

Desarrollo de competencia matemática en la educación secundaria desde la percepción de estudiantes y profesores del curso Matemática Elemental de la Universidad de Costa Rica

Floria Arias Tencio, Kattia Rodríguez Ramírez

Fecha de recepción: 22/07/2012
 Fecha de aceptación: 10/06/2013

Resumen	<p>En este trabajo se presentan las percepciones de un grupo de alumnos que han iniciado estudios universitarios y sus profesores, sobre si determinadas acciones, que favorecen el desarrollo de la competencia matemática, se realizaron durante su etapa de educación secundaria (13 a los 17 años). Estos resultados son parte de la investigación <i>Caracterización de la formación matemática en la educación secundaria de los estudiantes del curso MA-0125: Matemática Elemental de la Universidad de Costa Rica</i>, que se realizó durante los años 2010-2011, en la cual se consultaron distintas temáticas relacionadas con el quehacer matemático en las aulas de educación secundaria. El propósito de dicha investigación, más amplia, es profundizar en la comprensión del insatisfactorio desempeño matemático que muestran una mayoría de los estudiantes del curso Matemática Elemental.</p> <p>Palabras clave: educación matemática, enseñanza de la matemática, competencia matemática.</p>
Abstract	<p>In this paper we present the perceptions of a group of freshman students, taking a mathematics course, and that of their instructors at the University of Costa Rica in regard to the development of skills for mathematical competency. The researchers studied whether specific actions had taken place to develop the students' skills for mathematical competency during their high school years (i.e. seventh to eleventh grades). The students' perceptions were compared to those of their university math instructors. These results derive from a macro investigation entitled "Characterization of the mathematical education at the secondary level of the students taking the course MA-0125 <i>Matemática Elemental</i> at the University of Costa Rica," which the researchers carried out during the years 2010-2011. This macro investigation answered questions about a variety of concerns regarding the teaching of mathematics at the secondary level. The purpose of the study is to shed light on the students' low level of mathematical proficiency on the course MA-0125 <i>Matemática Elemental</i>.</p> <p>Keywords: mathematics education, teaching mathematics, mathematical competency</p>
Resumo	<p>Neste trabalho são apresentadas as percepções de um grupo de alunos que iniciaram seus estudos universitários e de seus professores, sobre se determinadas ações, que favorecem o desenvolvimento da competência matemática, o estudo foi realizado durante a etapa de ensino médio (de 13 a 17 anos). Os resultados fazem parte da pesquisa: <i>Caracterização da formação matemática no ensino médio dos estudantes do curso MA-0125: Matemática Elemental da Universidade de Costa Rica</i>; realizada nos anos 2010-2011. Na pesquisa foram consultados vários temas relacionados aos trabalhos matemáticos realizados nas salas de aula do ensino médio. O propósito da pesquisa, de forma mais abrangente, é examinar a fundo para compreender o insatisfatório desempenho matemático que mostram a maioria dos estudantes do curso Matemática Elemental.</p> <p>Palavras-chave: educação matemática, ensino de matemática, competência matemática.</p>

1. Introducción

La Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica imparte el curso MA-0125: Matemática Elemental, el cual es un curso inicial que está dirigido a estudiantes de carreras tales como Administración Pública, Administración Aduanera, Dirección de Empresas, Contaduría Pública, entre otras y que se plantea como la base para continuar estudios específicos de cada carrera. Aproximadamente un 65% de los temas que se estudian están planteados en el Programa de Matemáticas de Educación Secundaria del Ministerio de Educación Pública y un porcentaje mayor son estudiados en los colegios privados. De manera que en el curso, muchos de los temas son abordados como un complemento de la educación matemática recibida en la secundaria.

Las estadísticas de las promociones de los últimos ciclos lectivos; muestran que sólo el 33.9% de los estudiantes matriculados aprobaron el curso MA-0125; además, es notoria la cantidad de estudiantes que hacen retiro de matrícula, en particular el I Ciclo lectivo de cada año. Estos resultados coinciden, además, con la percepción de las autoras de este trabajo, quienes han impartido éste y otros cursos iniciales de matemáticas en la universidad y se desempeñaron como profesoras de matemática en la educación secundaria, sobre un deterioro en la formación matemática de los estudiantes de la educación media de los últimos 10 años, muchos de los cuales no muestran los conocimientos y habilidades matemáticas mínimas que les permita desempeñarse adecuadamente en los cursos iniciales como el MA-0125.

Ahora bien, un tratamiento importante de una problemática como ésta, relacionada con la transición entre la secundaria y la universidad, es documentar y analizar, con mayor detalle, la formación matemática de la educación secundaria de los estudiantes del curso MA-0125, de manera que se puedan plantear directrices y sugerencias metodológicas para los profesores que imparten el curso. Aunque el problema de la transición entre la secundaria y la universidad es complejo, un estudio como el que se realizó puede contribuir a explicar las razones centrales del desempeño deficiente de los estudiantes en el curso y aportar los criterios necesarios para proponer desde un punto de vista realista y objetivo mejoras al curso, que conlleven a disminuir la deserción temprana, a mejorar el porcentaje de promoción y sobre todo a lograr un desempeño matemático de los alumnos más satisfactorio. A su vez, plantear mejoras en las prácticas de enseñanza y de aprendizaje que se realizan en la educación secundaria.

