

Reflexión sobre la práctica de profesores de matemáticas en un curso de formación continua¹

Elisabeth Ramos-Rodríguez, Pablo Flores Martínez

Fecha de recepción: 25/02/2014

Fecha de aceptación: 02/04/2016

Resumen	<p>Este trabajo describe el proceso reflexivo de dos profesoras de matemáticas participantes en un curso de formación en Chile. Seleccionamos un modelo de reflexión (Korthagen,2010) y niveles de reflexión (Smith y Hatton, 1993), para analizar las producciones escritas de las profesoras, quienes se plantearon un problema sobre la enseñanza del álgebra. Identificamos en el curso dos ciclos de reflexión, el primero sobre el problema de enseñanza y el segundo sobre el diseño e implementación de una clase para afrontar dicho problema. En ambos ciclos evidenciamos elementos en evolución y nivel de reflexión de las profesoras.</p> <p>Palabras clave: Formación de profesores, álgebra, reflexión</p>
Abstract	<p>This paper describes the reflective process two math teachers participating in a training course in Chile. We selected a model of reflection (Korthagen, 1985) and levels of reflection (Smith and Hatton, 1993), to analyze the written productions of the teachers, who raised an issue on the teaching of algebra. Identified during two cycles of reflection, the first on the problem of education and the second on the design and implementation of a class to deal with the problem. In both cycles and evolving elements we show reflection level of the teachers.</p> <p>Keywords: Teacher training, algebra, reflection</p>
Resumo	<p>Este artigo descreve o processo reflexivo de dois professores de matemática participantes de um curso de formação no Chile. Escolhemos um modelo de reflexão (Korthagen, 1985) e os níveis de reflexão (Hatton e Smith, 1993) para analisar as produções escritas dos professores, sobre um problema proposto no ensino de álgebra. Identificamos durante dois ciclos de reflexão, o primeiro sobre a questão do ensino e o segundo sobre a concepção e implementação de uma classe para resolver este problema. Em ambos os ciclos mostramos elementos em evolução e o nível de reflexão dos professores.</p> <p>Palavras-chave: Formação de professores, a álgebra, reflexão</p>

1. Introducción

En el campo de la investigación sobre formación de profesores es frecuente la alusión a la reflexión, especialmente en estudios sobre desarrollo profesional. Ponte

¹ Trabajo financiado por una Beca del gobierno de Chile a través de la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica, CONICYT y una Beca de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Además, forma parte del proyecto de investigación EDU2012-33030, Procesos de aprendizaje del profesor de matemáticas en formación, de la Dirección General de Investigación Científica y Técnica del Ministerio de Comercio e Innovación de España.

(2005), describe varios trabajos que examinan la reflexión del profesor sobre su práctica cuando tratan de articular la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo profesional. En el Handbook Internacional de Educación de Profesores del año 2008, Schöenfeld y Kilpatrick (2008) presentan y desarrollan un conjunto de competencias del profesor para la enseñanza de las matemáticas, entre las que incluyen la reflexión sistemática.

Este componente es también parte de las recomendaciones que Empson y Jacobs (2008) proponen para la formación de profesores. Llegando a convertirse la reflexión en un elemento importante dentro de los programas de formación inicial y continua (Cotic, 2008; Korthagen, Kessels, Koster, Lagerwerf y Wubbels, 2001; Mewborn, 1999; Ross, 1989; Stein y Smith, 1998). En particular, Korthagen (1985) expresa que promover la reflexión es un objetivo relevante de la formación para impulsar el desarrollo profesional.

El interés por la reflexión docente se ubica en la línea de investigación sobre el desarrollo profesional del profesor (Jaworski, 1993), fijando la atención en la naturaleza cambiante del papel profesional y en la importancia de que el docente vaya ganando autonomía y capacidad de juicio sobre su tarea (Alsina, Busquets, Esteve y Torra, 2006; Contreras, 1997). Por su parte, se espera que los programas de formación de profesores la consideren, ya que si se limitan a proponer procesos basados en transmitir conocimiento disciplinario o teorías didácticas (Pozo et al., 2010) con las que el profesor no se identifica, se desligarán de la intención de colaborar a desarrollar la identidad profesional del profesor, a menos que provoque vitalmente algunos de sus componente básicos (teorías, creencias, perspectivas) o que puedan ser incorporadas como instrumentos de análisis de los problemas prácticos (Pérez y Gimeno, 1988). Estas relaciones entre el conocimiento y la práctica son sin duda una de las asignaturas pendientes tanto para la investigación como para la intervención educativa.

Con estas premisas, llevamos a cabo un curso de formación permanente para profesores de matemáticas, en el que se ha dado un papel importante a la reflexión. Este artículo muestra un estudio (Ramos, 2010) en donde se describe cómo reflexionan (y con qué nivel) docentes de matemáticas que realizaron este curso. En este estudio, se considera tres objetivos específicos:

- articular el curso mediante las etapas del ciclo reflexivo,
- describir el proceso de reflexión realizado, y,
- caracterizar el nivel de reflexión de los docentes en cada etapa del ciclo y su evolución durante el curso.

Continuaremos indicando el marco teórico y los antecedentes relacionados con el tema; posteriormente describiendo la metodología de investigación, los resultados, las conclusiones y las proyecciones que surgen a la luz del análisis realizado.

2. Marco de referencia y antecedentes

Estudiar los procesos ligados a la formación de profesores es una línea de investigación ampliamente desarrollada dentro de la didáctica de las matemáticas (Jaworski, 1993; Ponte, 2005). Dentro de los trabajos que atienden al desarrollo profesional, una línea importante se ocupa de estudiar la reflexión del docente como un proceso que le ayuda a fundamentar su autonomía (Contreras, 1997; Shönfeld y Kilpatrick, 2008), a la vez que les permite relacionar su actuación fuera de clases con su desempeño profesional en el aula (Schön, 1983). El desarrollo profesional expresa los cambios y afianzamientos que el profesor atraviesa, asumiendo el papel de protagonista de un proceso que se inicia en la formación inicial y que evoluciona a lo largo de su vida, tomando en cuenta los sucesos personales y los procesos formativos como factores que influyen en su desarrollo (Ponte y Chapman, 2008).

