

Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica

Historia de la Matemática, Educación Matemática e Investigación en Educación Matemática¹

Asdrúbal Belisario², Fredy Enrique González³

Resumen

Entre las tendencias investigativas en el campo de la Educación Matemática se destacan los estudios desarrollados desde la perspectiva del Análisis Histórico Epistemológico, los cuales toman en cuenta que la Historia de la Matemática muestra la transformación de los conceptos y procesos en esta disciplina así como el contexto socio-cultural en donde ella aparece y se desarrolla, considerando también su pertinente influencia tanto sobre su enseñanza y aprendizaje como sobre la investigación que se realiza en torno a estos procesos; sobre la base de esta premisa, en este trabajo la Historia (H), la Educación Matemática (EM), la educación matemática (em), y la Investigación en Educación Matemática (IEM) se tratan a través de un enfoque social, procurando establecer los vínculos existentes entre la Historia de la Matemática (HM) y la EM; y entre la HM y la IEM.

Abstract

Among research trends in the field of Mathematics Education, highlights the studies developed from the perspective of historical analysis epistemological, which take into account that the history of mathematics shows the transformation of the concepts and processes in this discipline as well as the context socio-cultural environment in which it appears and develops, relevant considering their influence on both teaching and learning and on the research being done on these processes, based on this premise, in this study History (H), Mathematics Education (ME), mathematics education (em), and Research in Mathematics Education (IEM) are addressed through a social approach, seeking to establish the links between the History of Mathematics (HM) and MS and between the HM and the IEM.

Resumo

Entre as tendências investigativas no campo da Educação Matemática destacam-se os estudos desenvolvidos desde a perspectiva da Análise Histórica Epistemológico, os quais tomam em conta que a História da Matemática mostra a transformação dos conceitos e processos nesta disciplina bem como o contexto sócio-cultural em onde ela aparece e se desenvolve, considerando também seu pertinente influência tanto sobre seu ensino e aprendizagem como sobre a investigação que se realiza em torno destes processos; sobre a base desta premisa, neste trabalho a História (H), a Educação Matemática (EM), a educação matemática (em), e a Investigação em Educação Matemática (IEM) tratam-se através de um enfoque social, tentando estabelecer os vínculos existentes entre a História da Matemática (HM) e a EM; e entre a HM e a IEM

¹ Este artículo corresponde a una de las actividades de evaluación final del Seminario Doctoral intitulado "Perspectivas Teóricas de la Investigación en Educación Matemática" coordinado por el Dr. Fredy González en el Doctorado en Educación (UPEL Maracay), administrado durante el PA 2011-2 (Marzo- Junio)

² Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay). abel1910@gmail.com

³ Núcleo de Investigación en Educación Matemática "Dr. Emilio Medina". Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay). fredygonzalez1950@gmail.com

La conciencia histórica representa, desde luego, una clara invitación a tomar seriamente en consideración nuestro estar constantemente insertos en la historia, hasta el punto que no podríamos comprendernos sin calificarnos como « personas históricas ».

G. Occhipinti

1. Introducción

El marco institucional para la realización del estudio que se reporta en este artículo fue el Seminario Doctoral intitulado “Perspectivas de la Investigación en Educación Matemática” dictado en el Doctorado en Educación del Instituto Pedagógico “Rafael Alberto Escobar Lara” (Núcleo Maracay) de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL-Maracay) cuyas actividades se iniciaron el día martes 29 de marzo de 2011, bajo la conducción del Dr. Fredy González, con la asistencia de seis participantes.

En su documento descriptivo (González, 2011), se establece que el propósito del Seminario es proporcionar a sus participantes experiencias de aprendizaje que les permitan:

- a) Iniciarse en el análisis de la práctica de la investigación educativa en el campo de la Educación Matemática, teniendo como criterios, entre otros, los paradigmas, teorías y métodos subyacentes;
- b) Adquirir conciencia de los compromisos cognitivos implicados en el proceso de generación de saberes relacionados con la teoría y la práctica de la investigación en Educación Matemática;
- c) Fortalecer competencias para convertir en conocimiento socializado los problemas propios del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en los distintos niveles y modalidades del sistema educativo venezolano.

