

www.fisem.org/web/union

El rincón de los problemas

Los niños crean problemas de matemáticas

Uldarico Malaspina Jurado
Pontificia Universidad Católica del Perú – IREM
umalasp@pucp.edu.pe

Problema

Se dispone de una jarra con la que se puede medir exactamente solo 1,5 litros de agua y de otra jarra con la que se puede medir exactamente solo 3,5 litros de agua.

- a) *Usando solamente estas jarras para medir, ¿cómo reunir en un balde exactamente 20,5 litros de agua?*
- b) *¿Se puede reunir en un balde exactamente 20,5 litros de agua, usando solo la jarra de 1,5 litros?*

Los requerimientos de este problema y otros similares, que veremos más adelante, han sido creados por niños de sexto grado de primaria del colegio estatal Romeo Luna Victoria del Perú, a partir de un problema con la misma información. Es decir, han creado problemas por variación, manteniendo la información y modificando los requerimientos.

Esta es una muestra más de la potencialidad creativa de los niños y una ocasión más para reflexionar sobre la importancia de desarrollar las clases de matemáticas, en todos los niveles educativos, estimulando a nuestros estudiantes a crear problemas.

El marco en el que los niños crearon los nuevos problemas, es una experiencia didáctica desarrollada por el profesor de educación primaria Jorge Cárdenas Canchanya, como parte de su trabajo de tesis de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas en la Pontificia Universidad Católica del Perú, cuya asesoría estuvo a mi cargo. Este es uno de los primeros trabajos de tesis en el Perú, en el campo de la Educación Matemática, tratando la creación de problemas (“problem posing” en la literatura en inglés). En verdad, los trabajos en este campo, aun a nivel internacional, no son tan abundantes como los trabajos referidos a resolución de problemas, pero últimamente se está publicando más. Una muestra de ello es el libro de 569 páginas *Mathematical Problem Posing. From Research to Effective Practice*, editado por F.M Singer, N. Ellerton y J. Cai y publicado recientemente por Springer en el 2015; y otra muestra es el volumen 83 de la revista *Educational Studies in Mathematics*, publicado en mayo del 2013, íntegramente dedicado a investigaciones sobre creación de problemas.

Cabe destacar que la experiencia didáctica que ahora comentamos se ubica en la línea de investigaciones desarrolladas en otros países sobre la creación de problemas por niños de educación básica. Tenemos, por citar algunas, la tesis doctoral de María F. Ayllón: *Invención-resolución de problemas por alumnos de educación primaria*, en la Universidad de Granada, en el 2012 y la investigación de Rosli, R., Goldsby, D. y Capraro, M., *Assessing students’ mathematical*

problem-solving and problem-posing skills, publicada en el 2013 en la revista. *Asian Social Science*, 9(16), pp. 54-60.

En el trabajo realizado con el profesor Cárdenas, se tuvo como propósito analizar problemas de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, creados por alumnos de sexto grado de primaria (11 ó 12 años de edad), para obtener información sobre sus capacidades creativas y matemáticas. En esa perspectiva, una de las cuatro sesiones de trabajo que diseñamos – y la que comentamos ahora – fue con medidas de capacidad y planteando situaciones problemáticas con el uso de jarras que permitían medir con exactitud cantidades de litros que no estaban expresadas por números enteros sino por expresiones decimales. Una jarra de 3,5 litros de capacidad y otra de 1,5 litros de capacidad. La idea era que a partir del problema dado, los niños crearan nuevos problemas haciendo modificaciones a los requerimientos del problema dado.

El problema inicial

A continuación mostramos la ficha de trabajo, tal como fue propuesta a los niños. La ilustración visual y el contexto escolar extracurricular que se da a la situación problemática, fueron ideadas por el profesor Cárdenas. Inclusive, en lugar de agua, se hace referencia a un refresco típico peruano, llamado “chicha morada”.

Nombres y apellidos:..... Fecha:.....

LAS JARRAS DE ANITA



FICHA N° 16

Resuelve el siguiente problema

En la casa de Anita tienen una jarra con la que solo se puede medir exactamente 1,5 litros y otra jarra con la que solo se puede medir exactamente 3,5 litros. Para la fiesta en el Colegio, con motivo del Día del Niño, Anita debe llevar cierta cantidad exacta de litros de chicha morada.

- ¿Cómo puede juntar en un bidón exactamente 13 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?*
- ¿Cómo puede juntar en un bidón exactamente 2 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?*

Hubo cierta sorpresa inicial de los niños al recibir el problema, por ser no rutinario, pero finalmente, los diez niños resolvieron correctamente ambos ítems, teniendo más dificultad en el ítem b, que los obliga a efectuar una sustracción.

