convivencia en el aula, se observaron los conflictos usuales entre alumnos de primaria, pero en general se trataba de un grupo con alto nivel de compañerismo, que solía ayudarse y colaborar en diferentes actividades del centro educativo. Este grupo clase estaba dirigido por una maestra titular con tres años de trayectoria docente en matemáticas de educación primaria, pero sin experiencia previa de enseñanza en modelización matemática. La maestra titular estaba apoyada por una maestra en prácticas con cinco meses de experiencia docente previa, que diseñó la propuesta didáctica con el apoyo de un investigador en educación matemática. La maestra titular supervisó el diseño y dio el visto bueno a su implementación.

En cuanto a la ubicación curricular de la experiencia, el alumnado había trabajado durante los meses previos a la experiencia los contenidos de números naturales, fracciones, y números decimales y sus operaciones. En este sentido, se constató al iniciar la experiencia que el alumnado recordaba cómo hacer sumas, restas y multiplicaciones con números decimales, aunque se observaron ciertos errores en la aplicación del algoritmo de la división con dos cifras decimales. Algunos alumnos, además, presentaban dificultades para ordenar los números decimales cuando aparecían ceros intercalados en la parte decimal, como por ejemplo 17.05 y 17.5, lo que conllevaba dificultades a la hora de representar las cantidades en la recta numérica. Respecto a la modelización matemática, el alumnado no había tenido ninguna experiencia educativa de este tipo.

En este contexto, la intencionalidad didáctica de la experiencia no se limitó a estimular la actividad de modelización del alumnado, sino también se buscó que esta surgiera en una situación de medida desvinculada del uso de fórmulas y de estimaciones basadas en proporcionalidad (como el doble, el triple, etc.) con el fin de que la experiencia fuese útil para iniciar el trabajo de medidas y reforzar los contenidos sobre números decimales ya trabajados. Con esta intencionalidad, se escogió una tarea basada en estimar la cantidad de pintura necesaria para pintar una valla de rejas (Figura 2, arriba) como cuestión de partida. El enunciado concreto de la tarea fue el

siguiente: “Queremos pintar la valla que rodea el busto del fundador. Sabiendo que con un bote de pintura podemos pintar tanta longitud de valla como mide la cuerda, ¿cuánta pintura necesitamos?” La valla de la que habla el enunciado estaba en el patio del colegio y los niños la habían visto muchas veces, por lo que la conocían a la perfección. El arco de la valla es curvado, pero no se ajusta a ninguna curva escolar (es más “aplanada” que un arco de circunferencia). Su longitud real es de 8.9 m y su altura no es necesaria para resolver el problema, por lo que no se midió específicamente.



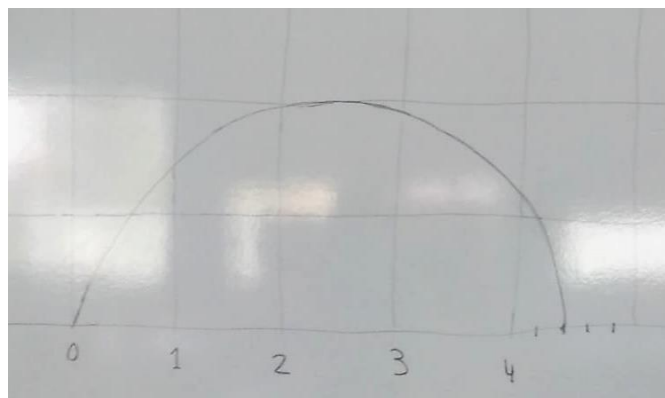
**Figura 2. Valla a la que se refiere la tarea de partida (arriba) y material proporcionado a los niños (abajo). En el bote de pintura se especifica que este contiene 125 ml.**

En cuanto a los recursos necesarios para desarrollar la experiencia, se llevó a las sesiones de trabajo el material que se muestra en la Figura 2 (abajo). Este material se dejó siempre a disposición de los estudiantes, que lo utilizaron según su propio criterio (se invitó a ello, pero sin hacer excesivo hincapié en su utilidad): (i) Un bote de pintura de 125 ml (este dato no se dio, pero figuraba en el propio bote); (ii) una cuerda de 2.13 m (esta longitud fue elegida buscando evitar al máximo estimaciones basadas en números naturales y promover el uso de números decimales. No se informó a los alumnos de este dato, aunque ellos podían medirlo); (iii) cinta métrica. Además, se proporcionó papel cuadriculado, también para el uso de los alumnos que lo consideraran oportuno. También se permitió usar material de dibujo (regla, escuadra, cartabón y compás), aunque no se invitó expresamente a utilizarlo. Los estudiantes no disponían de calculadora, ya que su uso no era habitual en clase de matemáticas.

Dado que la implementación de una actividad de estas características era novedosa para las maestras que la impartieron, que surgieron imprevistos ajenos a la experiencia durante su implementación y que se tuvo en cuenta la acogida que tuvo la tarea entre el alumnado, el diseño sufrió modificaciones que debieron integrarse en la experiencia conforme esta se desarrollaba. Se explica por ello su “historia”, que describe la propuesta de implementación inicial y cómo esta se modificó para dar lugar a las sesiones que finalmente se celebraron.

