UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2012, Número 31, páginas 21-44
ISSN: 1815-0640

Quais os objetivos para o ensino de Matemática? Algumas reflexões sobre os pontos de vista de professores

Marcio Antonio da Silva; Célia Maria Carolino Pires

Resumo

O objetivo deste artigo é realizar uma análise crítica sobre os nove objetivos para o ensino de Matemática mais citados por professores de vários países, no Segundo Estudo Internacional de Matemática. A partir dessa investigação, são enfocados vários temas, como novas tecnologias, provas e demonstrações, investigações matemáticas, contextualização, resolução de problemas, modelagem matemática, entre outros. Conclui-se, a partir dos aportes teóricos escolhidos, que os principais objetivos do ensino de Matemática no ensino médio seriam: (i) desenvolver uma atitude de investigação; (ii) desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática no cotidiano; (iii) desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática nas ciências básicas e aplicadas; (iv) desenvolver uma aproximação sistemática para a resolução de problemas.

Abstract

The aim of this article is to do a critical analysis of the nine aims for the teaching of mathematics most cited by teachers from various countries at the Second International Mathematics Study. From this research, we focused on different topics such as new technologies, proofs and demonstrations, mathematical investigations, contextualization, problem solving, mathematical modeling, among others. It follows from the chosen theoretical framework, the main objectives of teaching mathematics in high school would be: (i) to develop an attitude of inquiry; (ii) to develop an awareness of the importance of mathematics in everyday life; (iii) to develop an awareness of the importance of mathematics in the basic and applied sciences; (iv) to develop a systematic approach to solving problems.

Resumen

El propósito de este artículo es realizar un análisis crítico de los nueve objetivos más citados por los profesores de varios países para la enseñanza de la matemática, en el II Estudio Internacional de Matemáticas. A partir de esta investigación, nos hemos centrado en diferentes temas como las nuevas tecnologías, pruebas y demostraciones, investigaciones matemáticas, contextualización, resolución de problemas, modelización matemática, entre otros. De éste se desprende que, a partir del marco teórico elegido, los objetivos principales de la enseñanza de la matemática en la escuela secundaria serían los siguiente: (i) desarrollar una actitud de indagación, (ii) desarrollar la conciencia de la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana, (iii) el desarrollo la conciencia de la importancia de las matemáticas en las ciencias básicas y aplicadas, (iv) desarrollar un enfoque sistemático para la solución de problemas.

Introducción

Fundada na década de 1960, a International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) já realizou vários estudos comparativos entre sistemas educacionais de alguns países. Um dos primeiros que objetivava, entre outras coisas, estabelecer relações entre currículos de Matemática em várias partes do mundo foi o Second International Mathematics Study (SIMS), realizado entre 1977 e 1981.

Burstein (1992, apud BROWN, 1999, p. 78-79) divulgou uma lista de objetivos elencados por professores de Matemática de vinte países, durante o Segundo Estudo Internacional de Matemática (SIMS), revelando preocupações comuns de várias culturas relacionadas às metas para o ensino de Matemática naquela época: (i) compreender a estrutura lógica da Matemática; (ii) compreender a natureza da prova; (iii) tornar-se interessado em Matemática; (iv) conhecer fatos, princípios e algoritmos matemáticos; (v) desenvolver uma atitude de investigação; (vi) desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática no cotidiano; (vii) realizar cálculos com rapidez e exatidão; (viii) desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática nas ciências básicas e aplicadas; (ix) desenvolver uma abordagem sistemática para a resolução de problemas.

Neste artigo, pretende-se realizar uma análise crítica destes objetivos que parecem constituir uma boa amostra do que os professores de Matemática achavam que seriam metas para o ensino da Matemática. Em Silva (2009), estas reflexões serviram como aportes para a projeção de critérios que orientassem a escolha e organização de conteúdos de Matemática no Ensino Médio[1].

Após aproximadamente trinta anos da constatação destes objetivos, espera-se que, em virtude de uma série de pesquisas em Educação Matemática, várias destas metas já tenham sido superadas ou tornaram-se ultrapassadas e representam marcas de um período histórico marcado pelo tecnicismo e mecanização do ensino de Matemática. Por outro lado, talvez, ainda muitos destes propósitos podem estar presentes no ideário docente.

Então, a partir daqui, serão realizadas investigações teóricas minuciosas, salientando que os objetivos elencados foram escolhidos por professores de Matemática e, por isso, representam uma boa amostra sobre concepções docentes a respeito da construção e organização curricular da Matemática no Ensino Médio, além de manifestar características próprias de um período histórico (início da década de 1980), sendo um bom ponto de partida para ponderar sobre algumas questões que parecem ecoar na prática profissional do professor de Matemática nas salas de aula do Ensino Médio em vários países, talvez até hoje.

1. Compreender a estrutura lógica da Matemática

Esse objetivo primeiro, traçado pelos professores, parece reproduzir a idéia de que a Matemática seja uma ciência imutável e firmada na lógica aristotélica, na qual toda pergunta poderia ser respondida de apenas duas formas: sim ou não. Essa meta parece revelar uma característica formalista marcante, que pode ser

[1] Composição dos níveis escolares no Brasil: 5 anos iniciais do ensino fundamental (faixa etária entre 6 e 10 anos de idade); 4 anos finais do ensino fundamental (faixa etária entre 11 e 14 anos de idade); 3 anos do ensino médio (faixa etária entre 15 e 17 anos de idade).

interpretada pelos alunos como verdades que caem do céu e na qual as justificativas e provas ou devam ser aceitas ou são muito difíceis de serem compreendidas pela maioria.

É verdade que a estrutura axiomática da teoria proporciona uma riqueza de possibilidades na qual se debruçam os matemáticos para construí-la. É verdade, também, que se pode adotar, e isso implica escolher, um sistema de axiomas que melhor se adapte ao problema que se pretende resolver. No caso da Geometria, por exemplo, durante muitos séculos a Euclidiana foi aceita como verdade inabalável sobre a qual parecia pairar, cada vez mais, a ideia de que novas possibilidades de teoremas não eram necessárias, já que a teoria estava fechada, imutável e fortemente construída. Porém, motivados pelo trabalho de astrônomos e devido às grandes navegações dos séculos XV e XVI, verificou-se que a Geometria Euclidiana não era bem vinda em certas aplicações como, por exemplo, quando se deseja calcular distância entre dois pontos situados em uma superfície esférica, sabendo-se que a curva descrita entre esses dois pontos deve estar totalmente contida na própria superfície esférica. Pode-se, neste caso, a partir de outro sistema axiomático, construir novas Geometrias, verificar a validade ou não de certos teoremas quando são transferidos de um tipo de Geometria para outra. Isso seria compreender as possibilidades e limitações da Matemática e, principalmente, o papel de arquiteto criativo que exerce o matemático ao construir nova Matemática a partir de necessidades práticas ou pela genial percepção teórica sobre o que já foi construído.

Enfim, a grande questão reside na necessidade de colocar este objetivo no plural: ao invés de “compreender a estrutura lógica da Matemática”, dizer-se-ia “compreender as estruturas lógicas das Matemáticas”. Aliás, curiosamente, nas línguas francesa, inglesa e espanhola a palavra “Matemática” já aparece no plural, diferentemente do que ocorre na língua portuguesa.

Além disso, deve-se fazer com que os alunos compreendam que as Matemáticas, embora estruturadas em axiomas, possuem limitações, questionamentos que podem ser respondidos ou não, como Gödel demonstrou ao enunciar o Teorema da Incompletude.

Conhecer e refletir sobre essa dimensão muito mais complexa que as Matemáticas exercem e proporcionam ao serem articuladas, comparadas, construídas e desafiadas representa um objetivo de um currículo de Matemática para o Ensino Médio.

2. Compreender a natureza da prova

Mesmo a discussão de objetivos aparentemente estruturais, como “compreender a natureza da prova”, pode ganhar aspectos novos dos tradicionais e questionáveis métodos rigorosos que podem ser contestáveis desde que não haja uma discussão sobre as várias lógicas existentes e os métodos válidos em cada uma delas, embora se saiba que, tradicionalmente, somente a lógica aristotélica é abordada. Métodos de demonstração, como “redução ao absurdo”, fundamentados nesta lógica tradicional, ganham ar de rigor absoluto e indiscutível. Hanna et al. (2004), por exemplo, investigaram como os estudantes utilizam conceitos e argumentos da Estática para compreensão e produção de demonstrações de teoremas geométricos, como o fato das medianas de um triângulo de interceptarem em um único ponto, o baricentro, que é o centro de gravidade deste triângulo. A conclusão destes autores revela que o suporte da Física auxilia os alunos na compreensão e produção de significados consistentes para suas demonstrações geométricas. De fato, o ensino de Matemática, pela própria característica desta ciência, parece abandonar ou desprezar as tentativas empíricas de justificar suas verdades absolutas. Portanto, o suporte empirista de outras ciências pode ajudar a Matemática no difícil caminho de produção de significados para alguns conceitos, como a demonstração “experimental” ilustrada na figura 1, desenvolvida por Hanna et al. (Ibid., p. 82-83):

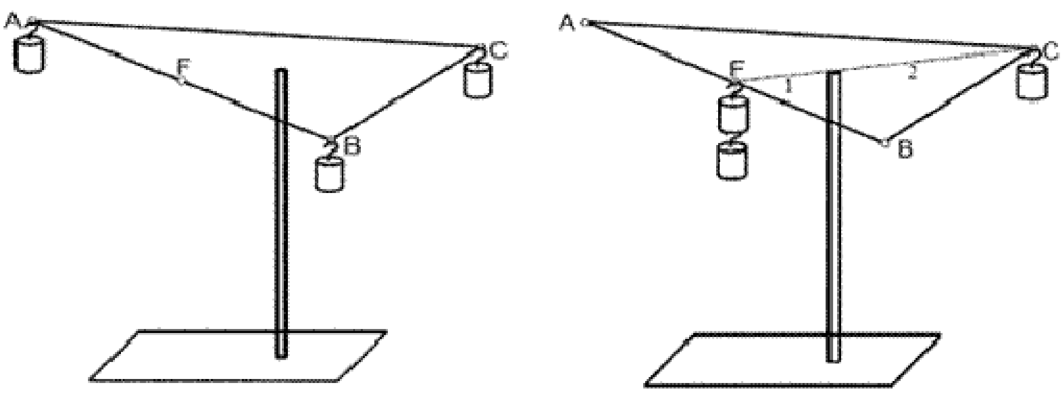

Figura 1. Triângulo com massas iguais nos vértices A, B e C. Em seguida, as massas A e B são movimentadas para o ponto médio de AB.