Inmerso en su desarrollo profesional, el profesor va alterando su visión de la responsabilidad profesional, lo que le lleva a adquirir protagonismo en su formación, empleando los problemas que detecta en su práctica como procesos que le exigen autoformación para darle fundamentación y afianzamiento. Para llevar a cabo con autonomía este proceso se requieren procesos de reflexión. La reflexión es una cualidad que contribuye al desarrollo profesional, por lo que se le presta atención en el ámbito docente desde hace varias décadas. Se considera que el término reflexión en educación se inspira en las ideas de John Dewey (1910), quien alude al pensamiento reflexivo, basándose en autores como Platón, Aristóteles, Confucio, Lao Tzu, Salomón y Buda. Sus ideas tienen gran repercusión en el ámbito educativo, de tal forma que la concepción de profesor reflexivo une la concepción humanística presentada por Dewey, con la epistemología en la práctica, que aporta Donald Schön (1983).

Schön (1983) destaca que la reflexión está íntimamente ligada a la acción del profesional práctico, quien pone en juego una práctica reflexiva para afrontar responsablemente sus problemas. Distingue así la práctica reflexiva de la racionalidad técnica, pues considera que la fundamentación de la actividad profesional no se reduce a usar conocimientos teóricos para resolver los problemas prácticos, sino que la actividad profesional se funda en un conocimiento práctico que se activa durante y a partir de la acción. Con ello señala la diferencia entre el conocimiento teórico y el práctico, y destaca en este la importancia de la reflexión durante la acción y sobre la acción como procesos necesarios en la mejora del desempeño práctico.

En educación matemática este interés aparece en estudios sobre desarrollo profesional (Alsina et al., 2006; Jaworski, 1993). Carrillo y Muñoz-Catalán (2011), estudian la reflexión de profesores en proyectos colaborativos. Trabajos sobre reflexión de docentes de matemáticas son presentados en los PME (Ubuz, 2011, entre otros), y en revistas y publicaciones especializadas, que muestran la reflexión dentro de cursos formativos (Korthagen et al., 2001; Mewborn, 1999; Olfos, Soto y Silva, 2007; Stein, Smith, Henningsen y Silver, 2000).

Diversos autores han elaborado modelos para abordar la reflexión de manera sistemática. Observan que la reflexión se produce en procesos cíclicos (Jaworski, 1993; Smyth, 1989); exige momentos de distanciamiento de la práctica (Schön,

1983, reflexión sobre la práctica o sobre “la reflexión en la práctica”) y requiere confrontar con aportaciones externas, para ampliar marcos de referencia. Todas estas cualidades constituyen nuestra idea de profesor reflexivo (Flores, 2007).

En el campo de la educación matemática el modelo de reflexión ALACT² de Korthagen (Korthagen et al., 2001; Korthagen, 2010), define un proceso cíclico en el que se pueden distinguir cinco etapas o fases. Este proceso cíclico se esquematiza a través del modelo que se ilustra en la figura 1.

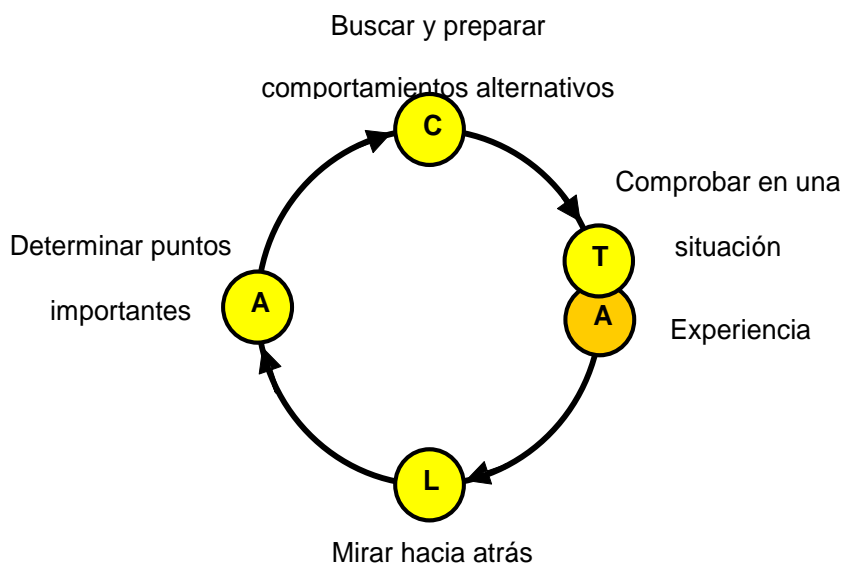


Figura 1. Modelo de reflexión ALACT (Korthagen et al., 2001)

La fase inicial (acción o experiencia), se conforma de una situación que da origen a la reflexión, definiéndose en ella la “problemática”³ que la promueve. La segunda fase (mirar hacia atrás), consiste en esbozar una “imagen” de lo que fue la situación real. Determinar puntos importantes, corresponde a la tercera fase, en donde se toma conciencia de los aspectos fundamentales que dieron lugar a las respuestas de la fase anterior. Aquí pueden intervenir agentes externos (Flores, 2007) (en forma de lecturas de documentos, o consulta a expertos) que ayudan al profesor a examinar las teorías que subyacen al problema. En la fase cuarta, el profesor busca estrategias o soluciones para abordar posteriormente la(s) problemática(s), y aplicarlas en un nuevo evento escolar, aprovechando el descubrimiento de la etapa anterior. En la etapa final el profesor está en condiciones de estudiar una nueva situación contando con la experiencia y conocimiento práctico derivado de la reflexión realizada en el ciclo anterior, empezando un ciclo nuevo de reflexión, pero desde las apreciaciones anteriores (Esteve, Melief, Alsina, 2010).

La profundización que comporta la reflexión puede realizarse en diferentes niveles, según la amplitud de los problemas abordados y del grado de fundamentación de los mismos. Van Manen (1995) identifica niveles de reflexión

² La sigla ALACT abrevia a: Action, Looking back on the action, Awareness of essential aspects, Creating alternative methods of action y Trial.