Creación de problemas

Luego que resolvieron el problema dado, se les pidió que – modificando o añadiendo preguntas – inventen individualmente un nuevo problema. La idea era

hacerles vivir una experiencia de crear nuevos problemas a partir de la misma información, y esta vez, usando operaciones de adición, multiplicación y sustracción de representaciones decimales que expresaban medidas de capacidad.

Solo uno de los niños creó tres ítems, los tres en el mismo formato de pedir cómo llenar – con la información dada en el problema – determinada cantidad de litros de chicha morada en un bidón. Usaremos la letra C para representar a las cantidades de líquido que se quiere reunir, usando las jarras dadas. Así, diremos, que este niño pide, en los requerimientos de su problema, reunir C litros de líquido, siendo C , respectivamente, 14, 10 y 8. Esto revela fluidez en la capacidad creativa de este niño.

Los otros nueve niños crearon dos ítems cada uno. Dos de ellos preguntaron cuántos litros se acumulan si se vacían en un bidón determinado número de jarras de 3,5 litros de chicha morada y determinado número de jarras de 1,5 litros. Podríamos tipificar estos problemas como la determinación de los C litros de líquido que se acumulan, si se vacían n jarras de 3,5 litros y m jarras de 1,5 litros, para valores enteros conocidos de n y m . A continuación mostramos en las figuras 1 y 2 los problemas específicos de dos niños:

Handwritten text in Spanish: "b) ¿Cuántos litros son si se vacían 4 veces la jarra de 3,5 litros y 7 veces el de 1,5 litros?"

Figura 1

Handwritten text in Spanish: "Si llenan el bidon con 3 jarras de 3,5 litros y 2 de 1,5 litros ¿Cuántos litros contiene el bidon?"

Figura 2

Ciertamente este tipo de requerimiento es más sencillo que los requerimientos a y b del problema inicial, pero tiene el mérito de no ser similar a tales requerimientos, lo cual refleja flexibilidad en la capacidad creativa de estos niños.

Todos los niños, en alguno de los ítems que construyeron, preguntaron cómo se podría obtener C litros de chicha morada, usando ambas jarras, para algunos valores de C mayores que 4. Estos son los casos más parecidos al ítem a del problema inicial. Un niño consideró el caso $C = 5$, que es el más sencillo pues se logra reuniendo los 3,5 litros de una jarra y los 1,5 litros de la otra jarra. Curiosamente, lo propone luego de pedir en su ítem a la obtención de 15 litros, que lo resuelve con 3 jarras de 3,5 litros y 3 jarras de 1,5 litros; o sea, tres veces 5 litros (3,5 más 1,5).

Algunos de los valores de C dados, fueron no enteros (7,5; 16,5 y 20,5), lo cual también revela flexibilidad en la capacidad creativa, al salirse del “modelo” del problema inicial, en el cual se considera solo valores enteros de C ($C = 13$ y $C = 2$). Mostramos en la figura 3 un caso específico, que en el ítem b pide juntar 7,5 litros de chicha morada usando las dos jarras.

¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 7,5 l usando las 2 jarras?

Figura 3

Es interesante notar que es un caso en que C no es menor que 5, pero obliga a una sustracción, como lo expresa el niño en su solución, que mostramos en la figura 4.

7,5 l
¿Lo puede llevar usando de 3 veces la jarra de 3,5 l y después le quita dos veces con la jarra de 1,5 l quedándole 7,5.

Figura 4

Dos niños preguntaron en su ítem b cómo se podría medir 4 litros, lo cual ya se percibe con mayor dificultad por ser un entero menor que 5 (la suma 3,5 y 1,5), que obliga a efectuar una sustracción. Sus soluciones, que mostramos en las figuras 5 y 6, fueron diferentes, ambas correctas, y no replican sus soluciones al ítem b del problema inicial, en el que se pide reunir 2 litros.

3,5 x 2 = 7,0
1,5 x 2 = 3,0
7,0 - 3,0 = 4,0

Rpt: Debe juntar 2 veces la jarra de 3,5 y la jarra de 1,5 de litro y luego restar 3,0 menos 3,0 litros para que salga 4,0 litros.

Figura 5

R: Puede juntar en un balde 4 litros exactamente, si pongo 5 jarras de 1,5 litros y luego lo vacio el balde a la jarra de 3,5 litros y queda 4 litros.

Figura 6

Un niño propone en su ítem *a* juntar 20,5 litros de chicha morada usando ambas jarras y en su ítem *b* pregunta si es posible juntar 20,5 litros de chicha morada, usando solo la jarra de 1,5 litros. Este es el problema con el cual iniciamos el presente artículo y cuya versión original copiamos en la figura 7.

¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 20,5L ~~de chicha morada~~ exactamente, solo para medir se necesitan jarras de 3,5L y 1,5L las veces que sea necesario?
 ¿Se puede alcanzar la cantidad 20,5L de chicha morada solo con la jarra de 1,5?

