

Pensamento algébrico e erros em atividades algébricas de estudantes da EJA

Antonio Rafael Pepece Junior, Angela Marta Pereira das Dores Savioli

Fecha de recepción: 03/05/12
 Fecha de aceptación: 14/12/13

Resumen	<p>Asumiendo caracterizaciones del pensamiento algebraico y aspectos a cerca del error, este artículo presenta un análisis de los registros escritos por los estudiantes de EJA¹, "Educación para jóvenes y adultos" en actividades algebraicas que involucraron ecuaciones de primer grado. El objetivo fue investigar indicios de pensamiento algebraico y de errores en estas producciones escritas obtenidas tras la aplicación una secuencia didáctica a estudiantes del "9º año de la enseñanza fundamental" de una escuela pública municipal. El estudio señaló la pluralidad entre los mismos e indicios del pensamiento algebraico, como utilización del lenguaje simbólico, normas y regularidades y errores que se enumeraron.</p> <p>Palabras clave: Educación Matemática. EJA - Educación para jóvenes y adultos. Pensamiento Algebraico. Error.</p>
Abstract	<p>Assuming characteristics of the algebraic thoughts and aspects related to the mistake, this article presents an analysis of the written registers by students from EJA (Education for young people and adults), in algebraic activities involving equation of the first degree. The aim was to investigate indications of the algebraic thoughts and mistakes in those written productions, obtained after the application of a didactic sequence to students from ninth level of the elementary school, in a public school. The study showed the plurality of them and indications of the algebraic thoughts, for instance, the utilization of the symbolic language, models and regularities and mistakes which were listed.</p> <p>Keywords: Mathematic Education. EJA - Education for young people and adults. Algebraic Thinking. Mistake.</p>
Resumo	<p>Assumindo caracterizações do pensamento algébrico e aspectos a respeito do erro, este artigo apresenta uma análise de registros escritos de estudantes da EJA¹, Educação de Jovens e Adultos, em atividades algébricas envolvendo equações do primeiro grau. O objetivo foi investigar indícios de pensamento algébrico e de erros nessas produções escritas obtidas após a aplicação de uma sequência didática a estudantes do nono ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal. O estudo assinalou a pluralidade entre os estudantes e indícios de pensamento algébrico, como utilização de linguagem simbólica, padrões e regularidades e erros que foram listados.</p> <p>Palavras-chave: Educação Matemática. EJA – Educação de Jovens e Adultos. Pensamento Algébrico. Erro.</p>

¹ Utilizaremos, neste trabalho, a denominação EJA para indicar a Educação de Jovens e Adultos.

1. Introdução

O trabalho com estudantes jovens e adultos não é algo recente. Ao buscar “sanar” ou “esconder” o problema do analfabetismo, vários programas e reformulações emergiram. O que fica evidente é que tais programas foram ou são voltados a uma classe social menos favorecida e têm um caráter político, conforme Haddad:

Nos últimos anos, programas de educação de jovens e adultos no Brasil se voltaram para o sentido compensatório de uma educação voltada para os mais pobres. Buscou-se suprir a escolarização regular para aqueles que a não tiveram na idade adequada. Muitas vezes, também, buscou-se compensar a ausência de uma consciência política, através de programas que buscavam superar a “pobreza política” dos educandos (HADDAD, 1993, p.87).

Segundo o mesmo autor seria importante criar mecanismos para acabar com o analfabetismo, começando a investir em uma educação básica de melhor qualidade, bem como indicar oportunidades para que esses estudantes tenham uma educação voltada às suas necessidades. Contudo, segundo Haddad (1993), ainda são poucos e insuficientes os programas de capacitação voltados para este público e não resolvem o problema.

Conforme consta na Proposta Curricular (2002)² o problema é ainda mais grave quando tratamos apenas do ensino da matemática, tida como um conteúdo difícil, e na EJA isso não seria diferente, pois como argumenta Fonseca,

[...] quando falamos em Educação Matemática de Jovens e Adultos, não nos estamos referindo ao ensino da Matemática para o estudante universitário ou da pós-graduação, nem de cursos de Matemática que integram os currículos de programas de formação especializada para profissionais qualificados, ou de sessões de resolução de problemas matemáticos com a finalidade terapêutica ou diagnóstica. Estamos falando de uma ação educativa dirigida a um sujeito de escolarização básica incompleta ou jamais iniciada e que ocorre aos bancos escolares na idade adulta ou na juventude. A interrupção ou o impedimento de sua trajetória escolar não lhe ocorre, porém, apenas como um episódio isolado de não-acesso a um serviço, mas num contexto mais amplo de exclusão social e cultural, e que, em grande medida, condicionará também as possibilidades de re-inclusão que se forjarão nessa nova (ou primeira) oportunidade de escolarização (FONSECA, 2005, p.14).