La caracterización de la formación matemática recibida por los estudiantes del curso MA-125 en la educación secundaria, puede construirse desde diversas ópticas y fuentes; por ello se hizo necesario delimitar el estudio en algunos aspectos; a su vez, se consideró necesario el planteamiento de algunos supuestos conceptuales que permitieran sustentar tanto las decisiones metodológicas como el análisis de la información recopilada. Se definieron así seis temáticas que las autoras valoraron como prioritarias: saber matemático y saber matemático escolar, construcción del conocimiento matemático, contrato didáctico, rol del profesor de matemáticas, del alumno y del saber matemático escolar, competencia matemática, errores y obstáculos en el aprendizaje de la matemática y la tecnología en el aula de matemáticas.

Con relación al tópico competencia matemática, se tiene, por una parte, que uno de los objetivos generales de la formación matemática de la educación secundaria es que sus egresados hayan adquirido un nivel de competencia matemática que les permita realizar diversidad de tareas matemáticas que involucren conceptos y procedimientos matemáticos. Por otra parte, por tratarse de un ciclo concluido de formación general, se espera que los estudiantes de MA-125 evidencien competencia matemática. Si bien no se ha realizado en esta investigación una evaluación directa de la competencia matemática de los alumnos del curso MA-125 como la que se hace con las pruebas PISA 2003 (INECSE; 2005; OCDE, 2003), los limitados resultados de los alumnos egresados en este curso se pueden considerar un indicador relevante de un bajo nivel de competencia matemática.

Una vez, aceptado que los alumnos provenientes de la secundaria tienen, en general, un bajo nivel de competencia matemática, nuestro objetivo de investigación ha sido caracterizar cómo se ha desarrollado la competencia matemática en secundaria para que los alumnos muestren este bajo nivel en el curso MA-125. En esta línea, algunas de las preguntas que nos formulamos fue ¿Cuáles son las acciones, asociadas al desarrollo de la competencia matemática, que son percibidas por los estudiantes como frecuentes en sus experiencias de clase de educación secundaria? y ¿Cuáles acciones de competencia matemática perciben los profesores del curso como dominantes en sus estudiantes?

En este artículo, se presentan los hallazgos obtenidos con respecto a la temática competencia matemática. En concreto, se presentan resultados de las percepciones que tienen los estudiantes y profesores del curso, sobre la realización, en su etapa de enseñanza secundaria, de ciertas acciones que desarrollan la competencia matemática. Las percepciones de los estudiantes revelan sus experiencias de formación matemática. Si bien puede suceder que los estudiantes no logren manifestarlas con el mismo lenguaje que sus profesores, ello no significa que éstas no sean válidas. Todo lo contrario, la coherencia o no en sus percepciones, también constituyen evidencias de construcciones adecuadas o no acerca de su formación matemática.

2. Supuestos teóricos: Dimensiones de competencia matemática

Para la consulta a los estudiantes y profesores sobre su percepción de la presencia de acciones asociadas al desarrollo de la competencia matemática, el primer paso fue caracterizar indicadores de desarrollo de competencia matemática. Para esto se estudiaron diversos autores sobre el tema competencia matemática tales como Goñi (2008); Llinares (2003), Niss & Hojgaard (2011), Lupiáñez (2010), Informe PISA (2003). Considerando el referente de conocimiento de la población a consultar, se valoró como conveniente asumir las dimensiones de competencia matemática específicas propuestas por Llinares (2003) y que permiten de manera puntual extraer acciones concretas asociadas al desarrollo de competencia matemática desde los niveles escolares iniciales.

Este autor vincula el logro de la competencia matemática con el desarrollo de cinco dimensiones de manera integrada: comprensión conceptual, destrezas procedimentales, comunicar, explicar y argumentar matemáticamente, pensamiento

estratégico y actitudes positivas hacia la capacidad de aprender matemáticas; las cuales permiten derivar acciones más puntuales sobre lo que se espera pueda hacer un estudiante.

Una dimensión de la competencia matemática del alumno es la *comprensión conceptual*. El desarrollo de esta dimensión depende de cómo el estudiante representa mentalmente y relaciona las diferentes partes del contenido matemático y lo usa en la resolución de problemas. De ahí la importancia, como señala Llinares (2003) que el profesor genere espacios de presentación y discusión de aquellos procedimientos que pongan de manifiesto relaciones entre conceptos que son usados como herramientas para resolver la tarea matemática.

Una tarea matemática que permite la generación y discusión de diferentes procedimientos, proporciona un aprendizaje más poderoso. El poder mostrar la relación entre diferentes nociones matemáticas como instrumentos de resolución de un problema propuesto, le permite al estudiante comprender bien las relaciones entre las partes del conocimiento que fueron establecidas y utilizadas. De esta actividad podemos inferir que los estudiantes podrían estar construyendo nuevo conocimiento.

En cuanto a la segunda dimensión, el *desarrollo de destrezas procedimentales* Llinares se refiere a:

(...) conocer los procedimientos matemáticos, conocer cómo y cuándo usarlos apropiadamente, y ser flexible ante la posibilidad de adaptarlos a las diferentes tareas propuestas. Es decir la destreza en realizar los procedimientos de manera flexible, correcta y eficaz. En cierta medida, el desarrollo de las destrezas procedimentales debe estar vinculado con la comprensión conceptual de los conceptos que fundamentan los procedimientos. (Llinares, 2003, p. 16)

De manera que cuando el docente diseña las tareas matemáticas que va a delegar a sus alumnos, debería tener presente que los diferentes contenidos de las matemáticas escolares están intrínsecamente relacionados. Lo anterior contribuye a ver las nociones y procedimientos matemáticos como herramientas que ayudan a resolver problemas matemáticos. Otro aspecto importante en el desarrollo de las destrezas procedimentales, es la posibilidad de que los estudiantes puedan usar variedad de estrategias mentales con lápiz y papel, usando calculadoras, construcciones, etc.