## 2.2. Breve “historia” del diseño

El diseño original se desarrolló bajo la premisa que el alumnado no tenía experiencia con la modelización matemática, por lo que se asumieron de entrada las siguientes hipótesis: (a) La comprensión de la tarea podría resultar conflictiva, especialmente en lo que se refiere a la relación pintura-longitud de valla que se establece implícitamente en el enunciado. (b) La petición de “estimación” de una cantidad iba a conducir a respuestas automáticas, sin razonamiento subyacente (justificaciones de tipo “lo he adivinado”). (c) Se esperaba poca iniciativa del alumnado para hacer representaciones pictóricas espontáneas y para aplicar contenidos matemáticos de forma autónoma. En particular, se esperaban bloqueos a la hora de abordar la tarea, acentuados por la ausencia de datos numéricos explícitos, que se supuso que iba a ser un obstáculo adicional, ya que rompía las expectativas de los alumnos sobre lo que es un problema matemático. Estas hipótesis llevaron a plantear el desarrollo de la tarea a través de la resolución de cuatro subtareas que, debido a la hipótesis c), se diseñaron para que los alumnos trabajaran en grupos pequeños.



**Figura 3. Representación pictórica de la valla que se había planeado dibujar en la pizarra para guiar la estructuración del problema en gran grupo.**

Las dos primeras subtareas fueron de Estimación o recogida de respuestas iniciales y de Cálculo matemático guiado a partir de una estructuración dirigida por la maestra para el gran grupo. Estas dos primeras subtareas, que se separaron específicamente debido a las hipótesis a) y b), debían desarrollarse en el aula, sin permitir a los estudiantes que bajaran al patio para medir la valla real. En cuanto a la expectativa puesta sobre la acción de los alumnos ante cada subtarea, no se esperaba de entrada actividad matemática relevante ante la subtarea de Estimación (hipótesis c). Esto llevó a planificar una estructuración del problema en gran grupo y guiada por la maestra, en la que se planeó proporcionar la representación pictórica que muestra en la Figura 3. También se diseñaron ciertas preguntas de estímulo en caso de que el bloqueo fuera generalizado entre los diferentes grupos. Concretamente, para el estímulo de la medición y la exploración del material dado se proyectó hacer preguntas de tipo: “¿Qué datos nos da el problema?”, “¿qué objetos nos pueden ofrecer datos de interés y cómo los obtenemos?” o “¿para qué nos sirven los datos sobre esos objetos y qué podemos hacer con ellos?” Asimismo, para activar el proceso de estimación de la longitud de la valla en cuerdas se planificó la estrategia de estimar el “diámetro” de la curva (segmento horizontal en la Figura 3) para después pasar a la propia curva. La tercera subtarea contemplada fue de Comprobación, en la que se bajaba al patio a medir directamente la valla para validar las soluciones encontradas. Para estimular esta subtarea se diseñaron preguntas de tipo “¿Cómo podéis saber si habéis acertado la cantidad de pintura necesaria?”, “¿es útil alguno



de estos objetos (cuerda, cinta métrica y bote de pintura) para poder saberlo?” y “¿qué hay que hacer con esos objetos?”. Finalmente, la cuarta subtarea planificada fue de Generalización, en la que los niños debían discutir y valorar sus diferentes estrategias y aplicar la mejor a otras vallas con diferentes geometrías. Para ello, se proyectó una puesta en común en gran grupo para que cada grupo pequeño explicara sus métodos, se discutiera cuál era el mejor, y cada grupo pequeño eligiera el “mejor” y lo aplicara a otras vallas de diferentes geometrías.

Teniendo en cuenta las hipótesis a), b) y c), estas cuatro subtareas se organizaron originariamente en tres sesiones. La primera sesión, que se desarrollaría dentro del aula, estaría dedicada exclusivamente a la comprensión del enunciado y a la subtarea de Estimación. La segunda sesión estaría dividida en dos subtareas: Cálculo matemático, en el aula y guiado por la maestra, y Comprobación, en la que los niños bajarían al patio a medir directamente la valla. Finalmente, la tercera sesión estaría dedicada a la subtarea de Generalización, de nuevo en el aula. Sin embargo, imprevistos surgidos en el centro llevaron a extender la primera sesión hasta los 90 minutos, en lugar de los 45 planificados, por lo que se tuvieron que realizar las subtareas de estimación y de cálculo matemático, pero de forma libre, ya que no se pudo proporcionar la guía planeada. Además, se observó que los estudiantes comprendieron bien el enunciado de la tarea y no se lanzaron a dar estimaciones “sin pensar”, sino que comenzaron a elaborar estrategias de forma fluida. En esta primera sesión también se observó que, sin una demanda específica, los niños no se preocuparon por escribir las soluciones obtenidas y se adquirió conciencia de la dificultad que podría suponer la sesión de Generalización si no se hacía hincapié en la búsqueda de una estrategia general. Esto llevó a planificar una segunda sesión, también de 90 minutos, donde se realizaría la subtarea de Cálculo matemático, ahora sí guiado y esta vez haciendo mayor hincapié en la búsqueda de “instrucciones” para resolver el problema, y a la de Comprobación. Finalmente, al terminar la segunda sesión se consideró que la actividad de modelización desarrollada había sido suficiente, y que para los niños era un obstáculo recordar lo que habían hecho el día anterior, por lo que la puesta en común y elección de estrategias podría resultar poco productiva. Este hecho, junto con el hartazgo que se comenzaba a notar en los niños sobre la tarea y otras circunstancias sobrevenidas y ajenas al diseño que surgieron, llevó a no trabajar la subtarea de Generalización y cerrar la implementación en dos sesiones, que son las que se describen a continuación.

### **2.3. Implementación, elementos curriculares y conexión con las actividades que estimulan la modelización**

Las dos sesiones de 90 minutos durante las que se implementó esta tarea se organizaron en dos subtareas por sesión. Se elaboraron cuatro fichas, una por subtarea, cuyo fin fue el de pautar los tiempos de las sesiones y recoger la producción de los niños (se recogen en el Anexo I). Estos trabajaron repartidos en seis grupos de cuatro alumnos, pero las puestas en común iniciales de cada sesión se celebraron en gran grupo. Las sesiones de trabajo estuvieron dirigidas por la maestra en prácticas, que planteó las tareas al alumnado, marcó los tiempos de la implementación y ejerció de moderadora en las discusiones en gran grupo. Esta maestra tuvo el apoyo de la maestra titular, dos compañeras y el investigador, que atendieron dudas y ayudaron a los niños a concentrarse en la tarea durante los periodos de trabajo en grupos pequeños.