Freire (2008) afirma que a educação não poderia ter sentido “bancário”, no qual o professor possui o conhecimento e apenas transmite para os estudantes, sendo os alunos meros receptores desses “depósitos” de informações. O mesmo autor declara que a pedagogia deveria começar pelo diálogo, para que os envolvidos por essa educação alcancem uma consciência crítica do mundo onde vive, e essa consciência crítica “é a representação das coisas e dos fatos como se

²Proposta Curricular para a EJA (2002) é uma proposta governamental utilizada em nível nacional.

dão na existência empírica. Nas suas correlações causais e circunstanciais” (p. 113).

Um desses caminhos criados por Paulo Freire tinha por objetivo tornar o aprendizado dos jovens e adultos mais rápido e acessível, conseguindo capacitar o estudante a compreender as necessidades da vida. Como ele mesmo enfatiza: “trata-se de aprender a ler a realidade (conhecê-la) para em seguida poder reescrever essa realidade (transformá-la)” (FREIRE, 2004, p.71).

2. Algumas escolhas...

Esta pesquisa baseou-se nas apostilas que o governo disponibiliza por meio do ENCCEJA³, a qual oportuniza aos estudantes a conclusão dos estudos sem a necessidade de frequentar cursos regulares. Os estudantes têm a oportunidade de concluir o Ensino Fundamental I, Fundamental II e Ensino Médio somente realizando avaliações divididas por áreas de conhecimentos, e uma dessas áreas é a Matemática. Cada secretaria municipal pode ou não instituir essa avaliação e, no caso da cidade em estudo, esse sistema não é aplicado. Assim, os sujeitos da pesquisa foram estudantes da EJA que assistiam aula regularmente.

As apostilas disponibilizadas para estudo possuem todas as habilidades e competências que os estudantes deveriam possuir para concluir os estudos. Além disso, referente à Matemática, possui um capítulo exclusivo para o ensino da álgebra, apontando quais seriam os objetivos a serem alcançados depois do estudo de tal capítulo.⁴ Apresenta algumas funções para o trabalho com a álgebra, entre essas, o de generalizar propriedades aritméticas conhecidas e estabelecer relações entre duas grandezas.

A Proposta Curricular (2002) para o ensino da EJA indica a utilização de generalizações para resolver as situações propostas, sempre nos conduzindo a reconhecer que o pensamento algébrico só existe a partir do momento que conseguimos expressar essas generalizações utilizando uma forma simbólica, ou seja, utilizando-se da linguagem algébrica.

Já na apostila do ENCCEJA (2006), não são apresentadas caracterizações diretas sobre o pensamento algébrico, mas sim, algumas funções para o trabalho com a álgebra, entre essas, o de generalizar propriedades aritméticas conhecidas e estabelecer relações entre duas grandezas.

Nesse sentido, para Arcavi (1994), uma das perspectivas em torno do objetivo principal da álgebra seria essa utilização de símbolos. Este autor defende o desenvolvimento do “sentido simbólico” (*symbol sense*⁵), porém, aponta que o pensamento algébrico e os símbolos não têm o mesmo sentido.

³ ENCCEJA – Exame Nacional de Certificações de Competências de Jovens e Adultos.

⁴ Para maiores detalhes verificar a apostila do ENCEJA, 2006, p.169.

⁵ Para Arcavi (1994) o desenvolvimento do sentido simbólico (*symbol sense*) só se concretiza quando os indivíduos conseguem executar manipulações algébricas, dando ênfase para os símbolos na estrutura dos problemas. Assim, ter sentido algébrico para este mesmo autor seria possuir uma relevante invocação da Álgebra, dos símbolos de forma apropriada e o reconhecimento de uma solução simbólica.

Ponte et al. (2009) defende que uma das caracterizações do pensamento algébrico se dá a partir da habilidade na manipulação de símbolos. A capacidade desta manipulação, ou mesmo o chamado “sentido simbólico” colocado por Arcavi (1994), inclui a capacidade de interpretação e utilização desses símbolos para a descrição de situações ou para a resolução de problemas, e coloca três vertentes para essa caracterização: representar, raciocinar e resolver problemas e modelar situações.

Por outro lado, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam tendências do pensamento algébrico que se reduz apenas a uma linguagem algébrica e pode:

[...] subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética, o que nos obriga, para melhor entendê-lo, colocar a questão de quais seriam os elementos caracterizadores de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado como algébrico (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.85).

Porém essas colocações, como os próprios autores argumentam, são didaticamente negativas.

Num outro momento, os mesmos autores, apontam alguns elementos indicando que o pensamento algébrico não possui apenas uma forma para se manifestar e sim pode se expressar

[...] através de uma linguagem natural, através de uma linguagem aritmética, através de uma linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para este fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.88).

Considerando tudo isso, esses autores, sinalizam algumas implicações pedagógicas sobre o pensamento algébrico que, não sendo especificamente uma linguagem simbólica, não teria motivos para uma tardia iniciação da álgebra escolar. Porém, a utilização da linguagem simbólica facilitaria o desenvolvimento de situações problema.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam alguns elementos caracterizadores do pensamento algébrico que são: “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização (p. 87)”.