El desarrollo de las destrezas procedimentales se consigue en relación con la comprensión conceptual que es la que permite una aplicación más flexible de los procedimientos, e incluso ayuda a su uso idóneo como, instrumentos de resolución de las tareas matemáticas. Así también, la destreza en el manejo de un determinado nivel de los algoritmos contribuye al desarrollo de la comprensión conceptual. Cuando los algoritmos se aprenden como una colección de recetas, sin relación entre ellas, son más fáciles de olvidar o de confundir y por tanto el aprendizaje de nuevas ideas matemáticas se convierte en una labor más dura o bien imposible.

Llinares plantea la tercera dimensión *comunicar, explicar y argumentar matemáticamente* y la resalta como un elemento clave en la capacitación matemática de los alumnos ya que:

- Apoya y ayuda a desarrollar la comprensión conceptual al ser un contexto en el que se establecen relaciones entre conceptos y procesos.
- Desarrolla las destrezas procedimentales por ser un contexto que favorece la clarificación y justificación de los procedimientos empleados.

Más que imitar el procedimiento dado en el libro de texto, deben reflexionar sobre los significados implicados, ya que compartir su trabajo implica más que sólo «mostrar» el procedimiento seguido, implica explicar y justificar. En este sentido la comunicación es necesaria para construir competencia matemática. (Linares, 2003, p. 18-19)

La socialización de las producciones matemáticas, así como de los procesos que se siguieron para conseguir éstas, es sin duda una excelente estrategia para clarificar las ideas y para desarrollar la capacidad de establecer conexiones entre las nociones y procedimientos. De ahí la importancia de que el profesor de matemáticas propicie espacios para que el estudiante presente ante sus compañeros y profesor no sólo sus razonamientos, sino también la justificación de éstos; así como que tenga que ampliar, validar o refutar los de sus compañeros. Se trata de que los estudiantes aprendan por una parte a hablar matemáticamente y por otra, a hablar de las matemáticas. Lo anterior es, a su vez, una buena evidencia de comprensión conceptual y procedimental.

Con la dimensión *pensamiento estratégico*, Linares se refiere a la capacidad de identificar estructuras comunes en representaciones y contextos diferentes. Se trata de la capacidad de inventar una forma de enfrentar la tarea matemática asignada, que a su vez está relacionada con un pensamiento flexible ante la resolución de problemas no rutinarios. Según Linares:

Para formular un problema los alumnos deben ser capaces de identificar aquello que puede ser relevante y de establecer relaciones, por consiguiente un aspecto de esta capacidad se manifiesta cuando los alumnos llegan a ser capaces de identificar estructuras generales en situaciones diferentes. (Linares, 2003, p. 19)

Cuando los alumnos logran identificar relaciones generales válidas en determinado contexto matemático, las pueden adaptar o bien formular nuevos procesos de resolución, relacionando las nociones previas al nuevo contexto. Esto es una manifestación del uso flexible de diferentes procesos de resolución de problemas apoyado en la capacidad de relacionar los datos de manera idónea.

En cuanto a la última dimensión, sabiendo que el aprendizaje es una tarea completamente personal en la cual ninguna labor que realice el docente es garantía absoluta de su logro, tiene sentido asumir entonces que la disposición de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas es fundamental. El desarrollo de esta actitud positiva está determinado, en buena medida, con el tipo de oportunidades que el docente ofrece a sus estudiantes y con el tipo de tareas matemáticas que se les demande; de acuerdo con Linares:

El desarrollo de actitudes positivas hacia las matemáticas se relaciona con verse a uno mismo capaz de resolver las tareas matemáticas y ser capaz de aprender matemáticas considerando útil y con sentido el contenido matemático. Desarrollar esta disposición positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas y las propias matemáticas requiere que los alumnos puedan tener oportunidades de dotar de sentido al contenido matemático y de tener la oportunidad de aportar al proceso de generar significado matemático. (Linares, 2003, p.20)

3. Descripción de la investigación

Se trata de una investigación descriptiva que pretende caracterizar las percepciones que tienen los alumnos y sus profesores del curso MA-125, sobre determinadas acciones que se producían en su proceso de instrucción durante su etapa de educación secundaria. Se inscribe dentro de un enfoque metodológico de

tipo mixto (Johnson y Onwuegbuzie, 2004), puesto que se trata de un estudio en el que se considera la observación de variables cuantitativas (grado de acuerdo con las afirmaciones de un cuestionario) y cualitativas (afirmaciones del cuestionario). En este estudio, se realizan algunos intentos de correlacionar variables para no quedarse en la descripción de los hechos desde la percepción de los informantes, no se establecen relaciones causales, únicamente se examinan relaciones o asociaciones entre algunas variables.

El estudio se desarrolló básicamente en cuatro fases: construcción del marco teórico, trabajo de campo, análisis de la información aportada por los informantes y elaboración de conclusiones. Estas fases se desarrollaron de manera simultánea en intensidades distintas, de acuerdo con las necesidades e interrogantes que se presentaron durante la investigación.

3.1. Consulta a estudiantes

Para recopilar las percepciones de los estudiantes sobre las diversas temáticas tratadas en el marco teórico relacionadas con la formación matemática de educación secundaria y en particular competencia matemática; se siguieron dos procedimientos. Primero se elaboró un cuestionario piloto y una entrevista guiada a una muestra de estudiantes matriculados en el II Ciclo 2009. De esta forma, en el cuestionario piloto se realizaron todas las modificaciones de acuerdo con las recomendaciones en cuanto a vocabulario, secuencia, enunciados de preguntas (que no comprendieron los estudiantes) y se adicionaron preguntas que ayudaron a complementar los objetivos de esta investigación de acuerdo con el referente teórico.