Em outro artigo, Hanna e Sidoli (2007) fazem um breve levantamento, dentro da perspectiva da Filosofia da Matemática, sobre as formas em que a visualização pode ser útil para justificar e explicar alguns aspectos de demonstrações matemáticas. Os autores apontam três correntes filosóficas que parecem discordar sobre o papel da visualização na justificativa de provas matemáticas.

Francis (1996), por exemplo, defende a posição de que a visualização tem um papel auxiliar no desenvolvimento da prova, como a utilização de computadores para este fim. No entanto, distingue claramente o papel limitador desta ferramenta em relação ao rigor metodológico desenvolvido pela própria Matemática.

Outros autores, como Casselman (2000), defendem que o recurso visual pode servir como parte integrante da prova, exemplificando o uso de animações gráficas para mostrar, por exemplo, propriedades relativas à conservação de áreas que podem auxiliar na visualização da famosa demonstração de Euclides para o Teorema de Pitágoras (HANNA; SIDOLI, p. 74-75, 2007).

Contrários a estas duas correntes, Barwise e Etchemendy (1991, 1996) defendem a visualização como prova matemática, alegando que esquemas, figuras, mapas e imagens podem ser utilizados como argumentos rigorosos dentro de uma perspectiva que valorize tais representações. Dentre os filósofos que corroboram esta forma de conceber a demonstração está Brown (1997, 1999). Para ele, "algumas 'figuras' não são realmente figuras, mas janelas para o céu de Platão" (BROWN, 1999 apud HANNA; SIDOLI, 2007, p. 77), fazendo uma alusão ao "mundo" matemático ideal do platonismo e a necessidade de acessá-lo através das representações.

Como se vê, as demonstrações matemáticas possuem defensores ferrenhos com posições diametralmente opostas. Esta divergência, no entanto, mais ajuda do que confunde o trabalho de planejar e refletir sobre o papel da prova em um currículo de Matemática para o Ensino Médio. Embora tenha um papel secundário, pois a importância primordial deve ser dada ao significado que o aluno dá para os seus conhecimentos espontâneos após reconceituá-lo por intermédio da Matemática, é necessária a clareza, para o estudante, de que a Matemática é construída sobre uma lógica, mas fundamentalmente sobre o convencimento. Para o aluno, portanto, deveria ficar claro que a intuição é limitada e pode trair certas convicções, sendo primordial construir, comunicar, conjecturar, debater, convencer ou ser convencido da validade ou não de uma determinada afirmação matemática. Estas táticas ou técnicas de convencimento, ainda que sejam desprezadas pelo rigor matemático, devem constituir uma relação entre pessoas que produzem e constroem uma linguagem própria, assim como, em qualquer língua, as gírias são eficazes para que determinadas pessoas de uma comunidade se comuniquem e, ao mesmo tempo, são marginalizadas e desprezadas pela linguagem formal. De qualquer forma, neste caso, a comunicação se constitui e o objetivo é atingido, embora os próprios elementos que estabelecem o diálogo possam reconhecer que o mesmo está longe de representar o uso correto da língua.

No caso da Matemática, os alunos também devem ter a consciência de que o convencimento, muitas vezes realizado através da visualização ou da utilização de softwares de Geometria Dinâmica, pode comunicar ideias e intuir para a elaboração de uma linguagem rigorosa que efetivamente seja aceita como demonstração. É totalmente descabido emitir juízo de valores sobre as formas de demonstração aceitáveis, mas sim argumentar que o significado que o aluno produz, seja através de diagramas, figuras, uso das tecnologias, tabelas e outros recursos, deve ser valorizado e validado pelo professor.

O papel da demonstração, em um currículo de Matemática, vai além da concepção formalista de partir de axiomas e hipóteses e, por intermédio de técnicas, apresentar a prova de uma tese. A demonstração também implica convencimento, comunicar-se matematicamente de maneira adequada, saber até onde a intuição falha e quando e mesma intuição pode servir como estímulo para a proposição de conjecturas.

3. Tornar-se interessado em Matemática

"Tornar-se interessado em Matemática" é outro objetivo mencionado e, embora não seja um fim explicitamente social e transformador, pode refletir um sinal da transformação que um currículo de Matemática é capaz de provocar ao preocupar-se com a inserção e participação do estudante em um mundo que, há pouco tempo, era marcado pela participação de alguns poucos como transmissores de um conhecimento elitista que incorria na segregação, classificação e seriação. Por este ponto de vista ultrapassado, porém ainda resistente nas salas de aula, cabia ao professor sábio transferir seu conhecimento "acumulado" de uma ciência pronta e não desafiadora para seus alunos que se sentiriam honrados por terem a oportunidade de presenciar o despejar de saberes do mestre em suas “mentes vazias”. A participação do aluno estaria, nesta compreensão, limitada às provas escritas, como normalmente são chamadas essas maneiras de aferir a “quantidade” de saberes “acumulados”, desprezando a característica transformadora que os próprios saberes provocam em outros que já vivenciamos.

Despertar o interesse do aluno no mundo matemático implica o reconhecimento e valorização dos conhecimentos e saberes que todo o ser humano possui, independente da instituição escolar. Essa experiência deve ser moldada, transformada e enriquecida por intermédio do conhecimento dito “científico”, tornando-se significativo para o discente. A sala de aula não deve ser um lugar de transmissão, mas sim de mediação, confrontação e comunicação de ideias que devem ser sistematizadas pelo professor. Assim como em um debate, a capacidade de comunicar-se por intermédio da Matemática expõe uma das necessidades mais esperadas a serem atingidas em uma educação que objetiva a transformação social e uma consciência libertadora.

“Atitude” é uma palavra que representa essa forma de caracterizar a necessidade de participação plena dos alunos na construção de atividades matemáticas. Atitude como postura intelectual, social e cultural, em contraposição à apatia dos estudantes nas aulas em forma de palestras, nas quais o professor discursa e o aluno ouve. Dentro da proposta que valoriza a atitude e a participação democrática de todos, o aluno tem um papel fundamental, argumentando, conjecturando, compartilhando suas ideias em grupos, colaborando com os colegas e expressando-se de maneira adequada. Porém, o rigor matemático deve ser observado nas formas de expressão que cabem ao aluno, pois não se pretende sugerir uma postura populista e demagógica de defender que toda e qualquer expressão, ainda que incorreta, deva ser valorizada pelo professor. O papel docente torna-se de importância fundamental neste contexto, pois o mesmo deverá se expor, diferentemente do modelo de aula “pronta” com exercícios previamente escolhidos e resolvidos pelo mestre que jamais erra. Cabe ao professor a tarefa de reflexão-matemática-na-ação, validando ou não as conjecturas expostas, provocando novas inquietações nos alunos e dirigindo o andamento da aula para os objetivos estabelecidos.

Um novo desafio toma forma ao imaginar como seriam as propostas avaliativas de atitudes, quebrando paradigmas que vinculam ou privilegiam a forma de expressão escrita dos alunos. Da mesma maneira que, ainda que intuitivamente, sabe-se se determinada pessoa conhece um assunto específico e o nível de profundidade desse conhecimento, por intermédio da forma como ela se expressa verbalmente sobre um tema, também poderíamos pensar em alternativas de reconhecer, avaliar e valorizar a forma como nossos estudantes verbalizam seus saberes.

4. Conhecer fatos, princípios e algoritmos matemáticos

O objetivo quarto – conhecer fatos, princípios e algoritmos matemáticos – parece representar um dos propósitos mais técnicos da lista, repercutindo as características mecanicistas do ensino voltado ao saber fazer e não à reflexão. Embora o saber fazer deva ser valorizado e exercitado, esta finalidade está longe de representar um currículo comprometido com transformações e reflexões sociais. Atualmente, é possível notar, pelo menos na realidade brasileira, que as preocupações com problematizações práticas, que acabam modelando matematicamente situações reais, ocorrem mais no Ensino Fundamental que no Médio. Talvez o ideal fosse justamente o contrário, pois a modelagem de problemas econômicos, sociais, do meio ambiente e de saúde, entre outros, exige um conhecimento profundo de determinados conteúdos matemáticos muitas vezes apenas tratados no Ensino Superior. Um dos papéis mais importantes da Matemática no Ensino Fundamental seria justamente discutir, com os alunos, alguns princípios e algoritmos de maneira a produzir sentido na prática matemática e, principalmente, relacionar vários temas e áreas como Álgebra e Geometria, semeando nas crianças e adolescentes o valor da Matemática como ciência que possui uma infinidade de possibilidades de construção, justificativa e correlações entre as diversas sub-áreas que a compõe.