Já, segundo Lins e Gimenez (1997), é importante abordar uma discussão sobre qual o melhor momento de se iniciar a educação algébrica e também quais os conteúdos e qual a melhor forma desta inserção, pois não é fácil perceber quando estamos trabalhando ou não com uma atividade algébrica, aliás, ser algébrico ou não, dependerá da forma como este conteúdo será desenvolvido.

Por esse motivo, os autores apontam não existir um pensamento algébrico determinado e sim o que chamam de coisas da álgebra. Assim, um problema que inicialmente poderia ser resolvido de maneira aritmética não se transforma em um problema algébrico pelo simples fato de se utilizar ou não uma linguagem simbólica.

Podemos perceber que, de acordo com as caracterizações apontadas por Lins e Gimenez (1997), o pensamento algébrico pode se manifestar independente da utilização da linguagem algébrica.

Nesse sentido, Lins e Gimenez (1997), apresentam três características fundamentais para o pensamento algébrico. Assim, para eles, pensar algebricamente significa:

1 – Produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmetismo);

2 – considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso de internalismo); e

3 – operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 151).

Além disso, segundo os autores:

Uma educação algébrica compreende dois objetivos centrais que seriam permitir que os estudantes sejam capazes de produzir significado (em nosso sentido) para a álgebra e permitir que os estudantes desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 152).

Podemos, finalizando, considerar algumas concepções colocadas por Usiskin (1995) para o estudo da álgebra escolar, quando aponta a álgebra como: uma aritmética generalizada; um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas; um estudo de relações entre grandezas; um estudo das estruturas.

Notamos a partir dessas informações que não existe um consenso entre os diversos autores para caracterizar realmente o que venha a ser o pensamento algébrico, educação algébrica, coisas da álgebra ou qualquer outro termo utilizado por algum desses autores.

Como nosso objetivo, na pesquisa, foi investigar indícios desse pensamento e de possíveis erros na produção escrita de estudantes da EJA em atividades algébricas envolvendo equações do primeiro grau, apresentaremos o que, para as nossas análises constitui-se uma manifestação do pensamento algébrico, não nos importando com alguma sequência ou mesmo grau de importância dessas manifestações baseados nos autores citados, são elas: utilizar termos desconhecidos seja como variáveis ou incógnitas na sua resolução; apresentar cálculos numéricos expressando que houve uma estratégia de resolução com variável; equacionar as situações-problema, conseguindo representá-las utilizando uma linguagem simbólica; apresentar alguma resolução que faz referência ao termo a ser determinado pela situação problema.

Como as análises do trabalho ocorreram unicamente por meio da produção escrita dos estudantes em atividades envolvendo o conteúdo citado, não poderíamos deixar de lado a apresentação e discussão do erro, seja como apontado

por alguns autores, como sendo um instrumento didático (BORASI, 1987) seja, por outros, quando se referencia que o erro está ligado a uma construção do conhecimento (CURY, 2007; SILVA, 2008).

Pensando no âmbito escolar, desde os primórdios, os estudantes que cometiam erros eram punidos pelos professores. Claro que tais punições, no início, eram feitas até de maneira física, conforme Luckesi (1990) descreve:

[...] com o qual o professor batia na palma das mãos dos estudantes. A quantidade de “palmadas” dependia do juízo deste professor sobre a possível “gravidade. No Nordeste brasileiro, esta mesma prática era efetivada por meio da palmatória, instrumento de castigo” do erro (LUCKESI, 1990, p.133).

Percebemos que as punições eram simplesmente impostas de acordo com a vontade do “educador”, o qual impunha regras e padrões que deveriam ser respeitados.

Podemos verificar que essas atitudes estão presentes em todos os níveis de educação, desde o infantil até mesmo em cursos superiores de ensino. Isso também pode ser verificado na EJA, pois neste segmento de ensino, os estudantes, a todo o momento, se preocupam com os demais colegas de classe, muitas vezes para não demonstrar certa “ignorância” sobre o tema em estudo, ou mesmo por achar que o fato de apresentar dificuldade em certos conteúdos poderia aparecer como mais um “fracasso escolar”.

Isso faz com que, segundo o mesmo autor, os estudantes sintam certa ansiedade durante as aulas, sintam-se intimidados em participar de discussões, e a partir daí comecem uma autopunição perante suas dificuldades de aprendizagem.

Entretanto, isso poderia ser evitado se o erro fosse visto sob outro olhar, “...como fonte de virtude, ou seja, de crescimento.” (LUCKESI, 1990, p.136) Segundo o mesmo autor, isso

[...] implicaria estar aberto a observar o acontecimento como acontecimento, não como erro: observar o fato sem preconceito, para dele retirar os benefícios possíveis. Uma conduta em princípio, é somente uma conduta, um fato: ela só pode ser qualificada como erro, a partir de determinados padrões de julgamento (LUCKESI, 1990, p. 136).