1. Estimad cuánto pintura necesitaremos. Explicad cómo lo habéis estimado.

Datos  
 2'50 m lo multiplicamos por 3 y es 6'30 m. Necesitamos 375 ml de pintura. Lo multiplicamos por 3 porque es lo que mide la balla.

Figura 4. Respuesta de uno de los grupos a la subtarea de estimación desarrollada en la primera sesión.

La primera sesión tuvo las siguientes fases. Primero se leyó el enunciado en voz alta, en gran grupo. Tras la lectura, la maestra hizo la siguiente aclaración: “Hemos comprado este bote de pintura para pintar la valla que recubre el busto del fundador. Cuando se nos ha acabado la pintura hemos medido el trozo de valla que hemos pintado con este bote y la medida de la valla pintada es lo que mide esta cuerda”. A continuación, se proporcionaron a los niños los materiales: el bote de pintura, la cuerda y la cinta métrica para que los grupos examinaran y midieran lo que desearan, así como el papel cuadriculado. La maestra en ningún momento dio dato numérico alguno, ni cantidad de pintura ni longitud.

Breve descripción de hitos en la primera sesión		
- Presentación de la tarea, de la cuestión de partida y de los materiales (20 minutos) - Subtarea de Estimación (Ficha 1, 20 minutos) - Subtarea de Cálculo matemático libre (Ficha 2, 40 minutos) - Entrega y cierre de la sesión (5-10 minutos)		
Duración	Recursos	Lugar
90 minutos	- Valla real curvada de 8.9 m de longitud (Figura 2) - Cuerda de 2.13 m y bote de pintura de 125 ml - Cinta métrica/regla - Fichas 1 y 2 (Anexo I) - Papel cuadriculado y material de dibujo	Aula ordinaria
<b>Agrupación</b>	6 grupos de 4 alumnos.	
<b>Competencias clave</b>	CMCT, CCL, CAA, CSYC y SIEP	
<b>Objetivos</b>	O.MAT.1, O.MAT.2, O.MAT.4, O.MAT.5 y O.MAT.7	
<b>Contenidos (3º Ciclo)</b>	1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 2.1, 2.3, 2.6, 2.12, 2.22, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.19, 4.6 y 4.10	
<b>Indicadores</b>	MAT.3.1.1, MAT.3.1.2, MAT.3.4.1, MAT.3.5.3, MAT.3.7.1, MAT.3.7.2, MAT.3.8.1 y MAT.3.10.2	

Tabla 1. Elementos curriculares asociados a la primera sesión

Después se pidió a los alumnos que “estimaran” por grupos la cantidad de pintura necesaria, se dejaron 20 minutos para la primera subtarea, de Estimación, y se recogieron los resultados de estas primeras estimaciones en la Ficha 1 (véase el Anexo I), que se ejemplifican en la Figura 4. A continuación, se pidió a los grupos (sin darles pauta alguna) que “calcularan matemáticamente” la cantidad de pintura necesaria y que explicaran uno por uno los pasos seguidos. Por último, se dejó hasta el final de la sesión para la segunda subtarea, de Cálculo matemático libre, y se

recogieron los resultados de estos cálculos en la Ficha 2, lo que cerró la sesión. La Tabla 1 sintetiza la información dada sobre esta primera sesión y relaciona el diseño llevado a cabo con los objetivos, las competencias clave, los contenidos y los indicadores de desempeño recogidos en la normativa curricular, tal y como se describen en el currículo de la Comunidad de Andalucía (Consejería de Educación, Cultura y Deporte, Junta de Andalucía, 2015).

Por su parte, la segunda sesión transcurrió como se indica a continuación. Se repitió en voz alta la lectura del enunciado de la tarea, se hizo la misma aclaración que en la primera sesión y se comprobó en gran grupo que todos tenían claro lo que se buscaba. A continuación, se volvieron a dejar los materiales para el uso libre por parte de los grupos. Más adelante, se hizo una estructuración del problema en gran grupo y guiada por la maestra, tal y como se describe en la sección 3.1. Después se pidió a los alumnos que “calcularan matemáticamente” en grupos de 4 alumnos la cantidad de pintura necesaria y se dejaron 45 minutos para la tercera subtarea, de Cálculo matemático con instrucciones, en la que se hizo hincapié en que tenían que escribir expresamente un conjunto de instrucciones para resolver el problema. Se recogieron los cálculos y las instrucciones que los niños proporcionaron para esta subtarea en la Ficha 3 (Anexo I), que se ejemplifican en la Figura 5 (izquierda).

**Instrucciones (Mínimo 4 instrucciones)**

- 1 Primero partimos la valla en cuatro partes cada parte es lo que pinta el bote, es: 125 ml
- 2 multiplicamos 240 que es un parte de la valla x 4 porque son 4 partes de la valla. = 840
- 3  $840 \times 125 \text{ ml} = 500 \text{ ml}$  de pintura que necesitamos en total 4 botes.
- 4 la pared donde esta la valla mide la mitad de 840 es: 420 m

3. Bajad al campo y comprobad los resultados que habéis obtenido: ¿cuál era la mejor respuesta, la matemática o la estimada?