Já no Ensino Médio, os algoritmos devem ser ferramentas para a resolução de problemas e não o assunto principal a ser tratado. Não cabe, portanto, a divisão compartimentada que ocorre em escolas que adotam materiais didáticos que privilegiam o trabalho matemático dividido em diversas frentes, enfatizando o objetivo principal de preparar o estudante para os exames vestibulares para ingresso no curso superior. Aliás, essa característica cruel de prorrogar indefinidamente a explicação do sentido da própria Matemática parece transbordar nesse tipo de proposta, caracterizada por frases como “vocês entenderão a importância deste conteúdo e o aplicarão mais à frente”. Afinal, quando a Matemática fará sentido, neste jogo de suspense que se prolonga por vários anos?

Imagine, por exemplo, o ensino do gráfico de funções quadráticas, tradicional e exaustivamente trabalhado nas salas de aula do Ensino Médio. Normalmente, os professores, apoiando-se nos textos de livros didáticos que em muito pouco mudam a forma de tratamento deste tema, propõem uma investigação inicial, normalmente da função $f(x)=x^2$, por intermédio da construção de alguns pontos no plano cartesiano. Após a construção destes pontos, normalmente traça-se uma parábola por estes, sem maiores justificativas do porquê.

Como este tema é usualmente abordado após funções afins, os alunos podem crer que a melhor maneira de “ligar” os pontos é com segmentos de reta.

Ou ainda, algum aluno que tenha participação ativa nas aulas, tendo por hábito características investigativas, poderia propor que alguma outra linha poderia também representar a função de um gráfico que passa pelos sete pontos traçados. O que garantiria, então, que o gráfico realmente é uma parábola?

Então, o que justificaria e convenceria os alunos que o gráfico obtido realmente se trata de uma parábola? Recursos computacionais como elemento coadjuvante para este convencimento? Não, pois apenas mudar-se-ia o foco da crença que o aluno deveria ter: inicialmente era o professor e, agora, o computador. Em qualquer uma das duas formas, os estudantes não têm uma prova matemática da figura a ser obtida. A ferramenta necessária para a justificação deste fato é o Cálculo Diferencial, usualmente tratado apenas no Ensino Superior.

Portanto, pode-se concluir que existe um paradoxo importante a ser discutido em outras pesquisas: se por um lado existem vários trabalhos publicados exaltando a importância e o papel das demonstrações no ensino de Matemática, por outro lado, os conteúdos tradicionalmente apresentados no Ensino Médio possuem exemplos, como os tratados aqui, em que os algoritmos e fatos matemáticos são mostrados sem possibilidade de prova, apenas utilizando a crença do aluno de que o que o professor diz é uma verdade indiscutível e, às vezes, utilizando softwares gráficos que mobilizam a crença dos alunos para um programa computacional que, para eles, jamais erra.

5. Desenvolver uma atitude de investigação

"Desenvolver uma atitude de investigação" representa o primeiro objetivo, dentre as metas listadas pelos professores secundários durante o segundo SIMS, que possibilita alguma reflexão sobre a prática da Matemática tendo como objetivo a transformação social. Entretanto, pode-se conceber investigação como uma metodologia específica, amplamente divulgada pelo professor João Pedro da Ponte, do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Diferentemente dos exercícios e problemas que, embora difiram quanto ao rol de estratégias conhecidas pelos alunos *a priori*, pois o primeiro implica um conhecimento de recursos prévios que levarão à solução e o segundo abrange a inexistência de caminho para a resolução de uma situação, ambos possuem uma solução bem definida e conhecida pelo professor. O trabalho dos alunos, nestes dois contextos, possui características distintas, porém o trabalho do professor coincide no sentido de validar ou não uma solução que já lhe é familiar. Já no caso da investigação matemática, as situações são mais abertas. Caberá ao aluno a iniciativa de elaborar conjecturas e validá-las ou não, e ao professor caberá refletir matematicamente na ação, proporcionando questionamentos para instigar os estudantes à elaboração de testes e demonstrações de suas hipóteses.

Esta metodologia proporciona a simulação da criação matemática profissional, ou seja, traz para o ambiente escolar a legítima forma de trabalhar, construir e fazer Matemática dos matemáticos acadêmicos: "o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação como os seus colegas e o professor" (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005, p. 23).

Esta proposta está voltada à mudança do papel tradicional do professor como transmissor de conhecimento. Uma destas mudanças está ligada à preocupação que os professores têm com a administração e controle do tempo que levarão para ministrarem os conteúdos, preocupando-se com o cumprimento dos mesmos a qualquer preço. As aulas de investigação requerem novas concepções a respeito do tempo "gasto" para ensinar determinado assunto: "a realização de investigações na aula de Matemática implica que menos tempo seja destinado para outras atividades. Ora, o tempo é um fator que todo professor tem de ponderar na sua prática, exigindo a tomada de decisões. Diante dos objetivos que se propõe atingir com os seus alunos, ele, melhor do que ninguém, pode decidir o que fazer. A realização de uma investigação requer sempre certo tempo, mas o que se gasta nas primeiras experiências de investigação e nas primeiras ocasiões em que se procura discutir os resultados obtidos, pode ser superado mais tarde, porque os alunos já estão mais à vontade com este tipo de atividade, sabendo aquilo que se espera deles. Além disso, o trabalho efetuado no âmbito de uma investigação, em torno de determinado conteúdo matemático, pode revelar-se de tal forma produtivo que o professor já não vê a necessidade de voltar a trabalhá-lo, ganhando assim tempo para dedicara outro assunto" (Ponte; Brocado; Oliveira, 2005, p. 140-141).

O privilégio, nesse caso, não é necessariamente dos conteúdos, mas das investigações a serem realizadas. Como as conjecturas dos alunos dão margem a muitas possibilidades, o professor pode dirigir situações que contemplem conteúdos diversos, dentro de uma multiplicidade de possibilidades para inter-relacioná-los.

Entretanto, é razoável indagar se a pura atividade matemática profissional possui características sociais importantes e quais seriam elas. Sabe-se que muitas teorias matemáticas levam à prática, porém a motivação primordial do matemático está longe de provocar ou construir estudos que sejam imediatamente colocados em exercício, demonstrando uma intenção explícita de modificar a realidade social, política e econômica. É certo, por exemplo, que a Teoria dos Jogos Não-cooperativos de John Forbes Nash Jr.[2] não obteve aplicação prática instantânea, porém, em 1994, rendeu-lhe o prêmio Nobel de Economia, juntamente com o húngaro John C. Harsanyi e o alemão Reinhard Selten. Esta lacuna temporal entre a teoria e a descoberta de uma prática que a tornasse socialmente importante foi de quase meio século.

Portanto, torna-se simplório o pensamento de que uma prática investigativa do aluno, dentro da própria Matemática, o levaria a descobertas da função social da própria Matemática. Como dito anteriormente, parece que esta função perscrutadora cabe ao Ensino Fundamental e, ao Ensino Médio, caberia, entre outras coisas, o papel da investigação matemática social, utilizando-se ou aprendendo conceitos necessários para uma análise aprofundada de situações e problemas em vários campos, como saúde, meio-ambiente, transporte, entre outros, buscando soluções, mas, sobretudo alternativas e reflexões sobre o impacto de decisões políticas sobre a realidade social.

Concluindo, é inegável a importância do objetivo mencionado como desenvolver a atitude de investigação. Contudo, devem-se diferenciar duas formas de trabalhá-la, sendo que a primeira é mais importante, dentro do que seria um currículo transformador: (1) investigação matemática como apuração, crítica, elaboração de alternativas e implementação de projetos que objetivam a transformação da sociedade; (2) investigação matemática como elaboração de conjecturas com posterior verificação e demonstração de sua validade, enfocando somente a Matemática, como uma averiguação sistemática de seus padrões, implicações e inter-relações.

[2] A vida e obra de Nash foi parcialmente descrita no filme *A Beautiful Mind* (Uma Mente Brilhante) da *Universal Studios*, que rendeu aos seus produtores vários prêmios internacionais, incluindo o Oscar de melhor filme, em 2001.

6. Desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática no cotidiano

O objetivo “desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática no cotidiano” serve como inspiração para a formulação de algumas questões fundamentais para iniciar esta discussão: Afinal, qual é esta “Matemática cotidiana”? Esta Matemática está inserida no cotidiano de qualquer pessoa? Pensando-se em um currículo geral, amplo, feito para um grande número de pessoas e para um país que apresenta uma grande diversidade cultural, como o Brasil, por exemplo, existe alguma possibilidade de trabalhar questões que estão presentes no cotidiano de todos, ou seja, existe uma Matemática para todos? Pensando especificamente no currículo de Matemática do Ensino Médio, que abrange estudantes na faixa etária entre quinze e dezessete anos de idade, qual seria a Matemática cotidiana destes jovens? Seria coerente justificar a Matemática no cotidiano, dando exemplos de sua aplicação tecnológica e profissional, sendo que a grande maioria destes jovens jamais aplicará estes conhecimentos, seja na tecnologia, seja na profissão que escolherão?