³ A modo de no confundir, en adelante llamaremos “problemática” al problema que el grupo detecta de su práctica, durante el ciclo de reflexión.

según la lógica con la que se plantean y resuelven los problemas, señalando tres grados: técnica, didáctica y crítica. A efectos de este trabajo, empleamos el marco de análisis de niveles de complejidad que proponen Smith y Hatton (1993), que se identifican a través de los escritos de los profesores, destacando cuatro tipos de escritura que dan una idea de niveles de reflexión. El escrito descriptivo se limita a describir acontecimientos. El de reflexión descriptiva muestra una mirada retrospectiva de la práctica y puede plantear opciones para la acción. En el de reflexión dialógica se produce un diálogo con uno mismo, al explorar posibles razones, añadiendo intentos de justificación, tratando de reconocer en aportes externos puntos de vista alternativos. El escrito de reflexión crítica, muestra conciencia de acciones y eventos, explica y justifica con referencia a múltiples perspectivas y contextos históricos, sociales y/o políticos.

En la literatura de investigación hemos encontrado trabajos similares que se centran en la reflexión en procesos de formación de profesores de matemáticas. Nos hemos centrado especialmente en los que afrontan la enseñanza del álgebra, dado que las profesoras objeto de nuestro estudio plantearon un problema profesional centrado en este contenido de las matemáticas escolares.

En relación a trabajos que estudian la reflexión de docentes, Petropoulou, Potari y Zachariades (2011) en la 35ª Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, centran su atención en las decisiones de enseñanza del profesor, sus acciones y reflexiones, y sobre la forma en que se relacionan con sus investigaciones y experiencias docentes. En la misma conferencia, Rowland, Thwaites y Pared (2011), abordan la relación teoría y práctica y, presentan y analizan ejemplos de la reflexión en la acción de algunos episodios de clases de docentes de matemáticas, en un momento de contingencia (es decir, un momento que exige al docente tomar decisiones en el aula), basándose en la noción de Schön de práctica reflexiva y de reflexión en la acción. Por otro lado, Turner (2011), sugiere que la reflexión centrada en la enseñanza del contenido matemático puede mejorar el desarrollo de conocimiento de los contenidos matemáticos para la enseñanza.

Otras investigaciones estudian la reflexión docente en programas de formación. En un estudio presentado en la 33ª Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Cavanagh y Prescott (2009) focalizan la atención en la relación entre teoría y práctica, abordando el pensamiento reflexivo de tres profesores durante un año en un programa de formación docente. Delgado y Ponte (2004), describen cómo tres futuros docentes de primer ciclo de educación básica reflexionan sobre las vivencias habidas durante sus prácticas de enseñanza de las matemáticas, apuntando a la necesidad de enriquecer la reflexión sobre las cuestiones más directamente relacionadas con la enseñanza de las matemáticas durante la época de la práctica docente de los futuros docentes.

Apreciamos, pues, que las investigaciones actuales a nivel internacional, muestran la importancia de abordar la reflexión docente, como objetivo específico de los cursos de formación de profesores, tanto inicial como permanente. En ellos

se considera la importancia de la reflexión para articular la formación teórica con la preparación y actuación práctica, llegando incluso a apreciar el papel de la reflexión en la formación matemática de los profesores.

Con estos elementos teóricos de referencia afrontamos el estudio de la reflexión llevada a cabo por profesores de matemáticas implicados en un curso de formación continua. Continuamos especificando los elementos metodológicos empleados en el estudio.

3. Metodología

Con un enfoque cualitativo, diseñamos un estudio exploratorio de tipo no experimental, longitudinal de panel (Cohen, Manion y Morrison, 2007; Hernández, Fernández y Baptista, 2010; Martínez, 2006). Es longitudinal, ya que considera la recopilación de datos en varios momentos del programa de formación, y pretendemos ver la evolución de los profesores en su proceso reflexivo; es longitudinal de panel, ya que observamos la evolución en todos los tiempos o momentos del mismo grupo específico de sujetos.

El contexto de la investigación es un programa de formación de profesores celebrado entre los años 2008 a 2010, en la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile). Fue dirigido por una profesora-investigadora de la misma casa de estudio, y tenía como objetivo ayudar a los profesores en el desarrollo profesional como docentes de matemáticas. No tuvo un costo económico para los interesados y se impartía dos veces al mes con sesiones de 3 a 4 horas aproximadamente cada una.

Desde el año 2009 la metodología de trabajo del curso se basó en el Estudio de Clases japonés⁴ (Isoda, Arcavi, Mena, 2007; Mena, 2009), planteándose como propósito fortalecer el desarrollo profesional de profesores de matemáticas, al enfrentarlos al diseño, realización y discusión de clases para mitigar alguna situación problemática surgida en sus prácticas. Se estimuló a que los participantes identificaran y definieran un problema derivado de su práctica. Posteriormente tuvieron que revisar literatura relacionada con el problema, plantear tareas de enseñanza para afrontarlo, diseñando para ello una clase que abordarlo. Durante el diseño tuvieron que analizar las tareas de enseñanza. Luego las implementaron y grabaron la clase, analizándola en grupo durante el curso formativo. Finalmente reformularon el problema y el diseño de la clase.

Los participantes fueron docentes de la quinta región (11 profesores) y región metropolitana de Chile (1 profesora), que imparten clases de matemáticas en los

⁴ El *Lesson Study* o Estudio de Clases japonés es un medio de capacitar a los profesores para que desarrollen sus propias prácticas pedagógicas, basado en la investigación sobre su propia clase. Se vale de un trabajo colaborativo realizado por los profesores con objeto de mejorar su conocimiento de contenidos y metodologías de enseñanza, así como profundizar sobre los aprendizajes de los alumnos. Es un proceso cíclico compuesto de las siguientes etapas: preparación (identificación del problema y preparación de la clase), clase a investigar (implementación) y sesión de revisión (evaluación de la clase y revisión de resultados).

tres niveles educativos (primaria, secundaria y superior) y de los distintos ámbitos institucionales existentes en nuestro país (con y sin financiamiento del Estado), descritos en la tabla 1, quienes tienen en promedio, 12 años de experiencia.