Necesitamos 4 botes y medio de pintura.  
Son 5 botes

Solución estimada: 2 botes de pintura	Solución hoy: 500 ml
Solución ayer: 250 ml	Solución real: 5 botes.
La mejor fue.... 5 botes    450 ml.    500 ml	

**Figura 5. Ejemplos de producciones de la segunda sesión: instrucciones desarrolladas para responder a la subtarea de Cálculo matemático con instrucciones (izquierda) y comparativa entre soluciones desarrollada en la subtarea de Comprobación (derecha).**

Finalmente, se bajó al patio, se pidió a los niños que “comprobaran” los resultados obtenidos y se dejaron 20 minutos para la cuarta subtarea, de Comprobación, en la que tuvieron que elegir la “mejor” respuesta de entre la “estimada” y la “calculada”. La sesión se cerró con esta elección, que se recogieron en la Ficha 4 y se ejemplifican en la Figura 5 (derecha). La Tabla 2 sintetiza la información de esta sesión, relacionando el diseño llevado a cabo con los objetivos, las competencias clave, los contenidos y los indicadores de desempeño recogidos en la normativa curricular, tal y como se describen en el currículo de la Comunidad de Andalucía (Consejería de Educación, Cultura y Deporte, Junta de Andalucía, 2015).

**Breve descripción de hitos en la segunda sesión**

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recordatorio de la tarea y de los materiales. Estructuración guiada en gran grupo (15 minutos)</li> <li>- Subtarea de Cálculo matemático con instrucciones (Ficha 3, 50 minutos)</li> <li>- Bajada al patio, subtarea de Comprobación (Ficha 4, 20 minutos)</li> <li>- Entrega y cierre de la sesión (5 minutos)</li> </ul>		
Duración	Recursos	Lugar
90 minutos	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Valla real curvada de 8.9 m de longitud (Figura 2)</li> <li>- Cuerda de 2.13 m y bote de pintura de 125 ml</li> <li>- Cinta métrica/regla</li> <li>- Fichas 3 y 4 (Anexo I)</li> <li>- Papel cuadriculado y material de dibujo</li> </ul>	Aula ordinaria y patio
<b>Agrupación</b>	6 grupos de 4 alumnos.	
<b>Competencias clave</b>	CMCT, CCL, CAA, CSYC y SIEP	
<b>Objetivos</b>	O.MAT.1, O.MAT.2, O.MAT.4, O.MAT.5 y O.MAT.7	
<b>Contenidos (3º Ciclo)</b>	1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 2.1, 2.3, 2.6, 2.13, 2.22, 3.3, 3.6, 3.12 y 4.10	
<b>Indicadores</b>	MAT.3.1.1, MAT.3.1.2, MAT.3.1.3, MAT.3.3.2, MAT.3.4.1, MAT.3.4.3, MAT.3.5.3, MAT.3.7.2, MAT.3.8.1 y MAT.3.10.2	

**Tabla 2.** Elementos curriculares asociados a la segunda sesión

El análisis curricular de la experiencia se completa discutiendo la relación entre la tarea planteada y los principios de diseño de Actividades que Estimulan la Modelización (Lesh et al., 2000) que inspiraron la propuesta y que se sintetizan en la Tabla 3. (i) El principio de realidad está claramente presente, dado que el contexto de la tarea propuesta se enmarca en el patio del centro educativo donde se desarrolló la experiencia, por lo que está totalmente adaptada a este alumnado específico. Además, los contenidos relevantes para resolverla (elección de unidad de medida, cambio entre unidades y operaciones con decimales) eran conocidos por los niños, e incluso los decimales habían sido trabajados recientemente en el aula. (ii) El principio de prototipo efectivo se persiguió evitando dar los datos para llevar al aula el bote de pintura, la cuerda y la cinta métrica al aula, lo que también contribuyó a que los alumnos exploraran por sí mismos la información útil para resolver la tarea. Por otra parte, (iii) el principio de autoevaluación está involucrado en la subtarea de Comprobación, orientada explícitamente a medir la valla real para validar las soluciones obtenidas. En relación a las características de las soluciones esperadas, (iv) el principio de construcción del modelo se buscó mediante la evocación de un objeto real que no estuvo al alcance de los niños hasta el final de la segunda sesión (la valla del colegio) y la ausencia de datos específicos, que llevaron a los alumnos a elaborar representaciones propias y razonamientos que condujeran a la solución de la tarea. (v) El principio de documentación constructiva se recogió en el empleo de las fichas, que permitieron hacer un seguimiento detallado de cada una de las subtareas planteadas y dar cuenta, con el mayor detalle posible, del trabajo de los niños. Finalmente, (vi) el principio de compartición y reutilización se ve reflejado en la inclusión de las subtareas de Cálculo matemático, en las que se pidió a los niños que explicaran en las fichas correspondientes todos los pasos seguidos en la resolución y proporcionaran instrucciones explícitas para replicar su método. En conclusión, se puede considerar que la experiencia desarrollada fue una Actividad que Estimuló la Modelización del alumnado según los principios analizados.

Principio	Elementos de la propuesta que lo recogen
De realidad	- Contexto de la tarea (patio del colegio) - Los niños conocen bien el contenido matemático involucrado
De prototipo efectivo	- Material (bote, cuerda y cinta métrica) en lugar de datos numéricos verbales o escritos
De autoevaluación	- Subtarea de Comprobación
De construcción del modelo	- Evocación de la valla y ausencia de datos (que estimularon representaciones y razonamientos propios)
De documentación constructiva	- Fichas para responder a las subtareas (Anexo I)
De compartición y reutilización	- Subtareas que se piden instrucciones explícitas para llegar a la solución

**Tabla 3.** Síntesis de la conexión entre la propuesta didáctica y los principios de diseño de Actividades que Estimulan la Modelización (Lesh et al., 2000)

### 3. Resultados y discusión

El análisis de la pertinencia de la propuesta didáctica para desarrollar la competencia matemática del alumnado de primaria se desarrolló en torno a la valoración de tres dimensiones: el desempeño de los niños en la actividad de modelización, el carácter competencial de los aprendizajes promovidos y la autoevaluación reflexiva de la experiencia llevada a cabo por la maestra que dirigió las sesiones.