El cuestionario (definitivo) se aplicó a una muestra de 169 estudiantes matriculados en el curso en el I Ciclo 2010 de un total de 682. Los estudiantes de la muestra eran de primer ingreso o habían ingresado a la Universidad en el 2009. Se consideró que ésta era una buena muestra en cantidad y características porque los informantes contaban con poca o ninguna formación matemática universitaria, que pudiera interferir en sus percepciones de la formación matemática de educación secundaria. En la siguiente tabla se describe la población estudiantil consultada.

Tabla 1. Descripción de la muestra de informantes IC- 2010

CARRERA	GÉNERO		MODALIDAD COLEGIO*					CARNÉ		TOTAL
	M	F	Ac	Ag	EA	Te	Ci	A9	B0	
Administración Pública	3	3	5		1			4	2	6
Administración Aduanera	9	13	20		1	1		2	20	22
Agronomía	1		1						1	1
Asistente de Laboratorio	3	4	7					1	6	7
Contaduría Pública	7	12	13		1	5			19	19
Dirección de Empresas	46	57	84	2		17		7	96	103
Geografía	4	1	5					3	2	5
Ingeniería Química		2	2					1	1	2
Ingeniería Civil	1		1						1	1
Microbiología		1	1					1		1
Promoción de la Salud		2	2					1	1	2
TOTAL	74	95	141	2	3	23		20	149	169

* Ac. Académico Ag. Agropecuario EA. Educación abierta Te. Técnico Ci. Científico

El instrumento se aplicó en forma administrada en la segunda sesión de clase del I Ciclo 2010, se explicó a los informantes el trabajo a realizar, de manera simultánea se leyó la instrucción de cada parte y en algunos casos se explicó más detenidamente lo que se solicitaba. Consta de siete partes donde se combinan diferentes tipos de preguntas y cada una responde a una temática específica. Con respecto a la temática *Matemáticamente Competente*, VII Parte del instrumento, se presenta un cuadro con 12 afirmaciones relacionadas con posibles acciones que se dan en una clase de matemática, todas ellas derivadas de los supuestos teóricos. El estudiante debía indicar la frecuencia con que se daba dicha acción en sus clases de matemática de secundaria, utilizando la escala de valoración dada. Seguidamente aparece el extracto del cuestionario; el número de cada acción es el indicado en el instrumento según secuencia.

VII PARTE. Matemáticamente competente

A continuación se presenta un cuadro que contiene en la columna izquierda afirmaciones relacionadas con acciones posibles en una clase de matemática. Utilice la escala dada abajo para indicar la frecuencia con la cual se daba en sus clases de matemática de secundaria la acción indicada a la izquierda:

1: nunca 2: casi nunca 3: algunas veces 4: casi siempre 5: siempre

Tabla 2. Acciones asociadas al desarrollo de competencia matemática

En la clase de matemáticas en secundaria,	1	2	3	4	5
45. Era posible adaptar un método de solución de otros problemas diferentes para resolver problemas nuevos.					
46. Era posible generar y discutir diferentes procedimientos para resolver un problema.					
47. Adaptaba correctamente procedimientos aprendidos y utilizados en álgebra para resolver un problema en geometría.					
48. Para resolver un problema utilizaba variedad de estrategias: mentales, con lápiz y papel, calculadora, materiales concretos, dibujos, diagramas.					
49. Lograba conectar o relacionar entre sí los procedimientos distintos, por ejemplo los de factorización, los de resolución de ecuaciones, etc.					
50. Sabía identificar el error cometido en un proceso y justificarlo.					
51. Era necesario proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se podían usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.					
52. Si no comprendía la explicación del profesor o compañero hacía preguntas hasta convencerme de la validez de lo propuesto.					
53. Lograba identificar patrones en situaciones diferentes.					
54. Me consideraba capaz de resolver los ejercicios que planteaba el profesor.					
55. Consideraba útil y con sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.					
56. Mi profesor consideraba que todos podíamos aprender matemáticas.					

Para analizar la información recopilada en esta parte del cuestionario, como un *primer nivel*, se estableció la frecuencia de cada uno de los 12 indicadores en cada una de los valores de la escala dada, esto permitiría determinar las acciones más y las menos frecuentes y procurar observar alguna tendencia. Como un *segundo nivel*, se realizó un análisis por dimensión de desarrollo de competencia. Para valorar un estudiante como alumno de una clase de secundaria que según sus percepciones desarrolló la competencia matemática, se definió que el informante debería mostrar la presencia del conjunto de indicadores de una misma dimensión como “siempre” o “casi siempre”. De lo contrario, se pensaría que se trataban de acciones matemáticas que se dieron de manera aislada en la clase de matemática de secundaria y que no necesariamente garantizan el desarrollo de la competencia matemática. Por esta razón, para efectos del análisis de la información las investigadoras definieron el siguiente criterio:

- Una valoración de 4 ó 5 en todos los indicadores, se interpreta como que el informante desarrolló adecuadamente la dimensión.
- Una valoración de 1, 2 ó 3 en alguno de los indicadores se interpreta como que el informante no desarrolló adecuadamente la dimensión.

En la tabla siguiente se muestran las dimensiones de desarrollo de competencia matemática y los indicadores de cada una de ellas.