Mas, como podemos então classificar um erro? Luckesi (1990, p. 137) aponta que “a ideia de erro só emerge no contexto da existência de um padrão considerado correto”, e partir dessas comparações, afirmar que tal situação está correta ou incorreta. Fiorentini (2006) sugere que tal comparação com esse determinado padrão pré-estabelecido em produzir significados para a matemática, pode:

[...] servir positivamente de ponto de partida para o desenvolvimento cognitivo do estudante, se forem identificados, compreendidos e problematizados didático-pedagógicamente; e esta representa uma condição necessária para a sua superação (FIORENTINI, 2006, p. 7-8).

Assim, não poderíamos simplesmente fazer uma relação dialética entre o erro e a falta de conhecimento e isso fica evidente quando Cury (2007, p. 80) aponta o erro “como um conhecimento, um saber que o estudante possui, construído de alguma forma, e é preciso elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando os estudantes a um questionamento sobre as suas respostas”.

Por esse motivo, Cury (2007) assinala que a análise dos erros pode ser considerada uma metodologia que precisa ser trabalhada e explorada na sala de aula.

Neste sentido, Fiorentini (2006) classifica o erro como resultado

[...] do esforço dos estudantes em particular do processo de aprendizagem, produzindo e negociando, a partir de seu mundo e de sua cultura, sentidos e significados sobre que se ensina e aprende na escola. E, nesse sentido, o erro não poderia ser visto como um mal a ser erradicado, mas como parte do processo de aprender e desenvolver-se intelectualmente (FIORENTINI, 2006, p. 4).

Segundo este mesmo autor, devemos ter no erro um processo de aprendizado, compreensão para solucionar problemas, isso pode evidenciar que os estudantes em algum momento estão tentando se apropriar dos significados aprendidos na escola.

Assim devemos segundo Cury (2007), dar uma atenção maior a todo o processo, não simplesmente considerar o resultado final. Nesta perspectiva, Borasi (1987) aponta que o erro possui dois objetivos, o primeiro seria a sua eliminação, ou seja, apenas verificar se tal situação estaria correta ou incorreta, e um segundo que seria explorar as suas potencialidades, partindo para novas regras por meio de outros exemplos.

Buriasco (2000) segue uma mesma linha e afirma que os erros:

[...] são tomados como um tipo de índice de que o estudante não sabe fazer, não tem estudado e não como um índice de que o estudante sabe alguma coisa parcial, incorreta e que portanto é preciso trabalhar com ela, para, a partir daí, construir um conhecimento correto (BURIASCO, 2000, p. 169).

Também, podemos simplesmente acreditar que o erro, conforme aponta Luckesi (1990), só é considerado erro, quando temos um padrão que é considerado correto para poder comparar, a partir disso, o mesmo autor afirmar existir então um sucesso ou insucesso dos resultados.

Da mesma forma que o erro não pode ser considerado como única maneira de apontar que o estudante não conseguiu se apropriar de um determinado conhecimento, devemos considerar que o fato do acerto também não garante que tudo foi aprendido sobre tal conteúdo.

Precisamos acreditar que todo tipo de erro deve ser utilizado, de forma correta, para ajudar no processo de ensino e de aprendizagem dos estudantes e, ainda, conforme Pinto (2000), que grandes descobertas se iniciaram a partir de erros cometidos.

Os erros podem ser classificados de maneiras distintas por autores diferentes. Silva (2008), por exemplo, aponta dois tipos de erros:

O erro construtivo, quando surge durante o processo de redescoberta ou reinvenção do conhecimento, e que o sujeito abandona ao alcançar um nível de elaboração mental superior. O outro seria o erro sistemático que resiste, apesar das evidências que comprovam sua inadequação, limitando ou mesmo impedindo as possibilidades de aprendizagem (SILVA, 2008, p. 100).

Nas análises das atividades da sequência didática, os erros encontrados serão explicitados, buscando relacioná-los com os apresentados nesta sessão.

E nas conclusões finais, os erros serão classificados a partir da produção escrita dos estudantes, que serviram apenas para análise da sequência didática em questão, pois a classificação dos erros depende do momento e da maneira que cada situação é apresentada.

3. A experimentação

A sequência didática foi aplicada à luz da engenharia didática proposta por Artigue (1996) e Almouloud (2007).

Para a realização da pesquisa foi escolhida uma sala do nono ano do ensino fundamental de uma escola pública no interior do estado de São Paulo, escola essa, a única a oferecer as turmas de EJA na cidade, e consideramos somente os estudantes que participaram do desenvolvimento de toda a sequência didática, sendo sete no total. Nominamos esses estudantes por A1, A2, A3, A4, A5, A6 e A7.

O grupo em estudo tinha uma pluralidade muito grande, tendo estudantes das mais diversas faixas etárias e profissões. Além disso, a cidade onde o trabalho foi realizado possui altos índices de analfabetismo e condições de estudo e infra estrutura deficientes. Os professores responsáveis em ministrar as aulas não tiveram preparação alguma para trabalhar com a EJA e o material didático utilizado é praticamente o mesmo do ensino regular.