#### 3.1. Valoración de la actividad de modelización del alumnado

La tarea planteada durante la experiencia supuso una actividad novedosa para los niños, lo que facilitó que estos la asumieran con actitud positiva. Además, el desarrollo de las diferentes subtareas dejó patente que algunas de las expectativas iniciales vertidas sobre el alumnado no eran acertadas, ya que los grupos no sufrieron bloqueos y fueron proactivos para buscar la información y diseñar estrategias propias que condujeran a una estimación de la cantidad de pintura necesaria para pintar la valla. Se especifican, a continuación, los detalles más relevantes en relación a las transiciones del ciclo de modelización.

Respecto a las transiciones de *Comprensión* y de *Simplificación y Estructuración* de la tarea, se constató que los niños asumieron sin conflicto la relación pintura-longitud del enunciado y, en general, comprendieron la pregunta que planteaba la tarea. Asimismo, se observó que la ausencia de datos numéricos explícitos no supuso obstáculo para que los grupos trabajaran. Al contrario, fue más bien un estímulo que les permitió desplazarse en el aula, manipular, medir, e interactuar para compartir sus dudas. Las preguntas de estímulo diseñadas para promover el “inicio” de la tarea fueron, por tanto, innecesarias. Del mismo modo, la estructuración guiada no fue de gran ayuda para el desarrollo de las ideas de los alumnos. Por una parte, y contrariamente a las expectativas fijadas *a priori*, cuatro de los seis grupos elaboraron espontáneamente una representación pictórica de la valla, aunque los niños no vieron utilidad al potencial del papel cuadriculado que se ofrecía. En este sentido, se observó que los grupos que más riqueza de representaciones utilizaron obtuvieron estimaciones más precisas de la cantidad de pintura realmente necesaria. Por otra parte, la introducción de esta estructuración guiada en la segunda sesión para la subtarea de Cálculo matemático con instrucciones resultó contraproducente. En efecto, en algunos casos la representación pictórica dada en la guía (Figura 3) condicionó el trabajo hecho por los grupos el día anterior y llevó a algunos a ignorarlo para centrarse en el dibujo hecho por la maestra. Esto llevó al uso artificial de la

semicircunferencia para representar la valla, en lugar de las curvas más realistas de los diseños originales, repercutiendo en estimaciones de la longitud de la valla mayores de las hechas previamente, pero sin la reflexión sobre las ventajas de usar la semicircunferencia.

Respecto a las transiciones de *Matematización* y de *Trabajo Matemático*, contrariamente a lo esperado los alumnos desarrollaron razonamientos matemáticos y manifestaron conocimientos sobre medida en todo momento, incluso ya en la subtarea de Estimación (no se observaron apenas estimaciones justificadas como “adivinations”). No obstante, estos conocimientos matemáticos manifestados tuvieron carácter muy informal. Por ejemplo, y como se ha señalado previamente, ningún grupo advirtió la posibilidad de emplear la circunferencia en la representación y se optó por representaciones más realistas. Además, solo tres de los grupos se preocuparon por elaborar representaciones a escala, lo que condicionó las propuestas de estimación hechas por los grupos. Por otra parte, se detectaron algunas dificultades relacionadas con el trabajo con unidades de medida. En este sentido, los niños optaron por trabajar con unidades de capacidad (en lugar de botes) para hablar de cantidades de pintura, aunque se vieron confusiones con el uso del decilitro y del centilitro. También se constataron errores en el cálculo de la pintura necesaria a partir de la longitud de la valla, puesto que algunos grupos asumieron que 1 bote de pintura pintaba 1 m de valla.

Finalmente, respecto a las transiciones de *Interpretación*, de *Validación* y de *Exposición* por escrito de razonamientos o conclusiones obtenidas, los alumnos evidenciaron en general poco interés espontáneo por plasmar sus ideas y mostraron tendencia a olvidarse de dejar por escrito la solución al problema planteado. Esta circunstancia, quizá debida al cansancio que se observó en los niños a causa de la duración de las sesiones, fue más acusado en la segunda jornada. Sin embargo, los niños sí se preocuparon por validar la solución: muchos manifestaron deseos de medir la valla durante las subtareas previas a la de Comprobación y vieron sentido al desarrollo de esta última subtarea para saber si lo habían hecho bien. El uso de la cuarta ficha, en la que había que sintetizar los resultados obtenidos y elegir el óptimo, contribuyó a que los alumnos reflexionaran en este sentido.

### 3. 2. **Carácter competencial de los aprendizajes promovidos**

Dado que el diseño se desarrolló con la finalidad de trabajar las matemáticas desde el punto de vista de las competencias, es pertinente relacionar la experiencia desarrollada con las competencias clave que establece el currículo español. En este sentido la Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología es naturalmente la que más se trabajó durante la experiencia. En primer lugar, se trata de una actividad que requiere la aplicación de las matemáticas a un contexto real, recorriendo los procesos básicos de formulación matemática del problema (para transformar la pregunta sobre la cantidad de pintura en una pregunta de medición), empleo de las matemáticas para resolverla (para elegir una unidad de longitud adecuada de medida que resuelva el problema, estimar la longitud de una curva en términos de esa unidad, transformar la longitud en una medida útil para cuantificar la pintura y resolver las operaciones con decimales involucradas en el proceso) e interpretación y evaluación de los resultados (para comprobar la estimación hecha frente a las medidas reales de la valla). En segundo lugar, la ejecución de estos tres procesos involucra el desarrollo de todas las capacidades fundamentales vinculadas a la competencia matemática (OCDE, 2013). Una de las más destacadas es la de