Figura 7

Es claro que el problema revela alta originalidad en la capacidad creativa del niño, no solo por ser el único caso, de diez, con este tipo de pregunta en su ítem *b*, sino porque la pregunta en sí misma es diferente en su estructura a todas las preguntas, tanto del problema dado como de los problemas creados, pues es una pregunta abierta. Es el tipo de preguntas que hacen reflexionar más y que, paradójicamente, son las menos frecuentes en los libros y en las aulas. El niño nos está dando un hermoso ejemplo de construcción de un problema con pregunta abierta. Más aún, considerando que es un niño de primaria, su solución, que mostramos en la figura 8, es correcta.

$$\begin{array}{r}
 15x \\
 13 \\
 \hline
 145 \\
 15 \\
 \hline
 195 + \\
 1,5 \\
 \hline
 210x
 \end{array}$$
~~25~~
 no porque se para de numero.

Figura 8

Ciertamente, para un estudiante de secundaria, un universitario, o un profesor, se exigiría un mayor rigor en su argumentación. Esto mismo nos hace ver la potencialidad del problema creado por el niño.

El lector habrá advertido que la redacción y ortografía en los textos de los problemas creados por los niños, y en sus soluciones, no siempre es la más adecuada. La creación de problemas, brinda también oportunidades para revisar

y mejorar estos aspectos; sin embargo, los profesores debemos ser conscientes de que, aun para los adultos, no es fácil redactar de la mejor manera un problema para que realmente exprese lo que el autor ha pensado y sea entendido de la misma forma por todos los lectores. Así, debemos tener sumo cuidado de no afectar el estímulo de la capacidad creativa de los niños por poner mucho énfasis en las correcciones gramaticales, de redacción y de ortografía, o por hacerlo en un momento poco oportuno.

Consideraciones finales

1. Los problemas de las jarras, que acabamos de ver, podríamos considerarlos todos como casos específicos, en contexto extra matemático, de la ecuación

$$3,5 n + 1,5 m = C$$

donde $m, n \in \mathbb{Z}$ (números enteros) y $C \geq 0$. Es claro que si m y n son números previamente dados, se determina inmediatamente C ; y que los casos más interesantes se dan al establecer un valor determinado para C y buscar valores correspondientes – que no tienen que ser únicos – para m y n . Obviamente este es un entorno matemático de ecuaciones diofánticas, que no lo conocen los niños de primaria; sin embargo, han creado problemas, inclusive uno de ellos con una pregunta abierta.

2. La experiencia didáctica descrita y comentada confirma investigaciones de otros educadores matemáticos, en el sentido de evidenciar capacidades creativas y matemáticas de niños de primaria mediante el análisis de los problemas que ellos crean.
3. Se ha evidenciado también la estrecha relación entre resolución y creación de problemas. Todos los niños resolvieron correctamente el problema propuesto, y prácticamente todos resolvieron correctamente los problemas que ellos mismos propusieron. Hubo solo un error operativo al resolver uno de los ítems de un problema creado. Este es un aspecto importante al analizar las capacidades matemáticas de los niños.
4. Se advirtió claramente el entusiasmo de los niños al crear y resolver sus propios problemas luego de haber resuelto correctamente el problema propuesto. Como hemos mencionado, se han evidenciado casos de alta flexibilidad, fluidez y originalidad.
5. La capacidad creativa mostrada por niños de primaria en solo una experiencia didáctica de cuatro sesiones, nos lleva a afirmar que los profesores podemos contribuir grandemente a desarrollar las potencialidades creativas de nuestros alumnos, si desde los primeros grados de educación inicial y primaria los estimulamos a crear problemas, a reflexionar sobre ellos y a resolverlos. Más aún nos lleva a pensar en la responsabilidad que asumimos con el futuro de nuestros educandos y de nuestro país, si no estimulamos la creatividad; o peor aún si sin darnos cuenta la estamos recortando.
6. Los profesores debemos tomar conciencia de lo importante que es incorporar la creación de problemas en las clases de matemáticas, por lo estimulante que es para el aprendizaje y el inicio en la investigación, y por lo mucho que

influye en los estudiantes, tanto en su actitud favorable hacia la matemática como en el fortalecimiento de su autoestima.

7. Incorporar la creación de problemas en las clases de matemáticas supone también una opción por una actividad docente muy creativa, en permanente búsqueda de ideas para crear problemas relacionados con los objetos matemáticos que debe tratar en sus clases y llevarlas a las aulas adecuadamente preparadas para que sean los estudiantes los que creen los problemas y el profesor el que oriente, aclare, complemente y se involucre en un aprendizaje conjunto con sus alumnos.