Um pré-teste com questões do ENCEJA foi aplicado para que pudessemos verificar algumas dificuldades e servir de parâmetro para a montagem da sequência didática.

As atividades da sequência didática foram retiradas da apostila do ENCCEJA, e a sua ordem foi determinada seguindo um grau de dificuldade atribuído pelos autores e distribuídas em três dias, constando de seis aulas de 45 minutos cada. No primeiro dia aplicamos as quatro atividades a seguir, as quais foram resolvidas e recolhidas as produções escritas. Em seguida fazíamos algumas discussões e os estudantes tinham a possibilidade de resolver novamente cada questão. A análise dos registros escritos dessas quatro atividades é que abordaremos neste estudo.

4. As análises...

Atividade 1 - O dobro da minha idade é igual a 50. Qual é a minha idade?

No pré-teste verificamos que os estudantes tinham dificuldades em trabalhar com noções de dobro, metade, etc.. Por isso a primeira atividade contemplava esse conteúdo.

Na primeira tentativa, os estudantes, em sua maioria, exibiram um resultado correto para a atividade proposta, apresentando indícios de pensamento algébrico e diferentes modos de resolução: utilização de equações pelos estudantes A1 e A3, somente a resposta por A2, representar a solução da atividade por meio de uma multiplicação ou uma divisão, como A4, A5 e A6 (Figura 1). Somente um estudante, o A7, quando leu pela primeira vez a atividade fez um comentário afirmando que estaria errado, pois a sua idade era 53 e não 50 como a atividade enunciava. Não encontramos indícios de pensamento algébrico no registro escrito desse estudante.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 2 \\ \hline 50 \end{array}$$

O dobro é 50 o resultado é 25 anos

Figura 1. Resolução do estudante A6 na atividade 1 – 1ª parte

De certa forma, o objetivo com essa atividade foi alcançado, pois vários estudantes, na primeira parte ou na segunda parte da atividade, apresentaram indícios de pensamento algébrico, seja resolvendo por meio de equações ou mesmo alguma outra solução que indicava tal tipo de pensamento (Figuras 2, 3 e 4). Os erros que apareceram deixam claro a deficiência que apresentam quanto à linguagem algébrica e interpretação de enunciados.

$$\begin{aligned} 2x &= 50 \\ x &= \frac{50}{2} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Figura 2. Resolução do estudante A5 na atividade 1 – 2ª parte

Requisito 50 de vida em
2 partes isso dá 25 que
é minha idade

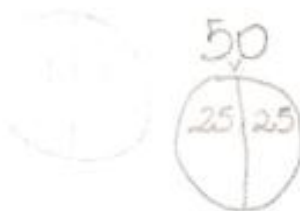


Figura 3. Resolução do estudante A4 na atividade 1 – 2ª parte

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 1 \\ \hline 50 \end{array}$$

Figura 4. Resolução do estudante A7 na atividade 1 – 2ª parte

Atividade 2 - Recebi um aumento de R\$ 30,00 e passei a ganhar R\$ 210,00. Qual era o meu salário?

Esta atividade tinha como objetivo relacionar a utilização de valores monetários com a ideia de aumento de salário, pois tal assunto está diretamente ligado com a realidade dos estudantes.

Na primeira parte da atividade, os estudantes utilizaram operações matemáticas para chegar à solução do problema, o que pode indicar indícios de pensamento algébrico. Alguns erros foram detectados na resolução de certos estudantes: falta de atenção ou mesmo falta de conhecimento na aplicação das quatro operações (Figura 6).

Meu Salário era R\$ 190

Figura 5. Resolução do estudante A2 na atividade 2 – 1ª parte

$$\begin{array}{r} 30,00 \\ - 21,00 \\ \hline 22,00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 220,00 \\ \times 21,00 \\ \hline 436,00 \end{array}$$

Figura 6. Resolução do estudante A7 na atividade 2 – 1ª parte

Por outro lado, na segunda resolução, os indícios de pensamento algébrico verificaram-se quando alguns estudantes utilizaram incógnitas nas equações para determinar o valor desconhecido (Figura 7). Houve um entendimento melhor do enunciado e isso pode ter ocorrido em razão da atividade tratar de valores monetários, tema ligado ao cotidiano dos mesmos.

$$\begin{aligned} x + 30 &= 210 \\ x &= 210 - 30 \\ x &= 180 \end{aligned}$$

Era de R\$ 180.

Figura 7. Resolução do estudante A1 na atividade 2 – 2ª parte

$$\begin{array}{r} 210 \\ + 30 \\ \hline 180 \\ + 30 \\ \hline 210 \end{array}$$

Figura 8. Resolução do estudante A2 na atividade 2 – 2ª parte

Atividade 3 - O triplo de um número mais duas unidades é igual a onze. Que número é esse?