*comunicación* matemática, que los niños activaron para entender la tarea, especialmente el dato que relaciona la longitud de la valla con la pintura, para escribir los pasos y las instrucciones que daban cuenta del método empleado en la resolución y para discutir entre compañeros las ideas matemáticas que fueron surgiendo. En estas discusiones se activó la capacidad de *razonamiento y argumentación*, que va más allá de la pura comunicación y se empleó para decidir en el seno de los grupos de trabajo aquellos métodos, estimaciones o datos que debían utilizarse para estimar la pintura necesaria. Por su parte, las capacidades de *matematización* y de *representación* se activaron al elegir alguna curva conocida (semicircunferencia, por ejemplo) para describir la valla o hacer un dibujo de la misma con el fin de estimar su longitud. En el proceso de estimación los niños debieron emplear cierta estrategia, cuyo desarrollo involucra la capacidad de *diseño de estrategias para resolver problemas*. Además, el cambio eficaz entre medidas de longitud y de capacidad (o botes de pintura), así como la aplicación de los algoritmos de las operaciones con decimales implican el desarrollo de la capacidad de *uso de lenguaje simbólico, formal, técnico y operaciones*. Finalmente, la capacidad de *uso de herramientas matemáticas* intervino en la medición de la cuerda y de la valla real utilizando la cinta métrica o una regla y, eventualmente, en el uso de herramientas de dibujo como la escuadra o el compás.

Más allá de la competencia propia de la materia de matemáticas, se constató el potencial de la tarea trabajada para desarrollar otras cuatro de las competencias clave. Entre ellas se encuentra la Competencia en Comunicación Lingüística, que en esta tarea cobró especial relevancia debido al carácter grupal de la misma, lo que hizo necesario el intercambio de ideas y la adquisición de acuerdos entre los integrantes de cada grupo. Además, al igual que la comunicación matemática, esta competencia clave también fue relevante para escribir los pasos seguidos y las instrucciones asociados a las tareas, así como para intervenir en las puestas en común en gran grupo. Otra competencia clave involucrada en esta tarea y también atribuible a su carácter grupal es la Competencia Social y Cívica, que los niños desarrollaron cuando debieron tener en cuenta las opiniones de los compañeros y mantener el respeto hacia ellas, y a la hora de tomar decisiones consensuadas para llegar a una solución que convenciera a todos los integrantes del grupo. Una tercera competencia de relevancia en esta tarea fue Aprender a Aprender, ya que el carácter abierto de la pregunta inicial sembró la duda sobre qué datos eran necesarios para resolverla, y la identificación de los mismos obligó a establecer mecanismos de autorregulación de lo que sabían y de lo que necesitaban saber. Además, el hecho de que la tarea se presentara en contexto real obligó a los alumnos a la reflexión metacognitiva sobre los conocimientos matemáticos que les resultaban de utilidad en la misma, en un momento inicial, y sobre la conexión entre el resultado matemático obtenido (la longitud de una valla) con la pregunta inicial (la cantidad de pintura necesaria para pintarla). Esta reflexión fue también necesaria cuando los estudiantes debieron recuperar los pasos seguidos en la resolución de la tarea y escribir las instrucciones para informar a otros compañeros del método seguido. Finalmente, la cuarta competencia clave que está fuertemente relacionada con esta tarea es el Sentido de la Iniciativa y Espíritu Emprendedor, ya que el carácter abierto de la pregunta inicial y la ausencia de datos explícitos en su enunciado obligó a los niños a emplear de forma autónoma su conocimiento para recopilar información útil y desarrollar estrategias efectivas de estimación y de validación de los resultados.

### 3.3. Autoevaluación reflexiva sobre la experiencia

La autoevaluación de la maestra sobre las sesiones de trabajo se articuló en torno a un análisis reflexivo de Debilidades, Amenazas, Fortalezas y Oportunidades (Pickton y Wright, 1998). Se trata de una herramienta de evaluación de proyectos que da cuenta los elementos positivos y negativos de los mismos en relación al contexto donde se implementan. Este tipo de análisis, surgido en el ámbito empresarial pero que también se aplica para valorar la puesta en práctica de propuestas didácticas (p. e., Montejo-Gámez y Amador-Saelices, 2017), se articula en torno a la reflexión sobre los cuatro elementos mencionados, que se describen y especifican a continuación.

Las Debilidades son características negativas propias de la propuesta, que pueden causar que el profesorado decida no aplicarla. Durante el desarrollo de las dos sesiones, las principales debilidades encontradas fueron las siguientes. (i) Se llevaron al aula tan solo una cinta métrica, una cuerda y un bote de pintura. Esta falta de material dificultó que todos los grupos tuviesen la misma oportunidad de medir y explorar la información necesaria para resolver la tarea, lo que llevó a desaprovechamiento del tiempo en espera de los materiales. (ii) En un primer momento, las fichas no incluían recuadros para anotar las respuestas a la tarea, lo que generó que no todos los grupos pusiesen la solución en las fichas de la primera sesión. (iii) No se incluyeron cierres de sesiones para sintetizar las ideas principales, fomentar la sensación del alumnado de que habían estado resolviendo un problema matemático y contribuir a que los niños reforzaran su conciencia sobre lo que habían aprendido durante el tiempo de trabajo.