Tabla 3. Dimensiones de competencia matemática e indicadores de cada una

Dimensión	Indicadores
Comprensión conceptual	Proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se podían usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.
	Considerar útil y con sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.
Destrezas procedimentales	Adaptar correctamente procedimientos aprendidos y utilizados en álgebra para resolver un problema en geometría.
	Utilizar variedad de estrategias: mentales, con lápiz y papel, calculadora, materiales concretos, dibujos, diagramas, para resolver un problema.
	Conectar o relacionar entre sí los procedimientos distintos, por ejemplo los de factorización, los de resolución de ecuaciones, etc. Identificar el error cometido en un proceso y justificarlo.
Pensamiento estratégico	Adaptar un método de solución de otros problemas diferentes para resolver problemas nuevos.
	Generar y discutir diferentes procedimientos para resolver un problema.
	Adaptar correctamente procedimientos aprendidos y utilizados en álgebra para resolver un problema en geometría.
	Identificar patrones en situaciones diferentes.
Comunicación matemática	Proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se podían usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.
	Plantear preguntas cuando no se comprende la explicación del profesor o compañero hasta convencerse de la validez de lo propuesto.
Actitud positiva en relación con sus capacidades matemáticas	Percibir capacidad para resolver los ejercicios que plantea el profesor.
	Percibir que el profesor considera que todos pueden aprender matemáticas.

En síntesis, inicialmente los resultados se analizaron por indicador, posteriormente por dimensiones y finalmente, una valoración general sobre la presencia de acciones para el desarrollo de la competencia matemática en las clases de secundaria de los informantes. Con el análisis de la información por dimensiones de competencia podría quedar evidente que los estudiantes pudieron desarrollar en mayor o menor medida una dimensión u otra. Pero debe tenerse claro que únicamente el desarrollo adecuado de las cinco dimensiones podría indicar desarrollo de la competencia matemática. Por ello se analizó lo contestado sujeto por sujeto para determinar cuántos perciben haber desarrollado 4 ó más de las dimensiones.

3.2. Consulta a profesores

Para construir el cuestionario de consulta a los docentes que han impartido el curso, se realizó un grupo focal que planteó la discusión sobre seis de las temáticas, una vez que se explicaron los objetivos del estudio. Esta consulta permitió aclarar algunos supuestos conceptuales y derivar información base a considerar en el cuestionario, el cual finalmente se planteó de acuerdo con los resultados iniciales del cuestionario para estudiantes, el grupo focal, así como el referente teórico y la experiencia de las investigadoras. Algunos de los enunciados propuestos se derivaron del cuestionario de estudiantes, con el propósito de establecer coincidencias o discrepancias entre las percepciones de los estudiantes y las de los profesores; esto permitiría también confirmar información o bien explicar diferencias. Este instrumento consta de seis partes combinando dos tipos de preguntas: abiertas y cerradas de respuesta dicotómica y de escogencia.

La consulta sobre la presencia de acciones asociadas a competencia matemática, se realizó en diversas partes del cuestionario. Para valorar si estas acciones predominan en una mayoría de los estudiantes durante su desempeño en el curso, los profesores debían indicar su criterio acuerdo o desacuerdo de la presencia de éstas en más del 70% de sus estudiantes.

Este cuestionario se aplicó a diecisiete profesores que han impartido el curso MA-0125 más de una vez y con experiencia en la educación secundaria. La solicitud a cada uno de los profesores para aplicar el cuestionario se realizó vía telefónica y por correo electrónico. Cada profesor fue visitado en la hora y lugar acordado en el recinto Rodrigo Facio, se le entregó el documento y éste debió ser contestado en el mismo momento.

Para registrar la información recolectada se diseñó una plantilla de tabulación en la cual se indicó la valoración SI o NO de cada docente para cada indicador en la presencia de la acción de competencia en más del 70% de sus estudiantes. Seguidamente, utilizando la Tabla N° 3 se agruparon por dimensión de competencia y se determinaron las frecuencias totales para cada acción para hacer el análisis de la información según las dimensiones.

4. Resultados y discusión

Se considera que lo valioso de la información recopilada es la posibilidad de identificar las acciones matemáticas con mayor presencia o menor presencia en la formación matemática de los estudiantes en su etapa de educación secundaria. De manera que esta información se haga del conocimiento de los docentes de

secundaria y de los cursos iniciales universitarios para generar estrategias didácticas que tiendan a favorecer la presencia de tales acciones en el desarrollo de tareas matemáticas. A continuación se presentan los resultados en tres partes: la primera se refiere a las percepciones de los estudiantes, la segunda a la de los profesores del curso y la tercera una síntesis de contraste de ambas versiones.

4.1. Percepciones de los estudiantes sobre su competencia matemática

El análisis por indicador permitió notar que la mayoría de los estudiantes concentran la mayor frecuencia en la opción “algunas veces”, que suele ser la opción que utilizan los informantes para no exteriorizar una posición definitiva ante la consulta y que en este caso sólo podría interpretarse como producto de un proceso de formación matemática sin una línea clara en el desarrollo de competencia matemática. Es de notar también, que todos los indicadores, excepto el N°56, muestran un número reducido de informantes que señalan con “siempre” la frecuencia con que se dieron en sus clases de matemáticas de secundaria las acciones consultadas. Los indicadores 50 y 53 no fueron valorados por 4 informantes, se cree que esto se debe a que los estudiantes no comprendieron las afirmaciones, según las indicaciones dadas en la aplicación del instrumento.

La tabla siguiente muestra el comportamiento de los datos por indicador, lo cual permite determinar los más frecuentes y los menos frecuentes.