Tipo de Institución	Primaria	Secundaria	Superior
Con financiamiento	1	5	3
Sin financiamiento	1	2	0

Tabla 1. Características de los participantes en el seminario

El curso agrupó a los profesores en parejas, de las que para este artículo hemos seccionado una pareja formada por dos profesoras de secundaria de la quinta región. Las profesoras plantearon como problema de enseñanza la dificultad que tienen los alumnos para realizar la simplificación de expresiones algebraicas. Una de las docentes trabaja en un establecimiento con financiamiento estatal y la otra en un establecimiento sin financiamiento estatal. Ambas tienen más de 15 años de experiencia laboral. Además, son profesoras mentoras, es decir, reciben en sus cursos a los futuros profesores de Matemáticas de la misma Universidad, colaborando y guiando sus prácticas docentes. Reconocen no tener una formación específica en didáctica de la matemática.

Nuestra selección de sujetos es intencional (Martínez, 2006), escogiéndola por la disposición de las docentes a que sus informes sean parte de este estudio, a que presentaron todos los informes pedidos (material de análisis que utilizaremos), y por no haber participado en ningún programa de formación que involucrara el Estudio de Clases y pese a haber participado en diversos programas de formación. Creemos que esta selección no probabilística es adecuada, debido a que nos sirve para describir la reflexión en el programa formativo y produce menos ruido que otros sujetos que si bien también iban de manera voluntaria, ya tenían experiencia o conocimientos con algunos de los componentes que articulaban el programa, lo cual puede ser un factor de sesgo para el estudio.

Para el proceso de recolección de datos empleamos los informes escritos grupalmente (tabla 2) presentados por las profesoras cuando la formadora⁵ se los requería durante el transcurso del proceso formativo. Los datos, por tanto, son los comentarios, ideas y observaciones de las profesoras recogidas en dichos informes. Se realizó un análisis de contenido de los textos, fijando como unidades referenciales, los conjunto de párrafos que tienen alguna conexión o idea en común (Krippendorff, 1990).

Informe	Contenido
1	La problemática a abordar y la hipótesis planteada. Relación de artículos de literatura profesional y de investigación sobre la problemática

⁵ Con propósito de no confundir, desde ahora y en adelante hablaremos de la formadora a la docente que estuvo a cargo del curso, y hablaremos de profesores refiriéndonos a los docentes participantes del curso.

	seleccionada por el grupo. Descripción de la situación con la que ejemplifican la problemática. Identificación de un instrumento exploratorio que les permita obtener evidencias que confirmen (o refuten) la problemática. Su aplicación en algún curso y un análisis breve de resultados.
2	Tareas de enseñanza redactadas en forma de problema, para emplear en una clase que afronte la problemática.
3	Diseño de la clase para afrontar la problemática.
4	Análisis a priori de las tareas de enseñanza.
5	Análisis grupal de la clase realizada.
6	Análisis en el Seminario de la clase. Reformulación de la problemática y del diseño de la clase en estudio. Informe final, recopilan aspectos de los otros informes reformulados.

Tabla 2. Documentos para recolección de datos

A efectos de la investigación, definimos dos dimensiones, de índole cualitativa, para cubrir los objetivos: los indicadores de la reflexión y el nivel de reflexión. La dimensión indicadores de la reflexión de un docente, hace alusión a los elementos que muestran que el profesor realiza el proceso reflexivo, es decir, que va cubriendo las etapas del ciclo de reflexión del modelo ALACT (Korthagen, 1989). Para la dimensión nivel de reflexión, nos referimos al grado en que se produce la reflexión, el tipo de preocupación que manifiesta en sus escritos, el grado de justificación de sus afirmaciones, etc., que evidencian el nivel de complejidad o profundidad al que ha llegado la reflexión, operativizados mediante los niveles de reflexión de Smith y Hatton (1993).

De acuerdo con la caracterización que hemos hecho de la reflexión (identificación de problemas profesionales, distanciamiento de la acción y uso de apoyos externos para profundizar en la problemática), para estudiar los indicadores de reflexión, consideramos tres elementos: la situación problema, la literatura relacionada y las tareas de enseñanza.

El proceso de reflexión se influencia por la amplitud y precisión con que las profesoras identifican la situación problema que lo origina, es decir, las cualidades de su problemática y el diseño e implementación de la clase en estudio. Durante el curso las profesoras tenían que buscar artículos del estado del arte sobre su problemática. Estos textos nos muestran lo que ha sido significativo para las profesoras en el proceso de reflexión sobre su problemática. Por último, los docentes debían plantear tareas de enseñanza, para el diseño y aplicación de una clase, en las cuales reflejaban tanto su problemática, como la forma en que han ido incorporando aportes suministrados durante el curso de formación, como el concepto de tarea, la forma de la misma, su naturaleza, especialmente si se trata de problemas o ejercicios (Pólya, 1945; Ponte, 2005). También examinamos de qué forma identificaban errores (y dificultades) y obstáculos en el tratamiento del tema (Gómez, 2007; Rico 1997a, 1997b). Errores, dificultades y obstáculos que hemos extraído del marco curricular de Chile (Ministerio de Educación de Chile, 2009), de los textos de apoyo al docente de matemáticas en Chile (Zañartu, Darrigrandi y Ramos, 2011) y de estudios internacionales sobre la enseñanza del álgebra (Cervantes y Martínez, 2007; Filloy, 1999; Trigueros, 1999).

De los tres dominios señalados surgen las categorías para el análisis de contenido de la dimensión indicadores de reflexión. El esquema que se ilustra en la figura 2, muestra estas categorías, junto a las usadas para la dimensión nivel de reflexión, descritos por Smith y Hatton (1993).



Figura 2. Dimensiones de estudio y categorías para el análisis de contenido

4. Análisis de la información

El proceso se desarrolla en tres partes, de acuerdo a los objetivos específicos que persigue el estudio. Las dos primeras atienden al primer objetivo específico (articular curso con etapas de ciclo de reflexión), mientras que la última parte se enfoca en el segundo y tercer objetivo específico (poner de manifiesto la reflexión y caracterizar su nivel de profundidad).