Las Amenazas son los elementos del contexto que pueden hacer fracasar la propuesta. En esta experiencia, las mayores amenazas detectadas se describen a continuación. (i) Las circunstancias en el centro obligaron a desarrollar sesiones de 90 minutos, que generaron cansancio y pérdida de concentración de los niños, especialmente al final de la segunda sesión. La decisión tomada de repetir la subtarea de Cálculo Matemático hizo algo repetitiva la tarea y, como se ha comentado previamente, condicionó parcialmente el enfoque de las soluciones, llevando a los grupos a cambiar la geometría de la valla. (ii) La gran heterogeneidad de conocimientos y actitudes exhibidas por los alumnos generó situaciones en las que solo uno o dos integrantes de algunos de los grupos estaban comprometidos con la resolución de la tarea.

Las Fortalezas son características positivas propias de la propuesta que pueden impulsar al docente a aplicarla. En esta experiencia, las más relevantes son las siguientes. (i) El diseño de la tarea resultó motivador para el alumnado. En primer lugar, la adaptación del contexto a su propio colegio fue una decisión acertada, ya que generó instantáneamente el interés de los niños. Además, la posibilidad de bajar al patio para comprobar su solución dio sentido a la validación de la solución de la tarea. En segundo lugar, proporcionarles la pintura, la cuerda y las cintas supuso un estímulo para que se lanzaran a explorar información útil y a desarrollar estrategias de estimación. (ii) El empleo de fichas fue útil para detener a los niños en reflexiones que habrían obviado en otro caso. En particular, la introducción de los recuadros pidiendo la solución facilitó que los niños no “perdieran” el objetivo de la tarea (encontrar la cantidad de pintura necesaria, y no la longitud), mientras que solicitar los pasos de resolución y las instrucciones condujo a una mayor reflexión sobre lo que habían hecho para dar respuesta a la pregunta planteada.



Las Oportunidades son los elementos del contexto que pueden hacer prosperar la propuesta. Las más importantes que el contexto brindó al desarrollo de la experiencia se describen a continuación. (i) El horario de implementación de la tarea fue favorable para la experiencia, ya que ocupó la primera hora de la mañana y en ese intervalo los niños no estaban aún cansados y mantenían las ganas de trabajar en la tarea. (ii) Las interacciones entre compañeros favorecieron el desarrollo de la actividad en momentos importantes. El primero de ellos fue al inicio de la tarea, en el que uno de los grupos cogió la cinta métrica de forma autónoma para medir diferentes objetos, y eso propició que otros grupos también lo hiciesen. También destacó un alumno que conocía muy bien la valla y contribuyó a dar detalles que mejoraron el ambiente en su grupo y la calidad de la solución dada. Finalmente, existió cierta interacción entre compañeros de grupos diferentes, que favoreció la fluidez del trabajo, ya que contribuyó a resolver dudas y a evitar así posibles bloqueos. (iii) La presencia de maestros de apoyo y del investigador hizo que los niños mostraran un interés adicional por dar un resultado acertado a la tarea, posiblemente por agradar o por la novedad.

De forma adicional al análisis de Debilidades, Amenazas, Fortalezas y Oportunidades, la maestra que dirigió la experiencia hizo hincapié en dos aspectos adicionales que deben ser señalados. En primer lugar, la actitud proactiva que mantuvieron los niños a lo largo de las dos sesiones. En este sentido, la docente transmitió sus dudas iniciales sobre cómo reaccionaría el alumnado ante una tarea abierta, dado que planteaba un modo de trabajo totalmente nuevo para ellos, pero también su satisfacción por ver cómo los grupos de trabajo supieron “romper el hielo” y comprometerse en la resolución de la misma. La maestra destacó asimismo el carácter rico de la tarea para razonar y argumentar matemáticamente y para comunicarse entre iguales, a pesar de que hubo mucha discrepancia entre miembros del mismo grupo. En segundo lugar, la docente valoró positivamente que los niños se levantaran para medir y compartir sus estimaciones. A pesar de que en un primer momento percibió que perdería el control del gran grupo, la maestra declaró que “cedió” y que posteriormente se alegró por ello.

#### 4. Conclusiones

Este trabajo presenta el diseño, la implementación y la evaluación de una experiencia en el aula de educación primaria basada en la modelización, con el objetivo de analizar su pertinencia para desarrollar la competencia matemática del alumnado. El transcurso de la experiencia permitió observar que, para resolver situaciones abiertas presentadas en contexto, los niños de educación primaria efectivamente activan capacidades matemáticas como el razonamiento o la representación, que van más allá de los contenidos escolares pero que se apoyan en ellos cuando es necesario. Estas observaciones, junto con el análisis curricular y la valoración de la experiencia descritas, apoyan la pertinencia del trabajo sobre tareas de modelización para promocionar un aprendizaje de las matemáticas desde el punto de vista de las competencias. De esta experiencia también se desprende la utilidad de los principios del diseño de Actividades que Estimulan la Modelización como apoyo para elaborar propuestas didácticas de estas características. En conclusión, creemos que la experiencia desarrollada contribuye a aportar al profesorado de la Educación Primaria prácticas de enseñanza por competencias vinculadas a las matemáticas y anima a seguir explorando el uso de la modelización con este fin.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al colegio Centro Docente Privado Padre Manjón y a su equipo directivo la cesión de los espacios y su consentimiento al desarrollo de la experiencia. También desean dar las gracias a Mari Paz (Pedagoga Terapéutica del centro) y a la maestra Mari Ángeles por colaborar, asesorar y ceder horas de clase para la implementación de la experiencia, y a los compañeros Sonia, Zuleima y Ramón por su ayuda y acompañamiento.