Outra questão que merece destaque, antes de se pensar na presença da Matemática no dia-a-dia, é o volume de informações decorrentes do avanço e construção de nova Matemática a cada momento. O progresso tecnológico e industrial, iniciado no século XIX, mas com considerável expansão no século XX, proporcionou uma ênfase na aplicação matemática com fins econômicos e políticos. O trabalho dos matemáticos “puros”, embora possa ser, em um primeiro momento, classificado como de aplicação imediata discutível, por um lado fornece a possibilidade de ampliação de campos de estudo e temas dentro da própria Matemática, com pesquisas cada vez mais minuciosas – por outro lado, amplia-se também a matéria-prima para que os matemáticos “aplicados”, economistas, sociólogos, entre outros profissionais percebam e construam novas ferramentas para modelar fenômenos diversos, desde naturais, como as aplicações na meteorologia, passando por econômicos, como o cálculo do nível de risco em aplicações financeiras, incluindo a recomendação ou não de investimentos em países através de cálculos matemáticos, até indicadores sociais, como o IDH (Indicador de Desenvolvimento Humano), que mede as desigualdades sociais existentes em um país e utiliza, no cálculo de sua fórmula, a ideia de logaritmo (MONTEIRO, 2008).

Para Anderson (1999, p. 19): “impulsionados por todos os tipos de demandas, das indústrias progressistas ao desenvolvimento armamentista e projetos de tecnologia de ponta, tais como a corrida espacial, os matemáticos estão fazendo avançar as fronteiras do seu campo, na medida em que nenhum indivíduo pode ser instruído sobre mais de uma parte. Uma característica marcante disto é a matematização das matérias que, 20 ou mais anos atrás, teria sido geralmente considerada como tendo pouco espaço para tal tratamento: biologia, medicina, medicina, ciências da vida são exemplos. Isto cria o seu próprio dilema para os profissionais praticantes da matemática: por um lado, o tema está se expandindo para além da capacidade do cidadão comum entendê-la e apreciá-la - por outro lado, este distanciamento é um obstáculo para convencer o cidadão comum que a

Matemática em um nível mais elevado que o elementar é uma atividade que vale a pena comprometer-se[3]".

Ainda que haja preocupação somente com quais conteúdos ensinar, essa escolha deve ser cada vez mais criteriosa, pois o volume de assuntos e possibilidades de abordagem da Matemática amplia-se demasiadamente. Refletindo-se sobre os conceitos matemáticos abordados tradicionalmente no Ensino Médio, é possível verificar que se trata de assuntos extremamente antigos que, embora possam ser classificados como fundamentais ou de extrema importância, implicam a ignorância de outros temas mais recentes. Pode-se citar, como exemplo, a Geometria Euclidiana, com seus mais de dois milênios de existência, e a não menção, no currículo, da Geometria Hiperbólica ou da Geometria Esférica que, passado mais de um século de sua formulação por Lobachewsky (1793 – 1856) e Riemann (1826 – 1866), ainda não encontram espaço até mesmo em alguns currículos de cursos de Matemática no Ensino Superior.

Além da antiguidade dos assuntos versados, é necessário compreender como são utilizados atualmente, talvez analisando sua origem histórica. A Geometria Analítica, por exemplo, foi originalmente introduzida no currículo da *École Polytechnique* pelo francês Gaspard Monge (1746 – 1818) que foi um dos criadores desta instituição. Tanto o planejamento curricular quanto a implementação desta Escola Politécnica francesa estão contextualizadas dentro do cenário político da época, em que Napoleão Bonaparte era o centro de influências. A educação francesa pós-revolução tinha o caráter tecnicista, voltado à preparação e classificação de pessoas para ocuparem cargos públicos. Atualmente, ainda sentimos esta influência no currículo do Ensino Médio brasileiro, justificando alguns conteúdos pela sua importância nos concursos para admissão no Ensino Superior público. A Geometria Analítica é importante, pois representa uma possibilidade efetiva de articulação entre Álgebra e Geometria, rompendo o caráter compartimental da Matemática. Porém, ligar este assunto ao cotidiano, por intermédio de justificativas como a forma parabólica de antenas ou faróis de automóveis, a forma elíptica do movimento realizado pela Terra em torno do Sol ou o uso da forma hiperbólica para construção de telescópios de reflexão, parecem aplicações curiosas destes temas, estando longe de representar práticas significativas e cotidianas. A utilidade e adequação de mencionar esses fatos durante o ensino de Cônicas é inquestionável, porém representarão apenas informações isoladas.

7. Desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática nas ciências básicas e aplicadas

Além da compreensão histórica dos temas ensinados, deve-se ponderar sobre as supostas aplicações profissionais decorrentes do conhecimento matemático. A reflexão crítica sobre o objetivo "desenvolver a consciência sobre a importância da

[3] *Driven by all kinds of demands, from innovative industries to arms developments and hi-tech projects such as the space race, mathematicians are pushing forward the boundaries of their subject to the extent that no individual can be knowledgeable about more than a part. A striking feature of this is the mathematization of subjects which, 20 or so years ago, would have been generally thought of as having little scope for such treatment: biology, medicine, and the life sciences are examples. This creates its own dilemma for professional practitioners of mathematics: on the one hand, the subject is expanding beyond the capability of the ordinary person to understand and appreciate – on the other, this remoteness is an obstacle to persuading the ordinary person that mathematics at a more elementary level is a worthwhile activity for them to become engaged in.*

Matemática nas ciências básicas e aplicadas" certamente contribuirá para a superação do senso comum que esta meta transparece. Isso porque esta finalidade parece ter uma interpretação deturpada, enfatizando apenas aspectos de aplicações voltadas ao mundo do trabalho.

A TI (Tecnologia da Informação) é um assunto que virou curso e profissão devido à enorme importância dada ao setor tecnológico, no final do século passado e até hoje. Clayton (1999, p. 27) pondera a respeito do que considera ser o papel da Educação Matemática nesta avalanche de avanços tecnológicos: "minhas conclusões levam-me a sugerir que um objetivo importante da educação matemática é que os alunos devem ser devidamente conscientes do valor da modelagem matemática, em uma ampla gama de situações, e para treiná-los a aplicar ferramentas de TI mais eficazes. Os benefícios que irão acumular são essenciais para a sobrevivência e o crescimento futuro do comércio, indústria e ciência, e há oportunidades para que sejam realizadas em todos os níveis de emprego.

Para ajudar os nossos jovens a adquirirem as competências necessárias e utilizá-las proveitosamente mais tarde em seu trabalho, espero que os colégios e faculdades capacitem e promovam a manutenção de um Currículo de Matemática equilibrado que incluam:

- Técnicas matemáticas e métodos de análise ensinados em contextos que mostrem como eles podem ser usados.
- Princípios e aplicações de modelagem matemática.
- Métodos Numéricos incluindo simulação direta, com o uso de tecnologia adequada.
- Os efeitos da incerteza - como eles podem ser medidos e analisados[4]".

Discorda-se da posição que inclui a ênfase na aprendizagem de técnicas, métodos e da própria Modelagem Matemática para benefício e crescimento do comércio, indústria e ciência, imaginando um proveito futuro dos estudantes nos empregos que ocuparão. Aliás, prover os universitários da maior quantidade de ferramentas e ensinar como utilizá-las em seu trabalho no menor tempo possível de formação parece ser uma tendência muito presente nas diretrizes e currículos de cursos do Ensino Superior. Questões éticas, sociais e políticas são deixadas de lado e, muitas vezes, não ocupam nenhum espaço nos cursos superiores, pois a prioridade está no saber-fazer. Como em uma linha de montagem, as universidades estão preparando para as empresas, mas será que as empresas estão satisfeitas com a qualidade, ou melhor, com a cultura geral dos egressos de cursos superiores?

---

[4] *My conclusions lead me to suggest that an important aim of mathematics education should be to make students properly aware of the value of mathematical modelling in a wide range of situations, and to train them how to apply IT tools most effectively. The benefits that will accrue are essential for the survival and future growth of commerce, industry, and science, and there are opportunities for them to be realized at every level of employment.*
To help our young people acquire the necessary skills and use them profitably in their later employment, I hope that schools and colleges will be enabled and encouraged to maintain a balanced mathematics syllabus that includes:
- Mathematical techniques and analysis methods taught in contexts that show how they can be used.
- The principles and application of mathematical modelling.
- Numerical methods including direct simulation, and the use of appropriate technology.
- The effects of uncertainty – how they can be measured and analysed.

Faz-se necessária uma reflexão sobre a própria origem histórica das Universidades que teve origem com os árabes e a fundação das primeiras instituições voltadas ao estudo de obras gregas desprezadas pelos cristãos. Entre estas, pode-se citar a Universidade de Karueein, localizada em Fez, no Marrocos e fundada em 859 e a Univerdade de Al-Azhar (Cairo, Egito), fundada em 988. Após as Cruzadas, surgiu a necessidade de elaboração de novas Universidades, porque as obras tomadas dos árabes, pelos cristãos, não tinham espaço nos mosteiros. Este espaço para estudo e encontro entre pagãos e cristãos, ou seja, a valorização do conhecimento, da história, de outras sociedades e culturas, está longe do caráter imediatista de aplicabilidade no mundo do trabalho, existente nas atuais instituições de ensino superior. Não se defende que os objetivos das universidades, projetados há mais de dez séculos, voltem a ser praticados, mas salienta-se que é essencial valorizar a existência de um currículo que promova uma cultura geral que dê conta, minimamente, de explicar o contexto no qual se vive, para compreensão crítica das transformações, reflexões e discussões que se façam necessárias.