Nesta atividade, tínhamos como objetivo associar a discussão da primeira atividade, que era a utilização de dobro, e verificar uma possível ligação que os estudantes fariam com o termo “triplo”, porém acrescentando à multiplicação uma adição para a montagem da possível equação.

Fazendo uma análise dessa atividade três, constatamos um avanço por parte dos estudantes no que diz respeito ao dobro e triplo de um número. Detectamos

indícios de pensamento algébrico nas resoluções dos estudantes, pois com o andamento das atividades os mesmos se sentiram mais à vontade para apresentar soluções, discutir situações e aquele receio inicial de apresentar soluções incorretas foi sendo deixado de lado. Tivemos um número menor de erros relacionados a esta atividade. Analisando a resolução de A7, na Figura 11, consideramos que esse estudante não interpretou o enunciado da atividade e nem possui conhecimento prévio do assunto que estava sendo tratado. Destacamos a seguir alguns protocolos dos estudantes nessa atividade, tanto da 1ª parte como da 2ª:

$$\begin{aligned}3x + 2 &= 11 \\3x &= 11 - 2 \\3x &= 9 \\x &= \frac{9}{3} \\x &= 3 \\ \text{O número é } 3\end{aligned}$$

Figura 9. Resolução do estudante A5 na atividade 3 – 1ª parte

$$\begin{aligned}3x + 2 &= 11 \\3x &= 11 - 2 \\3x &= 9\end{aligned}$$

Figura 10. Resolução do estudante A4 na atividade 3 – 1ª parte

$$22/2$$

Figura 11. Resolução do estudante A7 na atividade 3 – 1ª parte

$$\begin{array}{l} \text{triplo } 3 \\ \text{número } x \\ + 2 \\ = 11 \end{array}$$

Figura 12. Resolução do estudante A5 na atividade 3 – 2ª parte

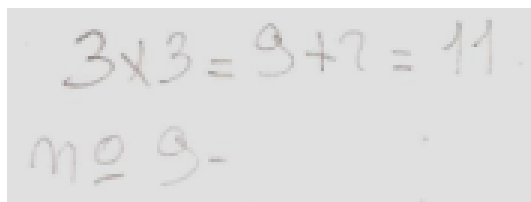

$$\begin{array}{l} 3 \times 3 = 9 + 2 = 11 \\ \text{no } 9 - \end{array}$$

Figura 13. Resolução do estudante A2 na atividade 3 – 2ª parte

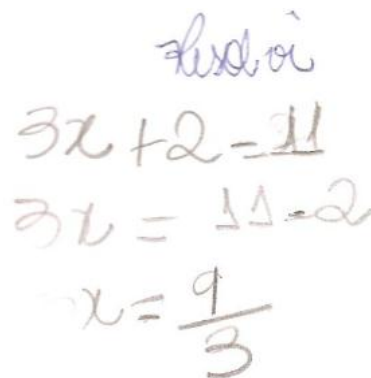

$$\begin{array}{l} \text{Resolução} \\ 3x + 2 = 11 \\ 3x = 11 - 2 \\ x = \frac{9}{3} \end{array}$$

Figura 14. Resolução do estudante A4 na atividade 3 – 2ª parte

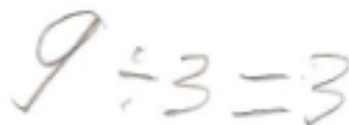

$$9 \div 3 = 3$$

Figura 15. Resolução do estudante A7 na atividade 3 – 2ª parte

Atividade 4 - A idade de Pedro é a metade da de Carlos. A soma das idades é 30 anos. Qual a idade de Carlos?

Nesta atividade esperávamos uma dificuldade maior por parte dos mesmos, por se tratar de um problema que, para sua resolução, a incógnita deveria aparecer para representar as idades das duas pessoas, ou seja, uma idade está relacionada à outra. Além disso, os estudantes deveriam relacionar essas idades e se possível representar a atividade por meio de uma equação, ou ainda utilizar algum outro

caminho que pudesse chegar à solução, demonstrando indícios de pensamento algébrico.

Essa preocupação inicial com relação ao desenvolvimento dessa atividade se concretizou, mesmo assim alguns estudantes tiveram um bom desempenho e por meio da produção escrita verificamos indícios de pensamento algébrico.