## Referencias bibliográficas

- Álvarez, S., Pérez, A., Suárez, M. L. (2008). *Hacia un enfoque de la educación en competencias*. Consejería de Educación y Ciencia, Principado de Asturias. <https://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/2576/01720082000075.pdf>
- Ärlebäck, J. B., Albarracín, L. (2019). The use and potential of Fermi problems in the STEM disciplines to support the development of twenty-first century competencies. *ZDM*, 51, 979-990. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01075-3>
- Biembengut, M. S. (2007). Modelling and applications in primary education. En W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn y M. Niss (Eds.), *ICMI Study 14: Modelling and applications in mathematics education 10* (pp. 451-456). Springer.
- Blum, W., Leiß, D. (2007). How do students' and teachers deal with modelling problems? En C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, y S. Khanet (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Horwood.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM*, 38(2), 86-95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Castro, E., Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Horsori.
- Consejería de Educación Cultura y Deporte. (2015). *Enseñanzas propias de la Comunidad Autónoma de Andalucía para la Educación Primaria*. <https://www.juntadeandalucia.es/educacion/descargas/recursos/curriculo-primaria/pdf/PDF/textocompleto.pdf>
- De Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. En B. L. Madison y L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy. Why numeracy matters for schools and colleges* (pp. 75-89). The National Council on Education and the Disciplines.
- Gallart, C., Ferrando, I., García-Raffi, L. M. (2014). Implementación de tareas de modelización abiertas en el aula de secundaria, análisis previo. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 327-336). SEIEM.
- Greefrath G., Vorhölter K. (2016). *Teaching and Learning Mathematical Modelling: Approaches and Developments from German Speaking Countries*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9>
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., Post, T. (2000). Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-646). Lawrence Erlbaum Associates.
- López, M., Albarracín, L., Ferrando, I., Montejo-Gámez, J., Ramos, P., Serradó, A., Thibaut, E. y Mallavibarrena, R. (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el Bachillerato. En D. Martín de Diego, T. Chacón, G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coords.), *Libro Blanco de las Matemáticas* (pp. 1-94). Editorial Centro de Estudios Ramón Areces.

<https://www.fundacionareces.es/recursos/doc/portal/2020/10/14/libro-blanco-de-las-matematicas.pdf>

- Maaß, K., Gurlitt, J. (2011). LEMA – Professional Development of Teachers in Relation to Mathematical Modelling. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri y G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 629–639). Springer.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (2019). *PISA 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español*. <https://www.educacionyfp.gob.es/inee/evaluaciones-internacionales/pisa/pisa-2018.html>
- Montejo-Gámez, J., Amador-Saelices, V. (2017), ¿Cuánto cuesta emprender?: Un proyecto para aprender matemáticas desde un enfoque por competencias. En *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Libro de actas* (pp. 500-508). FESPM.
- Niss, M., Højgaard, T. (Eds.) (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. IMFUFA/NSM, Roskilde University.
- OCDE (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012 Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. [https://archivos.agenciaeducacion.cl/Marcos\\_pruebas\\_evaluacion\\_PISA\\_2012.pdf](https://archivos.agenciaeducacion.cl/Marcos_pruebas_evaluacion_PISA_2012.pdf)
- Peter-Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' Interactive modelling processes. En I. Putt, R. Faragher y M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010. Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA)*, 27 (pp. 454-461). MERGA.
- Pickton, D. W., Wright, S. (1998). What's swot in strategic analysis? *Strategic change*, 7(2), 101-109. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1697\(199803/04\)7:2<101::AID-JSC332>3.0.CO;2-6](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1697(199803/04)7:2<101::AID-JSC332>3.0.CO;2-6)
- Stohlmann, M., Albarracín, L. (2016). What is known about elementary grades mathematical modelling? *Education Research International*, 8(5), 1-9. <https://doi.org/10.1155/2016/5240683>

## Anexo I: Tareas en las fichas elaboradas

En todas las fichas se partía de la pregunta abierta de partida:

*Queremos pintar la valla que rodea el busto del fundador. Sabiendo que con un bote de pintura podemos pintar tanta longitud de valla como mide la cuerda, **¿cuánta pintura necesitamos?***

A partir de esa pregunta, las tareas fijadas en las diferentes fichas eran las siguientes:

### Ficha 1 (subtarea de Estimación)

*Estimad cuánta pintura necesitaremos. Explicad cómo lo habéis estimado.*

### Ficha 2 (subtarea de Cálculo matemático libre)

*Calculad matemáticamente cuánta pintura necesitaremos. Explicad paso a paso cómo lo habéis calculado.*

*Pasos:*

### Ficha 3 (subtarea de Cálculo matemático con instrucciones)

*Calculad matemáticamente cuánta pintura necesitaremos. Dad instrucciones para que otros compañeros puedan repetir vuestra solución.*

*Instrucciones (mínimo 4):*

### Ficha 4 (subtarea de Comprobación)

*Bajad al campo y comprobad los resultados que habéis obtenido: ¿cuál era la mejor respuesta, la matemática o la estimada?*

*Solución estimada:*

*Solución hoy:*

*Solución ayer:*

*Solución real:*

*La mejor fue...*

**Miñarro Fernández, Juana María:** Graduada en Educación Primaria por la Universidad de Granada (España) con mención en Educación Especial y Máster Universitario en “Inclusión-Exclusión Social y Educativa: Políticas, Programas y Prácticas” por la Universidad de Murcia. Correo electrónico: [jmmf9493@gmail.com](mailto:jmmf9493@gmail.com), ORCID: 0000-0002-9083-3887.

**Montejo-Gámez, Jesús:** Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada (España), Departamento de Didáctica de la matemática. Licenciado en Matemáticas y Doctor por la Universidad de Granada. Correo electrónico: [jmontejo@ugr.es](mailto:jmontejo@ugr.es), ORCID: 0000-0001-9461-6348.