Também se pode ampliar essa reflexão sobre a justificativa de preparar para a vida profissional lançando olhar para o Ensino Médio. Excetuando-se as escolas técnicas, cujo objetivo é claro e indiscutível, as escolas que propõem uma formação geral acabam privilegiando justificativas como as mencionadas por Clayton. Poder-se-ia, por exemplo, utilizar como único argumento para ensino de números complexos sua serventia no estudo de circuitos, na corrente e na tensão elétrica, na potência, na impedância, na equação de onda que rege o movimento dos elétrons, na equação de normalização que tem um papel importante na Mecânica Quântica, entre outras aplicações? Quem, com exceção dos futuros engenheiros eletricistas, ficará motivado com tal defesa? E, mesmo os futuros engenheiros eletricistas, por que aprenderão estas aplicações já que serão submetidos a muitas outras no Ensino Superior? A influência do discurso “aprendam isto porque será importante mais tarde” não surte efeito, pelo contrário, soa como uma falta de justificativa para o que se está pretendendo ensinar.

Depois de tantas críticas sobre o quê não fazer, propõe-se uma alternativa, um caminho, ainda que seja um esboço do que seria uma proposta. Na tentativa de integrar os objetivos 6 e 8, vislumbra-se a necessidade de conexão entre a Matemática e o mundo real como uma justificativa para integrar o homem ao seu meio, tornando-o mais que um cidadão, mas um ser atuante por intermédio de sua crítica e influência sobre os poderes que delegam seus deveres e direitos. Questionar, fiscalizar e reformular os direitos e deveres de um membro de uma sociedade demanda uma Educação Matemática firmada não somente em conceitos matemáticos ou aplicações técnicas, uma vez que requer uma interpretação da realidade para transformá-la.

Diariamente, todos são bombardeados por uma quantidade enorme de índices, números, resultados de cálculos que poucos conhecem suas origens, muito menos o caráter ético da suas formulações. Como assim? Caráter ético de formulações matemáticas? Isso mesmo! Veja, por exemplo, como é calculado o ICMS (imposto sobre operações relativas à circulação de mercadorias e sobre prestações de serviços de transporte interestadual, intermunicipal e de comunicação) da energia elétrica consumida por cada residência, cobrado no Estado de São Paulo (Brasil), mensalmente. A taxa paga pode ser calculada pela fórmula: ICMS = (I x A) / (100% – A), onde I = importe da conta (em R$), A = alíquota do ICMS. O "Importe" é a parcela da conta de energia elétrica resultado da aplicação das tarifas respectivas (de demanda e consumo) sobre a demanda faturável e o consumo total medido, ou seja, (kW x R$) + (kWh x R$).

Veja um exemplo do que ocorre atualmente: suponha que o "importe", ou seja, o que efetivamente será cobrado pelo consumo exclusivo da energia elétrica consumida, seja de R$ 100,00. Suponha, também, que a residência enquadra-se na alíquota de 25% do ICMS. Poder-se-ia concluir que o imposto a ser pago seria de R$ 25,00, ou seja, 25% de R$ 100,00. Mas utilizando a fórmula existente na Lei Estadual n. 6374, de 01/03/89, chegam-se aos seguintes cálculos: ICMS = (I x A) / (100% – A) = (100 x 25%) / (100% – 25%) = R$ 33,33. Ou seja, a alíquota é de 25%, mas paga-se cerca de 33% de imposto.

Por que essa tarifa não foi contestada até hoje? Na verdade, várias ações judiciais foram impetradas e muitos consumidores conseguiram o ressarcimento da cobrança indevida paga até a publicação de decisão judicial. O fato do desconhecimento, por parte da maioria da população, faz com que se reflita sobre a necessidade de se discutir com os alunos questões semelhantes, que dizem respeito a todos. Caberia esse tipo de questão dentro dos três anos do Ensino Médio? Ou não seria possível cumprir o conteúdo? Aliás, onde está o conteúdo? Como se pode conceber esse tipo de abordagem sem uma explicitação clara da Matemática contida nestas referências?

Educar o consumidor implica diretamente questões matemáticas, embora não trate os conteúdos da maneira tradicional. Quebrar este paradigma pode ser um exemplo esclarecedor sobre o que seria uma Matemática para todos. Educar o consumidor significa, portanto, habilitá-lo a realizar as comparações necessárias e interpretar informações, nem sempre bem intencionadas, fornecidas pelas empresas na forma de rótulos, etiquetas, propagandas, etc. Para Nieves Álvarez (2002, p. 176): "[...]a educação do consumidor não é mais (nem menos) do que uma tentativa, bem como qualquer outra atividade docente, de aproximar nossos alunos ao conhecimento do meio, fazê-los descobrir seus códigos e ser capazes de interpretá-los, adquirindo os mecanismos que permitem a resolução de problemas e utilizando como ferramentas instrumentais os conteúdos das áreas de ensino. Significa aprender a "ler" as mensagens que nos apresenta a sociedade de consumo, que a educação do consumidor é simplesmente um trabalho de alfabetização em um campo em que a maioria das pessoas é muito analfabeta, em uma sociedade de consumo que fundamenta uma parte importante de seu sucesso na ignorância do consumidor".

Além deste exemplo, seria possível enumerar vários outros que serviriam de análise para discussões como a desigualdade social, racial, de gênero, acesso à educação e o perfil econômico dos estudantes que ingressam no Ensino Superior, custo de vida em diferentes cidades e sua relação com o salário médio local, diferentes índices de inflação e como são calculados, etc.

Também é fundamental a inserção da Matemática Financeira como uma forma de educar os estudantes para planejarem seu futuro. Essa preocupação parece em sintonia com os resultados da pesquisa realizada por Gainsburg (2008) com 62 professores de Matemática, sendo 28 do *middle school*[5] e 34 do *high school*[6]. O objetivo era verificar a compreensão e o uso que estes professores fazem, em suas aulas, das conexões possíveis da Matemática com o mundo real. A tabela a seguir reflete uma das categorizações de análise feita por Gainsburg, em que os professores citam os contextos "reais" em que utilizam a Matemática:

Tabela 1. Categorizações de análise feita por Gainsburg (2008) sobre contextos "reais" em que se utiliza a Matemática, na opinião de profesores

Contexto	Número de Professores (de um total de 62) que mencionaram
Projetos estruturais ou de interiores	14
Compras / Preços / Comer fora de casa	13
Assuntos Bancários / Orçamentários	10
Automóveis e outras formas de transporte	10
Esportes / Jogos	8
Artigos Domésticos	7
Mapas / Plantas / Topografia / Agrimensura	6
Física / Astronomia	5
Características Pessoais dos Estudantes / Hábitos	4
Trabalho / Salário	4
Arte / Espelhos	3
Programas de Televisão / Filmes / Culinária / Medicamentos / Investigações Criminais / Recenseamento / Montanha-russa / Fogos de Artifício	1 ou 2 cada

Esta pesquisa traz resultados importantes, pois demonstra o quanto os professores ainda sentem-se presos aos tradicionais problemas, muitos deles encontrados em diversos livros didáticos, ao buscarem vínculos com a realidade. Um exemplo disso é o contexto mais citado pelos professores: projetos estruturais ou de interiores. Gainsburg (Ibid., p. 206) revela que um exemplo típico citado é "encontrar quanto tapete seria necessário para um quarto[7]".

Questões financeiras foram mencionadas 23 vezes, incluindo compras, preços, refeições fora de casa, assuntos bancários e orçamentários. Cabe uma pergunta: quanto do tempo das aulas de Matemática no Ensino Médio é destinado a estas discussões, dentro das atuais orientações curriculares? E os outros assuntos mencionados por estes professores? É claro que se deve observar, e isto deve ser reconhecido, a componente cultural envolvida nestas respostas. Quando um professor busca conexões com a realidade, busca a sua realidade e a de seus alunos e, por isso, pode-se concluir que, se esta pesquisa fosse realizada em diversas cidades brasileiras, o resultado poderia ser diferente, com características regionais marcantes. Na pesquisa de Gainsburg nota-se claramente algumas

[5] Equivalente aos Anos Finais do Ensino Fundamental brasileiro.
[6] Equivalente ao Ensino Médio brasileiro
[7] *Finding how much carpet would be needed for a room.*

citações que revelam estas características regionais específicas, tais como "espelhos", "investigações criminais", "montanha-russa" e "fogos de artifício".

Na mesma pesquisa, Gainsburg analisou as respostas dos professores à pergunta: "quando faço conexões com situações ou objetos reais, a ideia mais frequente vem de (escolha um)[8]" (Ibid, p. 207). A tabela abaixo revela as respostas dos professores:

Tabela 2. Respostas dos professores à pergunta: "quando faço conexões com situações ou objetos reais, a ideia mais frequente vem de (escolha um)" (Gainsburg, 2008).