El Seminario se desarrolló en dos partes; en la primera se precisaron elementos teóricos y conceptuales, y abarcó contenidos temáticos acerca de la Educación Matemática (EM) como disciplina científica; la Investigación en Educación Matemática (IEM) como campo de producción de conocimientos que incluye a la educación matemática (em) en su praxis; y, los roles de la Teoría y la Historia de la Matemática en la EM y la IEM; en la segunda parte, relativa al tratamiento histórico dado a los objetos matemáticos en ciertas investigaciones venezolanas de EM, se examinaron investigaciones específicas fundamentadas en el Enfoque Onto-Semiótico (Godino, 2002), la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1991), el Pensamiento Matemático Avanzado (Dreyfus, 1991) y la Etnomatemática (D'Ambrosio, 1984).

Como producto de la actividad intelectual generada durante el Seminario ya indicado, se concluyó que en los estudios y trabajos de investigación en EM se debe explicitar la perspectiva histórica desde la cual se abordan tanto el objeto matemático en estudio como el asunto de interés indagatorio que, en relación con tal objeto, esté siendo tratado.

Además de lo anterior, en el Seminario también se evidenció la necesidad de iniciar un relevamiento documental de los trabajos en los que se resalta la importancia de considerar los aspectos históricos del conocimiento matemático en la realización indagaciones ubicables en el campo de la Educación Matemática, tal como lo reseña Gómez (2003); en esto se asume, como premisa, que cuando se hace investigación en relación a cómo enseñar determinado objeto matemático, resulta conveniente examinar la historia del mismo haciendo énfasis en la develación de los factores condicionantes de su emergencia e inserción en el ámbito matemático correspondiente; dicho examen tiene carácter histórico (por lo que se refiere al estudio del desenvolvimiento de las ideas) y epistemológico (en tanto que considera los avatares asociados con su proceso de constitución conceptual); así el trabajo de indagación del educador matemático se verá ampliamente beneficiado si incorpora las dimensiones histórica y epistemológica tal como acaba de ser señalado.

En consecuencia, interpretando a Gómez (Op. cit.) si, cuando se realiza Investigación en Educación Matemática, se revisa la historia será posible encontrar fundamentos y argumentos para sustentar hipótesis que ayuden a la comprensión de hechos o respuestas a interrogantes surgidas en el dominio de la formación en Matemática que reciben las personas que participan en procesos de escolarización asociados con esta ciencia. De conformidad con lo anterior, el objetivo del presente trabajo es establecer vínculos entre la Historia de la Matemática (HM) y la EM; y entre la HM y la IEM. Para esto se realizará una revisión documental interesada y concreta de trabajos en los cuales se haga uso explícito de la HM, teniéndose presente la relación que se muestra en la siguiente figura:



Figura 1: Papel de la Historia de la Matemática en la Educación Matemática y en la Investigación en Educación Matemática

Referentes Teórico-Conceptuales

Consideraciones generales sobre la Historia como ciencia.

La palabra Historia se deriva de la voz griega «ιστορία» que significa relato o narración. Heródoto (Grecia, 484-425, a. C.), es generalmente considerado como el Padre de la Historia, la definió –brevemente– como «para que ni los sucesos de los hombres con el tiempo se extingan, ni las obras grandes y admirables queden no celebradas, y por qué causas guerrearon unos contra otros»⁴; para Vilar (1982) es «la ciencia del todo social, y no de tal o cual parte, ciencia del fondo de los problemas sociales y no de sus formas, ciencia del tiempo y no del instante» (p. 42); mientras que según Lucien Febvre (1982, p. 39) la historia es, por definición, absolutamente social y su misión es organizar el pasado en función del presente; eso es lo que podría denominarse función social de la historia; el análisis científico de esta acumulación de hechos es el objeto de la Historia como una ciencia.

⁴ Proemio a sus historias. Herodoto. Libro 1. Traductor Antonio González Caballo (1994).