Já com relação aos erros, os mesmos verificados nas atividades anteriores, quase sempre se repetiram nessa atividade. Isso pode ter ao menos duas explicações: a primeira seria que os estudantes não estariam muito preocupados com o desenvolvimento da atividade, o que não pode ser deixado de lado, pois no início da sequência didática fomos questionados sobre a validade das atividades, ou seja, como eles próprios apontaram “isso aqui vai valer nota”; a segunda seria a dificuldade para entender o que foi sendo discutido em cada uma delas. Apenas dois estudantes, A1 e A6 (Figura16), utilizaram uma equação para representar a situação proposta, resolvendo-a. Segundo a resolução de cada um, concluímos que a incógnita “x”, que foi utilizada, representava a idade de Carlos, que era o valor que o problema solicitava. Nesse sentido verificamos indícios de pensamento algébrico, pois os mesmos equacionaram a atividade proposta, sendo esta uma das caracterizações definidas nesta pesquisa. A título de exemplo, apresentamos registros escritos de estudantes:

$$\begin{aligned} \frac{x}{1} + \frac{x}{2} &= \frac{30}{1} \\ \frac{2x}{2} + \frac{x}{2} &= \frac{60}{2} \\ 3x &= 60 \\ x &= \frac{60}{3} \\ x &= \frac{20}{2} \quad \text{Carlos tem 20 anos} \\ x &= 10 \quad \text{Pedro tem 10 anos} \end{aligned}$$

Figura 16. Resolução do estudante A6 na atividade 4 - 1ª parte

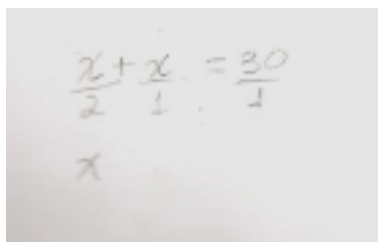

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{x}{1} &= \frac{30}{1} \\ x \end{aligned}$$

Figura 17. Resolução do estudante A3 na atividade 4 - 1ª parte

$$\frac{x}{2} = 30$$

Figura 18. Resolução do estudante A5 na atividade 4 - 1ª parte

$$30 - 15 = 20$$
$$\begin{array}{r} 36 \\ 20 \\ \hline 20 \end{array}$$

Figura 19. Resolução do estudante A7 na atividade 4 - 1ª parte

Reparamos que o estudante A7 (Figura 19) se esforçou para chegar a alguma conclusão para a atividade, porém sem representar ou mesmo entender o que estava sendo solicitado, pois trabalhou com valores que não podemos concluir como apareceram. O estudante não interpretou o enunciado da atividade e muito menos retirou alguma informação que fosse necessária para sua resolução.

Durante a discussão, os estudantes apontaram que este problema era muito mais complicado que os demais, por esse motivo alguns não resolveram. Levantaram a hipótese de utilizar duas incógnitas diferentes para representar as idades de Carlos e Pedro, porém nenhum dos estudantes tentou fazer tal representação durante sua primeira resolução. Mostramos que seria impossível determinar valores diferentes para duas incógnitas apresentando apenas uma equação.

Todas as colocações dos estudantes eram apresentadas por meio de exemplos, inclusive sobre a possibilidade ou não em utilizar determinada resolução para o desenvolvimento do problema.

Um questionamento foi o fato da incógnita possuir denominador, pois diziam que não poderiam resolver o problema utilizando o mínimo múltiplo comum, por causa de o numerador ser uma incógnita e não um valor numérico. Outros questionaram em qual momento poderiam cancelar o denominador e como calcular o MMC, alegando não lembrar ou nunca ter visto este conteúdo em anos anteriores.

Aproveitamos essas dúvidas e esses erros para atingir um dos objetivos apontado por Borasi (1987) que seria utilizar os mesmos para potencializar o aprendizado sobre o conteúdo em questão.

$$\frac{x}{2} = 30$$

Figura 20. Resolução do estudante A4 na atividade 4 - 2ª parte

$$\frac{x}{1} + \frac{x}{2} = \frac{30}{1}$$

Figura 21. Resolução do estudante A3 na atividade 4 - 2ª parte

Já conforme mostra a Figura 22, o estudante A7 não resolveu o problema, e podemos inferir que não o compreendeu, mesmo depois da discussão, pois analisando sua resolução, verificamos que determinou que os dois rapazes possuíam a mesma idade e assim apresentou os mesmos erros apontados na primeira resolução.

$$\begin{array}{r} x = 15 \\ \times 2 \\ \hline 30 \end{array}$$

Figura 22. Resolução do estudante A7 na atividade 4 - 2ª parte

5. Considerações Finais

A maioria das pesquisas a respeito do pensar algebricamente é realizada para o público do ensino regular, ou seja, são abertas discussões para descobrir qual o momento ideal para a inclusão da álgebra e como deve ser o processo, todavia quando tratamos dos jovens e adultos acreditamos ser um pouco diferente, principalmente considerando todos os conhecimentos prévios que esses estudantes possuem e suas experiências já vividas.

Levando em conta a parte da sequência didática desenvolvida, chegamos a conclusões que estão de acordo com o proposto pela pesquisa no que diz respeito a verificar indícios de pensamento algébrico na produção escrita desses estudantes e possíveis erros.

Com a aplicação das atividades presentes na apostila do Enceja e que deveriam ser respondidas por esses estudantes do nono ano do ensino fundamental, percebemos que alguns deles estão bem preparados para essa prova de certificação, como é o caso dos estudantes A1, A3, A5 e A6, que tiveram um bom desempenho durante o desenvolvimento das atividades. Por outro lado o estudante A4 apresentou algumas dificuldades no entendimento dos enunciados e no desenvolvimento das situações o que poderia ser prejudicial na referida prova.