Fonte	Número de professores (55 responderam)
Do Livro Didático do curso.	4
De Outro Recurso Curricular.	1
Da minha cabeça, baseado em minhas próprias ideias ou experiências.	46
Do meu desenvolvimento profissional (seminários ou encontro).	2
De colegas.	2
De outras fontes.	0
Não se aplica – raramente ou nunca conecto a Matemática com situações ou objetos reais.	0

Concluiu-se que os professores, pelo menos na pesquisa citada, demonstraram utilizarem ideias próprias para realizar a conexão da Matemática com a realidade. Portanto, a realidade social e cultural docente influencia diretamente na construção dos currículos praticados nas salas de aula. No entanto, parece existir um abismo entre o currículo prescrito e o currículo praticado, e parece pertinente defender a tese de que um dos fatores que conduzem a esta lacuna é o obscurantismo existente nas prescrições oficiais, ignorando a realidade social e cultural dos professores.

Uma alternativa para esta ignorância da diversidade de práticas docentes existentes em um país com dimensões continentais é proporcionar espaços para troca de experiências e elaboração de atividades e propostas que contemplem a realidade local. Embora polêmico, o Projeto "Folhas" da Secretaria de Estado da Educação do Governo do Paraná proporciona uma possibilidade de participação efetiva dos professores locados nas escolas estaduais. Cada projeto que o professor pode submeter aos responsáveis pela análise dos mesmos deve ter no máximo doze páginas. A proposta é iniciar a atividade com um problema que provoque a busca e utilização de alguns conteúdos necessários para resolução da situação sugerida.

O problema decorrente deste projeto pode ser a criação de uma verdadeira colcha de retalhos, com propostas e objetivos distintos. Cada professor se serviria das atividades que lhe parecessem mais atraentes, possivelmente ignorando os objetivos em prol de atividades agradáveis aos alunos. No entanto, deve-se

[8] *When I make connections to real situations or objects, the idea most often comes from (choose one).*

reconhecer que uma proposta como essa pode servir como motivação para que escolas localizadas em uma mesma comunidade possam elaborar livros didáticos em conjunto, viabilizando propostas que contemplem questões, situações e problemas locais, derivadas da prática e realidade vivenciada por cada aluno, professores e dirigentes de ensino participantes destas instituições.

Portanto, é preciso reconhecer que os objetivos: "desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática no cotidiano" e "desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática nas ciências básicas e aplicadas" devem contemplar muito mais os aspectos relevantes da sociedade do que simplesmente visar ao mundo do trabalho e ao avanço tecnológico. É preciso aplicar a Matemática no cotidiano, em prol da construção de uma visão crítica sobre aspectos sociais, econômicos e políticos, envolvendo questões e debates sobre políticas públicas relacionadas à saúde, ao meio ambiente, transportes nas grandes cidades, saneamento básico, orientação e educação sexual, entre outras muitas querelas. Na verdade, há necessidade de que sejam colocadas em prática as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, publicados entre 1997 e 1999, nas quais são incluídos seis temas, chamados de transversais – Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Pluralidade Cultural, Trabalho e Consumo – que deveriam nortear projetos interdisciplinares e propostas que validassem e aglutinassem os conteúdos matemáticos, antes estanques, nesta nova proposta integradora.

Uma das alternativas metodológicas seria a utilização, tão enfatizada, porém pouco vivenciada, dos jornais e revistas na sala de aula. Realizamos uma pesquisa com alunos de Licenciatura em Matemática (SILVA, 2006), buscando notícias que provocassem e motivassem a realização de trabalhos interdisciplinares bem como a motivação para a abordagem de tópicos tratados tradicionalmente nas aulas de Matemática.

Pode-se citar um exemplo realizado por um dos grupos de licenciandos que participaram da pesquisa unificando os temas Saúde e Orientação Sexual, explorando uma reportagem que tinha como manchete "São Paulo terá mutirão para exame de DNA". O artigo abordava o número de laudos emitidos e famílias atendidas pelo Instituto de Medicina Social e de Criminologia antes e após o mutirão realizado. Isso abriria inúmeras possibilidades de trabalho, além da própria Matemática, verificando a possibilidade de integração com Biologia.

Em uma reportagem denominada "Três anos de Guerra (Iraque)", outro grupo descobriu uma série de temas transversais, já que alguns quadros apresentados como "Números da guerra" propiciaram um trabalho rico de ser explorado. Um mapa revelava porcentagens de grupos étnicos e religiosos existentes no Iraque, claramente abordando questões de pluralidade cultural, um gráfico de colunas destacava a evolução da mortalidade infantil naquele país e a razão de iraquianos com acesso a água potável (um em cada cinco antes da invasão e um em cada três na época da publicação), mostrando a utilização de temas como Saúde. Número de mortos, reféns executados, e presos em Abu Ghraib (prisão onde houve torturas) instigariam a discussão da Ética. Os dados de produção de petróleo, seguidos por um gráfico de colunas sobre a evolução das exportações de barris por dia, proporcionariam uma análise detalhada com ajuda de outras disciplinas como

Geografia e História, aliado ao tema "Trabalho e Consumo". Outro dado impressionante mostra que os contribuintes americanos pagaram US$ 315 bilhões pelos custos da guerra e o presidente Bush ainda solicitava outros US$ 72,4 bilhões extras.

Questões como estas requerem um grande conhecimento geral por parte do professor para validar as conjecturas dos alunos, propiciar debates oferecendo informações adicionais àquelas oferecidas pelos órgãos de imprensa, enriquecer as aulas com fatos pertencentes a outras disciplinas escolares das quais ele não é especialista. Preocupações com a formação inicial e continuada de professores e políticas públicas que incentivem os docentes a terem tempo e recursos financeiros para acessarem meios que possibilitem a ampliação e discussão dos conhecimentos que possuem são necessidades básicas, caso pretendamos formular e instituir um currículo de Matemática que também promova estas questões.

8. Realizar cálculos com rapidez e exatidão

O objetivo "realizar cálculos com rapidez e exatidão" retrocede às instruções da década de 1970, presentes nas orientações curriculares estadunidenses que privilegiavam, no contexto social, suprir as necessidades do sistema de produção capitalista, caracterizado por um ensino de Matemática voltado às técnicas, centrados, nem no professor, nem no aluno, mas na instrução e repetição dos passos necessário para que o aluno resolva uma questão. Os livros didáticos eram recheados de regras e macetes, facilitando e exaltando a memorização. Até hoje, junto a pais e até a alguns educadores, esta metodologia apresenta repercussões, como no sucesso e expansão de escolas voltadas ao ensino do chamado "Método Kumon", por exemplo.

A ideia de um perito em Matemática como sendo alguém que realiza cálculos rapidamente parece fazer parte de uma espécie de senso comum coletivo, no qual pouco se valoriza a interpretação e relação dos resultados destas operações com outras informações. Da mesma forma, parece que a valorização do conhecimento memorizado de capitais de países também é valorizado na Geografia, assim como as datas de acontecimentos célebres são conhecimentos enaltecidos em História e saber qual a grafia correta para determinada palavra é objetivo primordial do ensino da Língua Materna (basta ver o sucesso dos populares concursos de soletração).

A calculadora pode ocupar este papel de realizar cálculos de maneira rápida e eficiente, na maior parte das vezes que efetivamente necessitamos de um resultado no dia-a-dia, mas este não deve ser considerado um objetivo primordial de um currículo que busca muito mais que promover o saber-fazer. O cálculo mental, por exemplo, pode ser incentivado desde as primeiras séries da educação escolar formal e também tem o seu papel no Ensino Médio, podendo ser ampliado, por exemplo, para a obtenção de raízes de equações sem que todo o processo seja explicitado no quadro. Mas o fundamental é que, ao solucionar uma equação, deve ficar claro que o objetivo principal não é resolvê-la simplesmente, mas mostrar aos alunos (e os professores devem acreditar nisto também!) que se pode utilizá-la como parte da resolução de problemas e questões cruciais que envolvem a interpretação crítica e possivelmente a transformação justificada do mundo no qual vivemos, a começar por nossa escola e nossa comunidade local.

9. Desenvolver uma abordagem sistemática para a resolução de problemas

Finalmente, o objetivo "Desenvolver uma aproximação sistemática para a resolução de problemas" surge como meta primordial e, portanto, deve ser claramente descrita.

Várias orientações curriculares mundiais preveem a resolução de problemas como metodologia ou procedimento para tornarem o ensino de Matemática mais investigativo e menos mecanizado. Stacey (2005) faz um estudo comparativo sobre o papel da resolução de problemas nos documentos curriculares oficiais da Austrália, Reino Unido, Estados Unidos e Cingapura. O autor enfatiza que, desde 1990, os currículos australianos e do Reino Unido são orientados por algumas metas. Em 1994, a publicação do "*National Profile*", pelo *Australian Education Council*, dividiu o currículo da Austrália em seis blocos, sendo cinco relativos à divisão do conteúdo (número, álgebra, espaço, medidas, probabilidade e dados[9]) e um bloco procedimental, intitulado "trabalhando matematicamente[10]". Neste bloco procedimental que, notadamente por sua função dentro do currículo já se distingue dos demais, aparece a novidade de incluir, nas metas e objetivos, as atitudes e procedimentos dos alunos, como a confiança de aplicar a Matemática em situações diversas, a persistência, a criatividade e a capacidade de trabalhar cooperativamente e de forma independente. Por sua vez, este bloco procedimental é dividido em outros seis subgrupos, cabendo a cada um deles um espaço reservado à resolução de problemas: (i) investigando; (ii) conjecturando; (iii) usando estratégias para resolver problemas; (iv) aplicando e verificando; (v) usando a linguagem matemática; (vi) trabalhando no contexto (Ibid, p. 343).