4.1 Articulación del curso formativo con el ciclo reflexivo

Un elemento que nos transmite información sobre el proceso reflexivo es el tipo de situación problema que plantean los profesores como origen o móvil de sus trabajos en el curso de formación. El proceso reflexivo se refleja en la amplitud y precisión con que identifican la situación problema (Flores, 2007). Con esta perspectiva, como primera etapa del análisis identificamos en el curso de formación los momentos en que se formulan dos situaciones problemas, que emergen de dos tareas formativas grupales. Dichas situaciones están en constante evolución a raíz del proceso mismo de reflexión, tomando nuevas formas y permitiendo a los docentes adoptar una postura sistemática y fundamentada al respecto. Una de estas situaciones tiene que ver con la elección, por parte de las docentes el

planteamiento y desarrollo de un problema al que hemos llamado problemática; la segunda situación problema tiene que ver con el diseño, aplicación y reformulación de una clase que aborde dicha problemática y que intenta seguir la metodología de Estudio de Clases japonés. Llamamos a esta última situación clase en estudio. Apreciando que los participantes se enfrentan a dos experiencias iniciales que constituyen el punto de inicio para dos procesos de reflexión (Korthagen et al., 2001): el ciclo relativo a la problemática, y el ciclo relacionado con la clase en estudio. Al identificar estos ciclos podemos examinar de qué forma los participantes se comportan en cada fase, apreciando cómo se produce la reflexión.

4.2 Identificación de las fases del ciclo reflexivo con el curso formativo

En la segunda etapa del análisis, identificamos las fases dentro de cada ciclo ALACT y su relación con el curso, partiendo de los momentos en que surge cada experiencia. Así, para la problemática, la fase 1 surge cuando las docentes se plantean el problema (reflejada en el informe 1). Para la clase en estudio, la fase 1 se centra en el diseño y realización de una clase relacionada con la problemática (informes 2, 3 y 4). El proceso completo se concreta en el esquema que se ilustra en la figura 3.

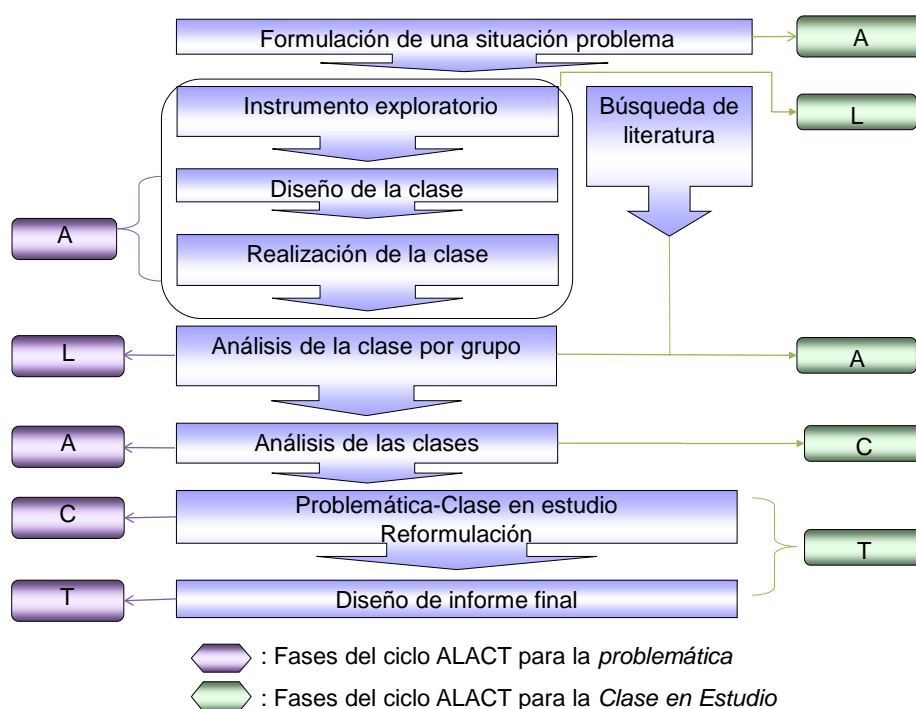


Figura 3. Identificación de etapas del curso con cada ciclo reflexivo

4.3 Caracterizar el grado de reflexión y su nivel de profundidad

Para la tercera etapa, procedimos a examinar los informes de las profesoras y clasificar sus aportes. Para ello apreciamos cómo se reflejan las variables consideradas, según el momento del ciclo (precisión, dificultad e interpretación de la definición de la problemática, o tipo y fuente de referencia, en los aportes del estado

del arte, y tipo de tarea y consideración de los errores, en las tareas propuestas). La tabla 3, muestra un ejemplo del indicador y el nivel de reflexión de una unidad de análisis de los informes.

Unidad de análisis	Indicador de reflexión	Nivel de reflexión
“En una primera etapa diseñamos ejercicios relacionados con la geometría donde aplicarán el concepto de simplificación, pero nos dimos cuenta que no eran desafiantes para los alumnos dado que se resolvían directamente”	Tarea y Situación Problema (clase en estudio) Explican la elección del tipo de tarea de enseñanza para la clase en estudio. Muestran su preocupación por elegir un problema y no un ejercicio.	Reflexión dialógica Describen aspectos sobre elección de tareas de enseñanza, mediante un discurso con ellas mismas sobre si era problema o ejercicio.

Tabla 3. Ejemplificación sobre la una unidad de análisis y su categorización

Realizada la interpretación para todas las producciones de las profesoras, describimos qué aspectos de reflexión se han puesto en juego, así como el nivel de reflexión afrontado (objetivos específicos 2 y 3 del estudio). Presentamos a continuación las apreciaciones recogidas agrupadas en los dos ciclos, referentes a la problemática y a la clase en estudio.

4.3.1 Análisis para el ciclo reflexivo sobre la problemática

Se observa en los escritos que las profesoras van cubriendo las fases del ciclo de reflexión. Comienzan planteándose una cuestión relacionada con la dificultad que tienen los alumnos para la simplificación de expresiones algebraicas fraccionarias. La definen con cierta ambigüedad, que ellas mismas detectan en la fase 2, al tener que buscar evidencias sobre dicha situación problema.

A través de la búsqueda del estado del arte y la puesta en común con sus pares y formadora (entrando en la fase 3), las profesoras formulan de manera más explícita el problema. Seleccionan documentos de páginas institucionales, lo que sugiere que aprovechan la facilidad de acceso y/o importancia que atribuyen a documentos del Ministerio de Educación de Chile. Se aprecia que focalizan su atención en herramientas para la clase, como las tareas de enseñanza. La puesta en común les lleva a hacer más explícito la dificultad que detectan en sus alumnos.