De acuerdo con Carr (1961), la Historia es un proceso continuo de interacción entre el historiador y los hechos, un diálogo sin fin entre el presente y el pasado. La Historia, en sus dos sentidos –la investigación llevada a cabo por el historiador y los hechos del pasado que él estudia- es un proceso social cuyo propósito es hacer que el hombre pueda comprender la sociedad del pasado, e incrementar su dominio de la sociedad del presente. La Historia consta de un cuerpo de hechos verificados, los cuales son encontrados en diferentes fuentes –primarias o secundarias- que son reunidos por el historiador quien posteriormente los organiza, describe e interpreta.

Aroca (2006), por su parte, propone el concepto de historia-conocimiento, asumido como un proceso comprensivo sobre eventos de gran alcance, considerados como históricos, en el nivel de la sociedad, la política y la economía. Junto con esta conceptualización, Aroca describe los siguientes “*modos*” de creación de la historia-conocimiento:

- a) El primer modo consiste en partir de la cronología tradicional; permite organizar los datos sobre la base de una secuencia que tiene como eje un hecho o acontecimiento pasado de gran impacto o trascendencia histórica. Se fundamenta en un análisis de *hipótesis* que generalmente son de dos tipos a.1) empíricas son aquellas que enlazan datos por su cercanía elemental y evidente, ya sea cronológica, de entorno o de otro aspecto; también se les denomina *cronogenéticas*; a.2) hermenéuticas, las que enlazan datos por la vía comprensiva, denominadas por ello *filogenéticas*.
- b) el segundo modo se basa en la comprensión de los fenómenos, y en tal sentido este modo se convierte en un modelo que puede ser construido en *tres formas* distintas: b.1) *analógica*, donde cierto conjunto de cualidades de un sistema A representa al sistema estudiado B; b.2) *iconística*, en la cual se representan propiedades o conjunto de propiedades de un sistema A en relación con un sistema estudiado B; b.3) *simbólica* cuando, con conceptos vinculados entre sí, se simboliza a un conjunto de fenómenos y sus respectivas relaciones; en este caso el modelo es categórico y hace énfasis en lo comprensivo.
- c) el tercer modo se basa en la Filosofía de la Historia y es sistematizado a partir de axiomas de campos diversos, no necesariamente científicos. Su primordial propósito es el intento de universalización del conocimiento; es el más complejo, dado que origina o propicia la construcción de líneas de desarrollo que abarcan dilemas existenciales en niveles culturales y civilizatorios globales.

Independientemente de la perspectiva histórica que se escoja, las fuentes y la concepción de temporalidad son fundamentales en la calidad del conocimiento producido. Por esta razón, de acuerdo con Guacaneme (2010), debe procurarse que las fuentes sean -en orden jerárquico- originales, secundarias o didácticas; orientadas con enfoque socio cultural; sobre el objeto de referencia de carácter biográfico; obras originales u objetos específicos. Respecto al tiempo, la periodización debe ser expresada en etapas o épocas ajustadas a la naturaleza del objeto de interés indagatorio; de manera cronológica, con períodos de tiempo dados en forma lineal determinados por fechas ordenadas o en forma filológica donde las etapas se determinan por la evolución de hechos, teorías, conceptos, eventos, etc. que se relacionan en un contexto.

Otra versión de la Historia es la expuesta por Cicerón (106-43 a. de C.) (citado por Reggini, 2011) quien expresó que «La historia es el testigo de los tiempos, la antorcha de la razón, la vida de la memoria, el maestro de la experiencia, el mensajero de la Antigüedad»; en esta acepción destaca una visión que busca en el pasado elementos para comprender el presente y avanzar hacia el futuro con lo cual se resalta de la historia su interés por considerar los acontecimientos sociales como fuentes para la generación de conocimientos que contribuyan a la formación de una conciencia y memoria social, tal como lo explica Benjamin (1991), quien expresa además que: "*el historiador está forzado a explicar de alguna manera los sucesos que le ocupan; bajo circunstancia alguna puede contentarse presentándolos como muestras del curso del mundo*" (p. 123) indicando con esto que el discurso histórico no debe consistir únicamente en una narración de eventos o circunstancias que hayan tenido lugar en tiempos pretéritos.