Tabla 4. Frecuencia relativa de la presencia de cada indicador en una clase de matemáticas de secundaria

Indicador	Nunca, casi nunca o algunas veces	Casi siempre o siempre
En la clase de matemáticas en secundaria,		
45. Era posible adaptar un método de solución de otros problemas diferentes para resolver problemas nuevos.	66.3%	33.7%
46. Era posible generar y discutir diferentes procedimientos para resolver un problema.	43.9%	56.2%
47. Adaptaba correctamente procedimientos aprendidos y utilizados en álgebra para resolver un problema en geometría.	56.8%	42.6%
48. Para resolver un problema utilizaba variedad de estrategias: mentales, con lápiz y papel, calculadora, materiales concretos, dibujos, diagramas.	29.6%	70.4%
49. Lograba conectar o relacionar entre sí los procedimientos distintos, por ejemplo los de factorización, los de resolución de ecuaciones, etc.	44.4%	55.0%
50. Sabía identificar el error cometido en un proceso y justificarlo.	54.3%	41.4%
51. Era necesario proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se podían usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.	67.5%	32.0%
52. Si no comprendía la explicación del profesor o compañero hacía preguntas hasta convencerme de la validez de lo propuesto.	45.0%	54.3%
53. Lograba identificar patrones en situaciones diferentes.	64.5%	33.1%
54. Me consideraba capaz de resolver los ejercicios que planteaba el profesor.	27.2%	72.2%
55. Consideraba útil y con sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.	46.2%	53.3%
56. Mi profesor consideraba que todos podíamos aprender matemáticas.	17.8%	81.7%

De la tabla anterior, tres indicadores sobresalen en las respuestas de los informantes como *acciones poco o nada frecuentes* durante la secundaria, debido a que más del 64% (esto es 109 informantes) indican que se trata de acciones que realizaban en sus clases de matemáticas nunca, casi nunca o algunas veces:

- Adaptar un método de solución de otros problemas diferentes para resolver problemas nuevos.
- Identificar patrones en situaciones diferentes.
- Proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se pueden usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.

Así también, tres indicadores son señalados por más del 70% de los informantes (esto es 119 estudiantes) como las acciones o percepciones *con mayor presencia* en sus clases de matemáticas:

- Utilizar variedad de estrategias para resolver un problema: mentales, lápiz y papel, calculadora, materiales concretos, dibujos o diagramas.
- Se consideraba capaz de resolver los ejercicios que planteaba el profesor.
- Su profesor consideraba que todos los estudiantes podían aprender matemáticas.

La ausencia de los tres indicadores valorados como menos frecuentes, debilitan de una forma importante la formación matemática de los estudiantes, porque se refieren a acciones fundamentales que permiten una comprensión más profunda de los conceptos y procedimientos matemáticos. En cuanto a los indicadores con mayor presencia, dos de ellos se refieren a una misma dimensión, actitud positiva hacia aprender matemáticas, que si bien es importante, su desarrollo no garantiza en nada la formación de jóvenes matemáticamente competentes.

La siguiente tabla muestra la distribución de las valoraciones de los estudiantes en cada una de las dimensiones, según su desarrollo adecuado o no.

Tabla 5. Número de informantes por dimensión de competencia según su desarrollo

Dimensión \ Desarrollo	Comprensión Conceptual		Destrezas Procedimentales		Pensamiento Estratégico		Comunicación Matemática		Actitud positiva	
	F. A	F. R	F. A	F. R	F. A	F. R	F. A	F. R	F. A	F. R
Adecuado	34	20.1%	13	7.7%	27	16%	32	18.9%	104	61.5%
No Adecuado	135	79.9%	156	92.3%	142	84%	137	81.1%	65	38.5%

Debe notarse que únicamente en una de las cinco dimensiones, *actitud positiva hacia aprender matemáticas*, más del 60% de los estudiantes perciben haber desarrollado adecuadamente esta dimensión de competencia matemática. Es decir, el 61.5% de los estudiantes se considera capaz de aprender matemáticas. Este resultado tan contrastante con el resto de las dimensiones, debe interpretarse con sumo cuidado. Por una parte, es muy valioso que los estudiantes se perciban capaces de resolver las tareas matemáticas que planteaba su profesor y que aprecien que éste los considera capaces de aprender matemáticas. Sin embargo, es muy importante tener en cuenta que esta actitud es construida a partir de las

actividades matemáticas a las que han sido expuestos y obviamente a las exigencias o demandas de éstas; las cuales no necesariamente responden a un verdadero quehacer matemático. Así por ejemplo, es de resaltar que más del 80% de los estudiantes resultaron con un desarrollo no adecuado en todas las dimensiones excepto en la afectiva.

Ahora bien, de los 65 estudiantes que no mostraron una actitud positiva hacia sus capacidades de aprender matemáticas, 51 de ellos mostraron un desarrollo no adecuado en todas las otras dimensiones. Del resto, el 12.3% (es decir 8 informantes), mostraron un desarrollo adecuado únicamente en una del resto de las dimensiones. Resaltamos este hecho porque es frecuente asociar la actitud que se tiene en relación con las capacidades de aprender, con el desempeño general en la disciplina.

Por otra parte, en la tabla N°5 destaca que un número muy elevado de sujetos 92.3%, no lograron un desarrollo adecuado en destrezas procedimentales, lo que podría discrepar con la idea de que se tiene que en la secundaria domina una formación matemática basada en procedimientos y algoritmos. Sin embargo, esto no es una incoherencia porque los indicadores consultados, no se refieren a la aplicación memorística de los procedimientos y algoritmos, sino una aplicación en la que media la comprensión conceptual. Además esta percepción coincide plenamente con la de las investigadoras, al observar que un número elevado de estudiantes suelen tener un desempeño muy deficiente en el curso, aún en los procedimientos algebraicos más elementales porque todos éstos los asocian con el uso inadecuado e indiscriminado de la calculadora, o bien, con la repetición.