En el último informe se presentan comportamientos alternativos (fase 4). Las profesoras buscan otros documentos de apoyo más relacionados con el tema de estudio. Además, plantean nuevas formas de abordar la problemática, focalizándose en el contenido matemático y concretando los errores que estudiar, entre los que cometen los alumnos.

De esta forma, en la fase final las docentes están en disposición de iniciar un nuevo ciclo, planteando una nueva problemática.

En el proceso se aprecia una evolución en la forma de percibir y delimitar la problemática y adquirir nuevos dispositivos que la sustentan, apreciando una

evolución en el tipo de afirmaciones. Por ejemplo, las frases que se refieren a la importancia del tema (tabla 4), pasaron de una afirmación de índole general, a concretarla y lanzar la hipótesis de que los errores derivan de que los estudiantes no ven sentido en las expresiones algebraicas.

Fase 2: mirar hacia atrás	Fase 3: aclaración de puntos importantes
La importancia del tema radica en que los alumnos no le encuentran sentido al momento de la simplificación de una fracción algebraica, lo cual genera un problema para el aprendizaje, ya que esta no presenta la mejor actitud para aprender (unidad 11, informe 1).	Según nuestra experiencia, la importancia del tema radica en que los alumnos no le encuentran sentido a una fracción algebraica al momento de simplificarla..., lo cual genera un problema para el aprendizaje de la operatoria de expresiones fraccionarias, la resolución de ecuaciones con denominadores fraccionarios, la resolución de problemas, etc. (unidad 8, informe 6).

Tabla 4. Evolución de la problemática a través de las fases

El nivel de reflexión identificado en los escritos es preponderantemente de tipo descriptivo, como el de la tabla 5, en el que se señalan errores de los alumnos con una mirada retrospectiva de la práctica.

Unidad de análisis
También existen errores de procedimientos operatorios, ya que los alumnos transfieren la forma de simplificación de una fracción algebraica cuyo numerador y denominador son monomios, a una simplificación de una fracción algebraica cuyo numerador y denominador son polinomios, saltándose las reglas de sumas y productos sin importar el orden prioritario de las operaciones de éstas.

Tabla 5. Escrito de tipo reflexión descriptiva (unidad 7, informe 1)

4.3.2 Análisis del ciclo reflexivo sobre la Clase en Estudio

Las profesoras cubren las fases del proceso reflexivo para esta cuestión. Intentan abordar en su clase la problemática, buscando estrategias para que los alumnos no cometan errores en la simplificación de expresiones algebraicas. A medida que se avanza en el curso, el objetivo de la clase toma otras aristas, incorporando más elementos matemáticos, como son las técnicas de factorización de expresiones más simples o llegar a identificar restricciones de validez de estas técnicas. La tarea de enseñanza y la evaluación final amplían el tipo de expresiones algebraicas consideradas en el objetivo de la clase.

Inician la propuesta con tareas de enseñanza de tipo ejercicio (por ejemplo, figura 4, unidad 2 del informe 2).

Completa la siguiente tabla dados los valores de a y b y contesta las siguientes preguntas

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
a	b	(a+b)	(a-b)	$a^2 - b^2$	$\frac{ab}{b}$	$\frac{a+b}{a}$	$\frac{a^2 - b^2}{a - b}$
2	1						
3	2						
-2	4						
-1	0						

a) Compara las columnas (6) y (1) ¿Qué puedes decir?

b) Compara las columnas (7) y (2) ¿Qué puedes decir?

c) ¿En qué columna se obtienen los mismos resultados que en (8)? ¿Por qué crees tú que sucede?

Figura 4. Una de las primeras tareas de enseñanza propuesta por las profesoras

Al mirar hacia atrás (fase 2), focalizan en las tareas de enseñanza el diseño y realización de la clase en las estrategias para aplicarlas y en las dificultades y errores en el estudio del tema, respondiendo a preguntas del tipo ¿cómo lo hice?, ¿cómo me sentí?, ¿qué pensaban, sentían o hacían mis alumnos? La escasa alusión al logro de objetivos durante la clase, o si ésta abordó la problemática como estaba previsto, nos sugiere que no hubo reacción a una pregunta clave ¿qué quería?, interrogante que forma parte de esta fase del ciclo reflexivo.

Al continuar en la fase 3, las docentes incorporan sugerencias sobre cómo abordar en una nueva ocasión las dificultades surgidas. Ya en la fase 4, sobre comportamientos alternativos, las docentes indican cambios para el diseño de clase, en especial sobre cómo van a poner en práctica las tareas de enseñanza, que definen de manera más precisa incluyendo uso de recursos.

La fase de iniciación de un nuevo ciclo reflexivo (fase 5), se plasmó con el diseño y aplicación de una nueva clase, reformulando la anterior, replanteando su objetivo. En este caso incorporaron nuevos elementos matemáticos, como la valoración numérica de las expresiones algebraicas para estudiar equivalencias.

De esta manera, apreciamos que las docentes llegan a realizar el ciclo de reflexión ALACT, poniendo de manifiesto que tienen dificultades para afrontar el objetivo previsto para la clase, pero también se aprecia un aumento de elementos fenomenológicos y matemáticos asociados a su problemática, que intervienen en la clase, y un progreso en las tareas de enseñanza y en la detección de dificultades.

Por ejemplo, las primeras tareas son ejercicios y al avanzar modifican una de ellas (figura 4) hasta obtener un problema (figura 5, unidad 21 del informe 6).

¿Se puede ahorrar cálculos?
En el segundo medio C, la profesora de Matemática escribió la siguiente tabla:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
a	b	$a+b$	$a-b$	$a^2 - b^2$	$\frac{ab}{b}$	$\frac{a+b}{a}$	$\frac{a^2 - b^2}{a-b}$
....						
....						
....						
....						

Luego, empezó a recitar algunos valores para a y b , y pide completar la tabla. Al cabo de poco tiempo, Aldo, un alumno del curso, dice que ya terminó, el resto de compañeros se encuentran asombrados por la rapidez en los cálculos de su compañero. La profesora le pregunta ¿Completaste todas las columnas? y el responde: “Si completé todas las columnas, pero no fue necesario el cálculo en algunas” ¿A qué columna(s) crees que se refiere Aldo? Explica

Figura 5. Una de las últimas tareas de enseñanza propuesta por las profesoras

En este ciclo, los escritos abarcan niveles de reflexión dialógica y crítica (tabla 6). Dado que en la primera fase el nivel de reflexión era prioritariamente de tipo escrito descriptivo apreciamos un progreso en la profundidad del proceso reflexivo.