Nos Estados Unidos, os *"Principles and Standards for School Mathematics"* publicados, em 2000, pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) orientam, até hoje, a estrutura curricular da Matemática escolar naquele país. Assim como o currículo australiano, o estadunidense também possui cinco blocos referentes à estrutura dos conteúdos matemáticos, porém distingue-se do australiano por possuir outras cinco normas processuais específicas: (i) resolução de problemas; (ii) argumentação e prova; (iii) comunicação; (iv) conexões; (v) representação. Diferentemente do "*National Profile*", os *"Standards"* promovem a resolução de problemas à condição de um processo com várias vertentes e possibilidades (Ibid, p. 344). Já os documentos curriculares do Reino Unido são organizados em quatro blocos, sendo três referentes aos conteúdos (número e álgebra; forma, espaço e medidas; manuseio de dados[11]) e um quarto bloco chamado de "utilização e aplicação da Matemática[12]", que é subdividido em três componentes: resolução de problemas, comunicando e argumentando. Similar aos *"Standards"* estadunidense, a resolução de problemas é um elemento do currículo, em vez de objetivo subjacente a ele.

Nos três casos estudados por Stacey, a importância das situações-problema e os caminhos que levam à elucidação destas conjecturas matemáticas são

[9] *Number, algebra, space, measurement, chance and data*.
[10] *Working Mathematically*.
[11] *Number and algebra; Shape, space and measures; Handling data*.
[12] *Using and applying mathematics*.

classificados ou relacionados em subgrupos que fazem parte de um bloco procedimental ou processual.

O papel da resolução de problemas nas orientações curriculares de Cingapura é claramente diferente, pois o objetivo central do projeto curricular cingapurense é permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de resolver problemas matemáticos por intermédio da inter-relação entre cinco componentes que serão aperfeiçoados com o propósito de alcançar a meta central estabelecida. A figura a seguir mostra como o currículo cingapurense estabelece a resolução de problemas como fim essencial da Educação Matemática nas escolas:

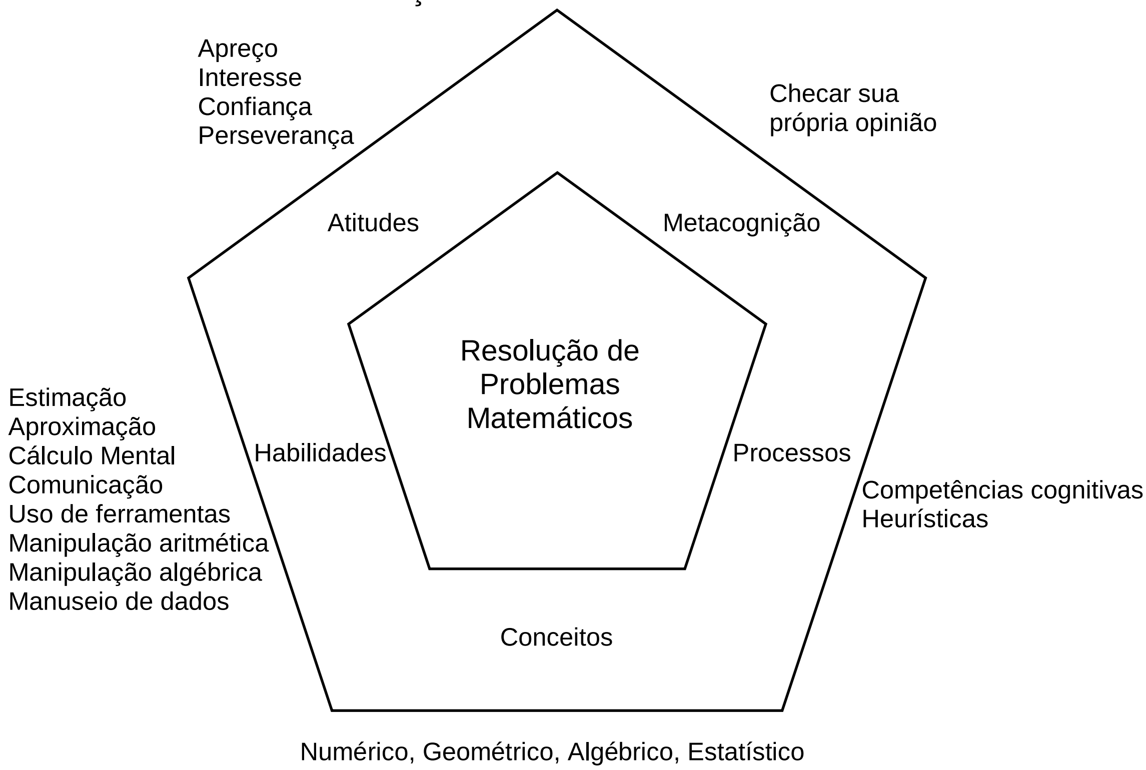

Figura 2. O currículo cingapurense tem a resolução de problemas como objetivo central da Matemática escolar (Stacey, 2005, p. 345).

Parece indiscutível que um currículo de Matemática deva centrar-se na resolução de problemas, não como mero coadjuvante ou como simples estratégia para auxiliar o ensino. Essa metodologia deve ser a protagonista de um processo que privilegia a criatividade, a autonomia e o trabalho cooperativo. Muito além das propostas cartesianas de Pólya, nas quais o enfoque é o produto, a preocupação primordial localiza-se no processo que envolve a resolução de problemas.

Em um currículo crítico, pode-se questionar: qual a origem e a finalidade do problema escolhido? Possui relação com a realidade social, cultural, econômica da comunidade para o qual é proposto? Motiva discussões sobre como pôr em prática determinada técnica (muitas vezes relacionada com aplicações profissionais) ou também discute a finalidade das próprias técnicas? Promove a máxima do “melhor resultado no menor tempo”, reproduzindo os ideais de organizações empresariais ou estimula o refletir e a criatividade, ainda que para isto necessite de demorada ponderação?

Para D'Ambrosio (2007, p. 516), "o nosso objetivo, como educadores, não é o de dar continuidade a este tipo de Mundo: a preparar para a guerra, nos proteger dos demais seres humanos, para aumentar a acumulação de nossos ganhos em detrimento da diminuição dos recursos naturais. Não vejo a minha missão como educador para preparar novas gerações de dóceis cidadãos que continuam a aceitar e agir neste padrão. Quero que as novas gerações sejam criativas e encontrem caminhos para a Paz em todas as suas dimensões: Militar, Social, Ambiental. Elas precisam de criatividade para propor o novo, e não serem bons reprodutores do velho[13]". O autor propõe uma nova forma de pensar e resolução de problemas, compreendendo algumas transições conceituais: (1) do problema determinado aos problemas identificados; (2) do trabalho individual ou trabalho cooperativo; (3) de problemas com solução única aos problemas abertos e (4) das soluções exatas às soluções aproximadas (Id., Ibid., p. 517). Esta concepção pode ser mais bem compreendida se adaptada aos estudos de Ponte sobre Investigações Matemáticas, mas modificando seu enfoque principal. Ao invés de pensar na proposta de situações abertas para reprodução do trabalho do matemático dentro da sala de aula, pode-se situar estas sugestões dentro de um contexto sociocultural que promova um rompimento das tradicionais propostas e produza reflexões que levem à interpretação variada e coletiva em busca de soluções criativas que possam transformar nossa realidade.

Talvez seja mais importante ouvir os alunos ao invés de estabelecer critérios de como resolver problemas para ensiná-los e orientá-los nesta tarefa: "o que nós precisamos é de uma espécie de reconceitualização da ideia de resolução de problemas. Em vez de focalizarmos diretrizes para resolver problemas, há que dar mais atenção às relações professor-aluno. Dar voz aos alunos quando confrontados com uma situação desafiadora e ouví-los torna-se mais importante que ensinar os alunos a resolver problemas[14]" (D'Ambrosio, Ibid., p. 518). Problemas podem ser compreendidos, entretanto, sua solução depende da criatividade e esta criatividade é intrínseca ao ser humano, não pode ser ensinada como um compêndio, mas deve ser estimulada e o docente tem papel crucial ao criar um ambiente propício para a sua manifestação. A experimentação, o erro, a imaginação, o improviso e o imponderável têm um peso neste "novo" conceito para resolução de problemas.

Considerações finais

Neste artigo, foram apresentados e discutidos objetivos que pudessem definir um currículo de Matemática. Buscaram-se reflexões de alguns autores e aprofundou-se uma discussão sobre uma série de fins para o ensino de Matemática, relacionados por professores com formação matemática e pertencentes a países distintos, durante o Segundo Estudo Internacional de Matemática (SIMS).