Con relación a las otras cuatro dimensiones, es posible identificar tres indicadores con la mayor frecuencia en las valoraciones de “nunca” o “casi nunca”, en orden de frecuencia éstos son:

- Proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se pueden usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.
- Adaptar correctamente procedimientos aprendidos y utilizados en álgebra para resolver un problema en geometría.
- Generar y discutir diferentes procedimientos para resolver un problema.

Los tres, son indicadores importantes de resaltar porqué están relacionados con más de una de las dimensiones. En el caso del primero, propiciar esta acción en la clase de matemáticas está relacionado con el desarrollo de la comprensión conceptual y la comunicación de las ideas matemáticas, ambas dimensiones interactúan y se apoyan una a la otra en su perfeccionamiento. El segundo indicador, tiene que ver con la capacidad de trasladar o generalizar lo que se aprende en un contexto. Esto es fundamental cuando se quiere construir el quehacer matemático como la interrelación de ideas o conceptos en un marco definido y no como objetos aislados o segmentados que demandan hacer y rehacer las tareas unas desligadas de las otras.

Como se apuntó anteriormente, la valoración de “algunas veces” tiene una presencia muy alta en todos los indicadores excepto en el N°56. Es decir, en general los estudiantes optaron por una respuesta parcial al valorar la frecuencia en sus clases de las acciones matemáticas consultadas, lo que nos hace suponer que no se

dio una presencia dominante o muy frecuente de las mismas; sino más bien acciones aisladas.

4.2. Percepciones de algunos profesores del curso sobre la competencia matemática de sus estudiantes

La siguiente tabla muestra las valoraciones realizadas por los 17 profesores del curso consultados sobre si consideran que más del 70% de sus estudiantes, realizan durante su desempeño en el curso las acciones definidas como indicadores de competencia matemática.

Tabla 6. Frecuencia de las valoraciones docentes sobre la presencia de cada indicador en más del 70% de sus estudiantes

Dimensión	Indicadores	Número de profesores que consideran que más del 70% de sus estudiantes realizan la acción indicada	
		Número	Porcentaje
Comprensión conceptual	Proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se podían usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.	3	17.6%
	Considerar útil y con sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.	1	5.9%
Destrezas procedimentales	Adaptar correctamente procedimientos aprendidos y utilizados en álgebra para resolver un problema en geometría.	4	23.5%
	Utilizar variedad de estrategias: mentales, con lápiz y papel, calculadora, materiales concretos, dibujos, diagramas, para resolver un problema.	5	29.4%
	Conectar o relacionar entre sí los procedimientos distintos, por ejemplo los de factorización, los de resolución de ecuaciones, etc.	5	29.4%
	Identificar el error cometido en un proceso y justificarlo.	4	23,5%
Pensamiento estratégico	Adaptar un método de solución de otros problemas diferentes para resolver problemas nuevos.	4	23,5%
	Generar y discutir diferentes procedimientos para resolver un problema.	4	23,5%
	Adaptar correctamente procedimientos aprendidos y utilizados en álgebra para resolver un problema en geometría.	4	23,5%
	Identificar patrones en situaciones diferentes.	5	29,4%
Comunicación matemática	Proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se podían usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.	3	17,6%
	Plantear preguntas cuando no se comprende la explicación del profesor o compañero hasta convencerse de la validez de lo propuesto.	8	47,1%
Actitud positiva en relación con sus capacidades matemáticas	Percibir capacidad para resolver los ejercicios que plantea el profesor.	0	0%
	Percibir que el profesor considera que todos pueden aprender matemáticas.	No se consultó	

Todas las acciones son valoradas por más del 47% de los profesores como que la mayoría de sus estudiantes no muestran evidencias de tales acciones de competencia matemática. Únicamente, la acción “Plantear preguntas cuando no se comprende la explicación del profesor o compañero hasta convencerse de la validez de lo propuesto” es considerada por 8 docentes (47,1%) como que más del 70% de sus estudiantes la realizan durante las clases. Debe notarse que se trata de una acción que valorada al margen de las otras, no constituye ninguna evidencia de competencia matemática, porque su presencia aislada se puede interpretar como la práctica usual en una clase tradicional, donde el estudiante pregunta todo o casi todo a su profesor y asume que éste debe responderle.

Ninguna acción de competencia sobresale como presente en una mayoría de los estudiantes en ninguna de las percepciones de los profesores. Por el contrario, acciones tan importantes en matemática como adaptar un procedimiento matemático, identificar y corregir un error, generar y discutir diferentes procedimientos son valoradas por el 76,5% de los profesores como ausentes en más del 70% de sus estudiantes.

4.3. Percepciones de profesores del curso en contraste con las de sus estudiantes

Al realizar una comparación entre las valoraciones de los estudiantes y las de sus profesores del curso, debe resaltarse el contraste tan importante que se da en las percepciones de ambos grupos de informantes sobre el indicador “Considerarse capaz de resolver los ejercicios que plantea el profesor”, asociado a la dimensión actitud positiva. Como se observó en las percepciones de los estudiantes, el 72,2% valoró como altamente frecuente esto en sus clases de matemáticas, mientras que un 100% de los docentes valoran como algo ausente en más del 70% de sus estudiantes. Es decir, en general los profesores consideran que los estudiantes no tienen una actitud positiva hacia aprender matemática. Esta percepción se ve reforzada cuando un 94,1% (16) de los docentes opinan que la mayoría de sus alumnos no consideran útil y con sentido los conceptos y procedimientos matemáticos.