Unidad de análisis
La profesora lee el enunciado del problema y al observar que sus alumnos no entienden totalmente el enunciado, vuelve a explicarlo dando posibles estrategias. Se recomienda dar la palabra a los alumnos en relación a la lectura, sin intervención de la profesora, de modo de dar un mayor protagonismo al alumno en la comprensión de ésta.
La profesora tiene un rol protagónico en la clase, guiando demasiado las posibles estrategias que deben seguir los alumnos, es importante que ellos tengan los tiempos necesarios para poner en práctica su experimentación.

Tabla 6. Escrito de tipo reflexión crítica (unidad 34, informe 6)

En el ejemplo, las profesoras dan importancia a elementos de índole social y afectiva, como el protagonismo de los alumnos en su aprendizaje y el tiempo requerido para desarrollar una tarea.

Algunas unidades de análisis presentadas en los informes sufren cambios y/o se reformulan en el informe final. Estos cambios manifiestan siempre una tendencia creciente en su nivel de reflexión. Por ejemplo (tabla 7), en la fase 2, las docentes manifiestan una reflexión descriptiva al presentar aspectos matemáticos de la clase relacionados con el planteamiento y resolución de tareas; luego, en la fase 3, justifican estos aspectos formando un diálogo con ellas mismas (reflexión dialógica) y destacando que hubo más de una estrategia de resolución.

	Fase 2: mirar hacia atrás (Unidad 3, informe 5)	Fase 3: aclaración de puntos importantes (Unidad 35, informe 6)
Unidades	En las expresiones presentadas, se utilizan algunos paréntesis en forma innecesaria. Se observa un porcentaje de alumnos, que considera números consecutivos, lo cual establece otro tipo de relaciones en la tabla, muy lejos de la equivalencia de fracciones algebraicas.	En las expresiones presentadas, se utilizan algunos paréntesis en forma innecesaria, lo que puede provocar alguna interpretación errónea por el estudiante, esto corresponde a la expresión de la columna tres. El formato del problema, presenta dos tipos de letra, esto puede incidir en la comprensión por parte del estudiante, dado que en rigor no representa la misma variable, es necesario corregir esta situación para una próxima aplicación. La generación de conocimiento se da en forma espontánea cuando un estudiante afirma que las expresiones de las respectivas columnas son equivalentes a partir de simplificar una expresión fraccionaria. Los alumnos al valorizar la tabla, sólo contemplan números naturales, esto puede ocurrir por la facilidad del cálculo o por no considerar números negativos. La profesora considera para la evaluación formativa, ejercicios de otro tipo de factorización como, por ejemplo, $\frac{x^2 - y^2}{2x - 2y}$ a pesar de ello los alumnos son capaces de desarrollar el ejercicio. Se observa un porcentaje de alumnos, que considera números consecutivos, lo cual establece otro tipo de relación en la tabla, como, por ejemplo, en las columnas tres, cinco y siete se obtiene el mismo resultado y están muy lejos de la equivalencia de fracciones algebraicas.
Nivel de reflexión	Reflexión descriptiva, al presentan aspectos matemáticos de la clase, con una mirada retrospectiva.	Reflexión dialógica, al describir la elección de la tarea de enseñanza y al atender a los aspectos didácticos observados en la clase, formando un discurso con ellas mismas.

Tabla 7. Cambios en el nivel de reflexión entre las fases

5. Consideraciones finales

A la luz de los resultados, podemos hacer algunas apreciaciones sobre cómo reflexionan y con qué nivel, docentes de matemáticas en un curso de formación. Las apreciaciones sobre cómo se manifiestan dos ciclos de reflexión en las docentes, durante la realización del curso, muestran los aspectos que constituyeron sus motores de reflexión y cómo se concretaron. Los elementos matemáticos aumentan su presencia, mejorando aspectos para incorporar en las tareas de enseñanza. Se percibe elementos didácticos que amplían la visión inicial, excesivamente técnica, para incorporar aspectos fenomenológicos del contenido matemático y aportes sobre cómo aprenden los estudiantes. Las docentes reflexionan de manera paralela sobre la problemática y su actuación en clases, en donde plantean y focalizan su atención en nuevas tareas de enseñanza más que en la profundización sobre aspectos relativos a la problemática, como el significado de los conceptos matemáticos y didácticos que involucra (formas de interpretar la simplificación, por ejemplo).

Consideramos que la modelización del proceso formativo en ciclos de reflexión se puede realizar con mayor claridad, si se parte del ciclo ALACT en el diseño del curso de formación, complementando los registros de información y las dimensiones para estudiar la reflexión, lo que supone una limitación del presente estudio.

Es por ello que estamos llevando a cabo una investigación doctoral, que involucra la realización de un curso de formación en Chile, en el que se ha cuidado que el papel de la reflexión cubra tres ámbitos: el proceso formativo (diseñado tomando en cuenta el modelo de reflexión ALACT), la finalidad del mismo (lograr un profesor reflexivo) y la investigación (examinar cómo reflexiona el profesor). Con ello, esperamos disponer de más elementos para precisar sobre el proceso reflexivo y el nivel de reflexión de profesores participantes en cursos formativos, planteado con la intención de generar hábitos de reflexión para y sobre la práctica.

Bibliografía

- Alsina, Á., Busquets, O., Esteve, O. y Torra, M. (2006). La reflexió sobre la pròpia pràctica: una eina per progressar en l'ensenyament de les matemàtiques. *Biaix*, 25, 37-43.
- Carrillo, J., y Muñoz-Catalán, M. C. (2011). Análisis metodológico de las actas de la SEIEM (1997-2010) desde la perspectiva de los métodos cualitativos. Reflexión en torno a un caso. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco, & M. Palarea (Eds.), *Investigación en educación matemática. XV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 77-98). SEIEM, Ciudad Real, España.
- Cavanagh, M. y Prescott, A. (2009). The reflective thinking of three pre-service secondary mathematics teachers. En M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 273-280). PME, Tesalónica.
- Cervantes, G. y Martínez, R. (2007). Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. *Zona Próxima*, 8, 34-41.
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. Routledge, Londres.
- Contreras, J. (1997). *La autonomía del profesorado*. Morata, Madrid.
- Cotic, N. S. (2008). Reflexiones sobre la Formación del Profesor en Matemática según el diseño curricular de la Provincia de Buenos Aires-Argentina. *Revista Unión*, 15, 89-103.
- Delgado, C. y Ponte, J. P. (2004). A reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de três futuras professoras do 1º ciclo do ensino básico. *Quadrante*, 13(1), 31-61.
- Dewey, J. D. (1910). *How we think*. Heath, Boston.
- Empson, S. B. y Jacobs, V. R. (2008). Learning to listen to children's mathematics. En D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 257-281). Sense Publishers. Rotterdam.
- Esteve, O., Melief, K. y Alsina, Á. (Coord.) (2010). *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado*. Editorial Octaedro, Barcelona.