Além disso, inferimos que alguns estudantes, como é caso do A2, o qual entregou a maioria das atividades em branco ou somente com a resposta, e do A7, o qual apresentou maior número de erros e uma grande dificuldade no desenvolvimento das atividades, não estariam preparados para realizar a prova, muito menos concluir o ensino fundamental.

Em decorrência das análises das atividades, detectamos vários erros dos estudantes nas resoluções: erro por falta de conhecimento prévio do conteúdo ou

termos utilizados; erro por falta de noção das quatro operações; erro por falta de atenção na resolução; erro na apresentação do resultado; erro por não apresentar solução para o problema; erro na interpretação do enunciado.

Finalmente, verificamos indícios de pensamento algébrico nos registros escritos dos estudantes, destacando: utilização de termos desconhecidos, como variáveis ou incógnitas; apresentação de cálculos numéricos; equacionamento das situações-problema; utilização de linguagem simbólica; resolução fazendo referência ao termo a ser determinado pela situação problema; padrões e regularidades.

6. Agradecimentos

A segunda autora agradece à FAEPE-UEL e à Fundação Araucária pelo apoio financeiro.

Bibliografia

- Almouloud, S. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. UFPR, Curitiba. Paraná.
- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*. FLM Publishing Association, Fredericton. New Brunswick. Canadá, Vol. 14, nº 3, 24-35.
- Artigue, M. (1996). Engenharia didática. In: Brun, J. (Org.). *Didática das matemáticas*. Instituto Piaget, Lisboa. Portugal, 193-217.
- Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the learning of mathematics*. FLM Publishing Association, Fredericton. New Brunswick. Canadá, Vol. 7, nº 3, 2-8.
- Brasil. (2002). Ministério da Educação, Secretária de Educação Fundamental. *Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos: segundo segmento de ensino fundamental*. 5ª a 8ª série. Introdução, Vol. 1.
- Enceaja. (2010). *Apostila*. Recuperado el 27 de marzo de 2010, de <http://encceja.inep.gov.br>
- _____. (2011). *Matriz de competências*. Recuperado el 15 de enero de 2011, de http://encceja.inep.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=51&Itemid=59
- _____. (2006). *Matemática: livro do estudante: ensino fundamental*. Coord.: Zuleika de Felice Murrie – 2. ed. Brasília: MEC: Inep. Capítulo VII – A Álgebra: suas funções e seus usos. 149-169.
- Fiorentini, D.; Miorin, M. A.; Miguel, A. (1993). Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. *Pró-posições*. Vol. 4, nº 1, 78-91.

- Fonseca, M. C. F. R. (2005). Educação de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições. *Coleção Tendências em Educação Matemática*. 2ª ed. Autêntica. Belo Horizonte.
- Freire, P. (2006). *Pedagogia do oprimido*. 43ª.ed. Paz e Terra. Rio de Janeiro. Brasil.
- _____. (2008). *Educação como prática da liberdade*. 31ª ed. Paz e Terra. Rio de Janeiro. Brasil.
- _____. (2004). O mentor da educação para consciência. In: *Revista Nova Escola, Grandes Pensadores*. Editora Abril. São Paulo, Brasil, 70-72.
- Haddad, S. (1993). *Tendências Atuais da Educação de Jovens e Adultos no Brasil*. Anais do Encontro Latino Americano sobre Educação de Jovens e Adultos trabalhadores. Olinda, Bahia. Brasil, 86-108.
- Lins, R. C.; Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Papirus. Campinas, São Paulo, Brasil.
- Luckesi, C. C. (1990). Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude. In: *A construção do projeto de ensino e a avaliação*. Série Ideias. Nº. 8. FDE, São Paulo. Brasil, 133-140.
- Ponte, J. P. et al. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Recuperado el 15 de agosto de 2010, de http://sitio.dgjidc.min-edu.pt/matematica/documents/npmeb/brochura_algebra_set2009.pdf
- Usiskin, Z. (1995). Concepções Sobre Álgebra da Escola Média e Utilizações das Variáveis. In: Coxford, A. F.; Shulte, A.P. (Org). *As idéias da álgebra*. Atual, São Paulo, São Paulo. Brasil, 9-22.
- Silva, E. M. D. (2008). A virtude do erro: uma visão construtivista da avaliação, *Estudos em Avaliação Educacional*. Vol. 19, nº 39. 91-144.

Antonio Rafael Pepece Junior. Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina - UEL – PR. Docente da Faculdade de Tecnologia de Ourinhos – FATEC e da ETEC Mario Antonio Verza. arpepece@gmail.com

Angela Marta Pereira das Dores Savioli. Doutora em Matemática pela Universidade de São Paulo, USP, SP. Docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, PR e do Departamento de Matemática da UEL. angelamarta@uel.br, angela@sercomtel.com.br