É certo que o estudo apresentado por Burstein (1992, apud BROWN, 1999) não é recente, mas será que tal estudo constituir-se-ia muito diferente se esta

[13] *Our aim, as educators, is not to give continuity to this kind of World: to prepare for War, to protect ourselves from fellow human beings, to increase the accumulation of our gains at the expense of decreasing the natural resources. I don't see my mission as an educator to prepare new generations of docile citizens that continue to accept and behave in this pattern. I want the new generations to be creative and finding ways to Peace in all its dimensions: Military, Social, Environmental. They need creativity to propose the new and not to be good reproducers of the old.*

[14] *What we may need is a sort of reconceptualization of the idea of Problem Solving. Instead of focalizing guidelines to solve problems, more attention must be given to the teacher-student relations. To give voice to the student when faced with a challenging situation and to listen becomes more important than to teach students how to solve problems.*

pesquisa fosse repetida nos dias atuais? Novas pesquisas podem responder estas e outras questões que emergem desta discussão.

Ao apresentar cada objetivo proposto, vários temas foram discutidos e analisados do ponto de vista curricular da Matemática no ensino médio: novas tecnologias, provas e demonstrações, investigações matemáticas, contextualização, resolução de problemas, modelagem matemática, entre outros. O importante foi buscar uma aproximação de uma explicação ou teorização de um aspecto fundamental do ensino de Matemática: o que é e quais são os objetivos de um currículo de Matemática para o ensino médio?

Currículo é uma *construção* cultural (GRUNDY, 1987 apud SACRISTÁN, 2000) que define o que se *considera* o conhecimento válido (BERNSTEIN, 1980 apud SACRISTÁN, 2000). Também é um *projeto seletivo* de cultura, cultural, social, política e administrativamente condicionado (SACRISTÁN, 2000). Estes excertos compartilham a ideia de que a construção de um currículo envolve escolhas que devem ser realizadas mutuamente, entre educadores (teóricos, elaboradores de currículo, professores, dirigentes escolares) e comunidade (alunos, pais de alunos, funcionários das escolas, habitantes que residem no entorno da instituição escolar).

Em um currículo crítico, essas escolhas devem ter o rigor suficiente para problematizar práticas não-escolares, pressupondo uma ideia de currículo escolar “como vivência atual e situada de experiências de problematização de práticas socioculturais extra-escolares” (MIGUEL, 2008, p. 12). Aliás, a problematização implica uma nova concepção de resolução de problemas para a Educação Matemática, assim como D’Ambrosio (2007) sugeriu.

Conclui-se, a partir dos aportes teóricos escolhidos, que os principais objetivos do ensino de Matemática no ensino médio seriam: (i) desenvolver uma atitude de investigação; (ii) esenvolver a consciência sobre a importância da Matemática no cotidiano; (iii) desenvolver a consciência sobre a importância da Matemática nas ciências básicas e aplicadas; (iv) desenvolver uma aproximação sistemática para a resolução de problemas. Isto não significa que os outros objetivos devam ser omitidos, mas muito provavelmente reexaminados e readaptados para um novo contexto que valoriza os conhecimentos populares ou cotidianos e não apenas os conhecimentos ditos científicos e escolares.

Entretanto, não se pode ignorar que o conhecimento matemático, dito científico, ainda que não conduza a nenhuma prática imediata nem a uma transformação social, também deve ser valorizado e deve ter espaço garantido em um Currículo de Matemática que propõe a valorização de todo a espécie de saberes. A contextualização, neste caso, se justifica pela imensa gama de interconexões que podemos realizar ao ensinarmos que a Matemática é um campo de estudo com várias imbricações e não formada por compartimentos estanques. Sua história, valorizando aspectos culturais, sociais, políticos e econômicos, pode também conduzir a transformações, compreendendo que os conteúdos ensinados foram constituídos para um determinado fim e buscando um entendimento de qual seria este objetivo nos dias atuais.

A postura de Knijnik (2004, p. 232) revela essa necessidade de estabelecer proporções apropriadas de doses compostas por saberes populares e por saberes acadêmicos ou científicos: "na perspectiva etnomatemática que assumo, não há, no entanto, um relativismo exacerbado, uma visão ingênua da potencialidade de tais saberes populares no processo pedagógico, o que poderia conduzir a uma glorificação dos saberes populares com a consequente guetização dos grupos subordinados. Ao contrário, no processo educativo as inter-relações entre os saberes populares e os acadêmicos foram qualificadas, possibilitando que os adultos e jovens que dele participaram, concomitantemente compreendessem de modo mais aprofundado sua própria cultura e tivessem também acesso à produção científica e tecnológica contemporânea".

O conhecimento da ciência de referência pode representar uma dimensão importante, pois representa uma produção científica e tecnológica contemporânea, fruto de uma cultura, é verdade, mas que deve proporcionar a oportunidade de todos conhecerem-na e compartilhá-la.

Bibliografía

Anderson. J. (1999). Being Mathematically Educated in the 21st Century: What Should It Mean? In: Hoyles, C.; Morgan, C.; Woodhouse, G. (Org.). *Rethinking the Mathematics Curriculum*. Londres: Falmer Press.

Barwise, J.; Etchemendy, J. (1991). Visual information and valid reasoning. In: Zimmerman, W.; Cunningham, S. (Orgs.). *Visualisation in teaching and learning mathematics*, p. 9–24. Washington, DC: MAA.

Barwise, J.; Etchemendy, J. (1996). Heterogeneous logic. In: Allwain, G.; Barwise, J. (Orgs.), *Logical reasoning with diagrams*, p. 179–201. New York: Oxford University Press.

Bernstein, B. (1980). On the classification and framing of educational knowledge. In: YOUNG, M. (Org.). Knowledge and control**.** Londres: Collier Macmillan, p. 47-69.

Brown, J. R. Proofs and pictures. (1997). *British Journal for the Philosophy of Science,* 48, p. 161–180.

Brown, J. R. (1999). *Philosophy of mathematics: The world of proofs and pictures.* New York: Routledge.

Brown. M. (1999). One Mathematics for All? In: Hoyles, C.; Morgan, C.; Woodhouse, G. (Org.) *Rethinking the Mathematics Curriculum*. Londres: Falmer Press.

Burstein, L. (1992). *The IEA Study of Mathematics III: Student Growth and Classroom Processes.* Oxford: Pergamon Press.

Casselman, B. (2000). Pictures and proofs. *Notices of the AMS*, n. 47, p. 1257-1266.

Clayton, M. (1999). Industrial Applied Mathematics Is Changing As Technology Advances: What Skills Does Mathematics Education Need to Provide? In: Hoyles, C.; Morgan, C.; Woodhouse, G. (Org.) *Rethinking the Mathematics Curriculum*. Londres: Falmer Press.

D'Ambrosio, U. (2007). *Problem solving: a personal perspective from Brazil*. ZDM, v. 39, p. 515-521.

Francis, G. (1996). *Mathematical visualization: Standing at the crossroads*. <http://www.oldweb.cecm.sfu.ca/projects/PhilVisMath/vis96panel.html>.

Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 11, n. 3, p. 199-219.

Grundy, S. (1987). *Curriculum: product or praxis*. Londres: The Falmer Press.

Hanna G. et al. (2004). Teaching Proof in the Context of Physics. ZDM, v. 36, n. 3, p. 82-90.

Hanna G.; Sidoli, N. (2007). *Visualisation and proof: a brief survey of philosophical perspectives***.** ZDM, v. 39, p. 73-78.

Knijnik, G. (2004). Etnomatemática e educação no movimento sem terra. In: Knijnik, G.; Wanderer, F.; Oliveira, C. J. *Etnomatemática, currículo e formação de professores.* Santa Cruz do Sul: EDUNISC.

Miguel, A. (2008). Concebendo o currículo como prática escolar de problematizar práticas não escolares. Trabalho apresentado no simpósio "Inovações curriculares: rupturas epistemológicas e culturais". In: *XIV Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*. Porto Alegre.

Monteiro, M. A. (2008). *A Matemática do Índice de Desenvolvimento Humano – IDH.* In: Revista do Professor de Matemática, n.67, p.31-35. São Paulo.

Nieves Álvarez, M. et al. (2002). *Valores e temas transversais no currículo*. Porto Alegre: Artmed.

Ponte, J. P.; Brocado, J.; Oliveira, H. (2005)*. Investigações matemáticas na sala de aula.* Belo Horizonte: Autêntica.

Sacristán, J. G. (2000). *O Currículo: uma reflexão sobre a prática***.** Tradução de: Ernani F. da F. Rosa. 3. ed. Porto Alegre: ArtMed.

Silva, M. A. (2006). *Jornais e os Temas Transversais***.** In: Anais do VIII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo.

Silva, M. A. (2009). *Currículos de Matemática no Ensino Médio: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos*. 248f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Stacey, K. (2005). The place of problem solving in contemporary mathematics curriculum documents. *Journal of Mathematical Behavior*, v. 24, n. 3-4, p. 341-350.

Marcio Antonio da Silva. Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. Professor do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/UFMS. Campo Grande-MS, Brasil. Endereço para correspondência: Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (CCET/UFMS). Cidade Universitária – Caixa Postal 549 – CEP: 79070-900 – Campo Grande, MS, Brasil. **marcio.silva@ufms.br**

Célia Maria Carolino Pires. Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo – USP. Professora do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. São Paulo-SP, Brasil. Endereço para correspondência: Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (CCET/PUC-SP). Endereço para correspondência: Rua Marquês de Paranaguá, 111 - Prédio 1 - 2º andar - Consolação – CEP: 01303-050 – São Paulo, SP, Brasil. **celia@pucsp.br**