- Fillooy, E. (1999). *Aspectos teóricos en la investigación en álgebra educativa*. Grupo Editorial Iberoamericana, México.
- Flores, P. (2007). Profesores de Matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación. *Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA)*, 1(A), 139-159.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Granada, Granada, España.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill, Distrito Federal.
- Isoda, A., Arcavi, A. y Mena, A. (2007). *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas. Su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes en el escenario global*. Ediciones Universitarias de Valparaíso, Valparaíso.
- Jaworski, B. (1993). The professional development of teachers—the potential of critical reflection. *Journal of In-Service Education*, 19 (3), 37-42.
- Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido: teoría y práctica*. Paidós, Barcelona.
- Korthagen, F.A.J (1985). Reflective Teaching and Preservice Teacher Education in the Netherlands. *Journal of Teacher Education*, 36 (5), 11-15.
- Korthagen, F.A.J. (2010). La práctica, la teoría y la persona en formación del profesor. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 68(24), 83-101.
- Korthagen, F.A.J., Kessels, J.P.A.M., Koster, B., Langerwerf, B. & Wubbels, T. (Eds.) (2001). *Linking theory and practice: The pedagogy of realistic teacher education*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.
- Martínez, M. (2006). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. Trillas, México.
- Mena, A. (2009). *El estudio de clases japonés en perspectiva*. Colección Digital Eudoxus, 18. Recuperado el 2 de junio de 2013 de <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/issue/view/33/showToc>.
- Mewborn, D. S. (1999). Reflexive thinking among preservice elementary mathematics teachers. *Journal for Research Mathematics Education*, 30 (3), 316-341.
- Olfos, R., Soto, D. y Silva, H. (2007). Renovación de la enseñanza del álgebra elemental: un aporte desde la didáctica. *Estudios Pedagógicos*, 23 (2), 81-100.
- Pérez, A. I. y Gimeno, J. (1988). El pensamiento y acción en el profesor: de los estudios sobre la planificación al pensamiento práctico. *Infancia y aprendizaje*, 42, 37-64.
- Petropoulou, G., Potari, D. y Zachariades, T. (2011). Inquiring mathematics teaching at the university level. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 385-392). PME, Ankara.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, Nueva York: Princeton University Press.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. En GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM, Lisboa.
- Ponte, J. P. y Chapman, O. (2008). Preservice Mathematics Teachers' Knowledge and development. En L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 225- 236). Routledge, NY.

- Pozo, J. I., Martín, E., Pérez-Echeverría, M. P., Scheuer, N., Mateos, M. y De la Cruz, M. (2010). Ni contigo ni sin ti... Las relaciones entre cognición y acción en la práctica educativa. *Infancia y aprendizaje*, 33 (2), 179-184.
- Ramos, E. (2010). *Reflexión de docentes sobre la enseñanza del álgebra en un programa formativo*. Trabajo de fin de máster. Universidad de Granada, Granada, España.
- Ross, D. (1989). First steps in developing a reflective approach. *Journal of Teacher Education*, 40, 22-30.
- Rico, L. (1997a). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Síntesis, Madrid.
- Rico, L. (1997b). *La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria*. Ice-Horsori, Barcelona.
- Ross, D. D. (1989). First steps in developing a reflective approach. *Journal of Teacher Education*, 40 (2), 22-30.
- Rowland, T., Thwaites, A. y Pared, J. (2011). Libby Triggers of contingency in mathematics teaching. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 73-80). PME, Ankara.
- Schöenfeld, A. & Kilpatrick, J. (2008). Toward a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics. En D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *Tools and processes in Mathematics Teachers Education. The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (pp. 321-354) Sense Publisehrs, Rotterdam.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective Practitioner. How Professional Think in Action*. Temple Smith, Londres.
- Smith, D. y Hatton, N. (1993). Reflection in teacher education: A study in progress. *Education Research and Perspectives*, 20 (1), 13-23.
- Smyth, J. (1989). Developing and Sustaining Critical Reflection in Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 40 (2), 2-9.
- Stein, M. K. y Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3 (4), 268-275.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. y Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press, Nueva York,.
- Trigueros, M. (1999). *Un modelo de medida con interacción*. Tesis doctoral no publicada, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- Turner, F. (2011). Mathematical content knowledge revealed through the foundation dimension of the Kq. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 281-288). PME, Ankara.
- Ubuz, B. (Ed.) (2011). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. PME, Ankara.
- Van Manen, M. (1995). On the Epistemology of Reflective Practice. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 1 (1), 33-50.
- Zañartu, M., Darrigrandi, F. y Ramos, M. (2011). *Matemática para Segundo de Educación Media. Guía didáctica para el profesor.*, Santillana, Santiago de Chile.

Elisabeth Ramos-Rodríguez

Dirección electrónica: elisabeth.ramos@pucv.cl

Dirección postal: Avenida Brasil, 2950, Valparaíso, Chile

Teléfono: (056)971037169

Doctora en Ciencias de la Educación, especialista en didáctica de la matemática. Profesora e investigadora del Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. Su línea de investigación es la formación de profesores. Tiene diversos capítulos de libros y publicaciones, como en las revistas Reflective Practice y Bolema.

Pablo Flores Martínez

Dirección electrónica: pflores@ugr.es

Dirección postal: Cartuja s/n, Granada, 18011, Granada, España

Profesor del departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, Doctor en Matemáticas. Sus líneas de investigación son el conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas, recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas y didáctica de la geometría.