Resulta interesante también analizar los resultados obtenidos con respecto a la acción “Era necesario proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se podían usar ciertos conceptos o procedimientos para conseguir lo solicitado.”. Una mayoría de los estudiantes la valoran como ausente siempre o casi siempre en sus clases; de igual forma los profesores del curso MA 125, la perciben como ausente en las acciones de desempeño que evidencian sus estudiantes en las clases. En alguna medida esto podría explicar el contraste de resultados entre ambos grupos de informantes. Es decir, si los profesores del curso suponen o asumen que sus estudiantes saben justificar o argumentar su trabajo matemático y por otro lado el estudiante no espera que se le solicite esto, entonces estaríamos ante un importante choque de expectativas y demandas de ambos actores. Lo anterior podría llevar a los docentes a suponer que sus estudiantes no poseen una actitud positiva hacia aprender matemáticas. Es importante notar además que la puesta en práctica de esta acción, supone una comprensión conceptual de los procedimientos matemáticos y su aplicación, de manera que su ausencia en las clases de secundaria limitó en buena medida el alcance de dicha comprensión.

En síntesis, las percepciones de los profesores con las de sus estudiantes son coherentes en el sentido de que la formación matemática recibida en la educación secundaria no favoreció el desarrollo de al menos las cinco dimensiones de competencia matemática necesarias para un buen desempeño matemático.

5. Consideraciones finales

Básicamente tres aspectos sobresalen de la consulta a los estudiantes. La gran mayoría de los estudiantes se perciben como capaces de aprender matemáticas; optaron por una valoración media de la frecuencia en la presencia en la clase de matemáticas de la mayoría de las acciones consultadas y no mostraron, según sus percepciones, desarrollo en cuatro de las cinco dimensiones de competencia matemática.

Con respecto a la primera, es un elemento interesante de resaltar y de aprovechar de manera adecuada en el curso universitario, porque como quedó establecido los profesores de este curso consideran que sus estudiantes no tienen buena disposición hacia el aprendizaje de la matemática. La explicación de esta contradicción, en nuestra opinión está relacionada con la problemática de la transición entre la secundaria y la universidad. Lo que podría estar sucediendo, es que los estudiantes de manera muy temprana viven un choque no muy positivo entre sus experiencias en la clase de secundaria y las de la clase universitaria. Es decir, las demandas o tareas resultan muy distintas; lo cual nos parece válido de suponer considerando que la mayoría de las acciones matemáticas consultadas no tuvieron mayor presencia en sus clases de educación secundaria.

Los resultados obtenidos en el análisis por dimensión de competencia nos parecen con sentido, porque éstos son similares en todas las dimensiones. Es decir el desarrollo o no de una dimensión de competencia determina el desarrollo del resto; dado que están muy asociadas y se apoyan entre sí. Las investigadoras consideran muy valioso el ejercicio de derivar acciones asociadas a las dimensiones de competencia, que permitan señalar de una manera más explícita las acciones matemáticas que se deben favorecer en una clase de matemáticas; en el caso que nos ocupa, en particular se deben resaltar las siguientes: adaptar los métodos o procedimientos de resolución de un problema a otros contextos nuevos; proporcionar argumentos y justificaciones de por qué se resuelve algo de determinada forma; plantear patrones en contextos matemáticos distintos.

Con respecto a las percepciones de los profesores, es evidente que éstos no encuentran en sus estudiantes que la formación matemática recibida en la educación secundaria, permita un trabajo matemático en el curso, ni tampoco la disposición de su parte para incursionar en este tipo de quehacer.

Bibliografía

- Goñi, J. (2008) *3²-2 Ideas Clave. El desarrollo de la competencia matemática*. Graó, Barcelona. España.
- Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo. (2005). *PISA 2003, Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*, Madrid: MEC.
- Johnson, R., Onwuegbuzie, A. (2004). *Mixed methods research: a research paradigm whose time has come*. Educational Research, 33(7), 14-26.

- Llinares, S., Ruiz, M., Vecino, F., Belmonte, J. Chamorro, C. (coord). (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. PEARSON PRENTICE HALL. España.
- Lupiáñez, J. (2008). *Expectativas de aprendizaje: Capacidades y competencias*. Centro del Profesorado de Marbella – Coín Fuengirola. Recuperado el 12 de febrero de 2012, de <http://plataforma.cep-marbellacoin.org/moodle/mod/resource/view.php?id...>
- Lupiáñez, J., Rico, L. (2008). *Análisis Didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares*. PNA, 3(1), 35 – 48. Recuperado el 18 de diciembre de 2009, de <http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Lupianez2008Analisis.pdf>
- Niss, M., Hojgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in IMFUFA*, Roskilde University, Denmark. Denmark.
- Organization for economic co-operation and development. (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OECD.

Floria Arias Tencio: Licenciada en Enseñanza de la Matemática y Magíster en Planificación Curricular. Labora en la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica como profesora en cursos de servicio y en la formación inicial de profesores de matemática y como investigadora en Educación Matemática. Ha publicado varios libros de texto de matemáticas para primaria, secundaria y universidad. E-mail: floria.arias@ucr.ac.cr.

Kattia Rodríguez Ramírez: Licenciada en Enseñanza de la Matemática. Cuenta con amplia experiencia en la Enseñanza de la Matemática como profesora en educación secundaria y universitaria inicia. Coordina e imparte el curso Matemática Elemental de la Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica. Investigadora en Ed. Matemática. kattia.rodriquez@ucr.ac.cr