Por el contrario, el objeto de la Historia -como ciencia- es el análisis científico de hechos sociales, económicos, políticos y científicos entre otros (Anaya y Ramírez, 2001). Quien escribe Historia usa la información contenida en documentos escritos, testimonios orales, restos arqueológicos, gráficas o ilustraciones, entre otras fuentes, así que éstas constituyen la base de los estudios históricos; y las mismas se clasifican en: originales o reproducidas; primarias o secundarias; escritas u orales; y materiales. La calidad de la historia que se produce está asociada directamente con la de las fuentes que se usen para sustentarla. Otro aspecto importante en los estudios históricos es la temporalidad; al respecto Braudel (1968) denomina los tiempos que afectan a todos los procesos históricos como: corto, medio y largo.

- El *tiempo corto* es el de los acontecimientos que abarcan un lapso breve en relación con la capacidad humana para concebir la categoría temporal.
- El *tiempo medio* es el de la coyuntura, entendida ésta como el conjunto de factores (económicos, políticos, sociales o culturales) que caracterizan un determinado momento en la vida de una sociedad. Se caracteriza por su gran movilidad.
- El *tiempo largo* es el de las realidades que subyacen a los acontecimientos o cambios de la coyuntura económica, política o social. Está vinculado con hechos geográficos y es prácticamente inmóvil.

Los "tiempos históricos" propuestos por Braudel (Op. Cit) se pueden establecer en forma relativa (filogenética); absoluta, y a través de una línea temporal de fechas contables y ordenadas.

Según Topolsky (1982, p. 331), para realizar estudios históricos se puede aplicar la que él denomina Metodología Pragmática de la Historia, la cual implica realizar un análisis exhaustivo de los elementos constituyentes de algún hecho reproduciéndolo fielmente y encuadrándolo en su contexto cultural; a esto también se denomina Reconstrucción Histórica, que de acuerdo con Gibbon y Mommsen (citados por Le Goff, 2005, pág. 120), implica reconstruir lo vivido a partir de variadas fuentes cuyo contenido es analizado e interpretado con espíritu crítico. Los estudios históricos de carácter reconstructivo resultan idóneos en los esfuerzos que se realizan en torno a la dilucidación de la historia social de campos disciplinarios emergentes como lo es el caso de la Educación Matemática.

Relaciones entre Historia (H), Matemática (M), educación matemática (em), Educación Matemática (EM) e Investigación en Educación Matemática (IEM).

En el presente estudio, la Historia (H) constituye el núcleo alrededor del cual se conforma un sistema que vincula Matemática (M), educación matemática (em), Educación Matemática (EM) e Investigación en Educación Matemática (IEM), tal como se muestra en la siguiente figura:

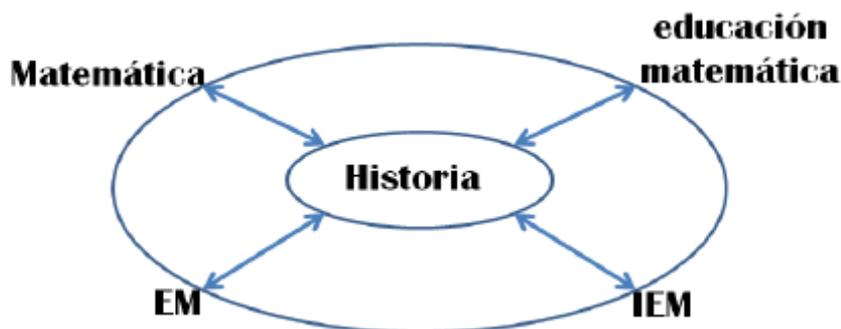


Figura 2. La Historia como Epicentro vinculante de la Matemática, la educación matemática, la Educación Matemática y la Investigación en Educación Matemática

En la Figura 2 son apreciables las siguientes vinculaciones:

1. $[H - M] \rightarrow HM$: son los que se refieren explícitamente a la consideración histórica de la Matemática como un todo global, o de objetos matemáticos específicos.
2. $[H - EM] \rightarrow HEM$ son aquellos en los que se examina el proceso de constitución de la EM como un campo disciplinario que posee especificidad propia.
3. $[H - IEM] \rightarrow HIEM$ son los que se preocupan por dilucidar los pormenores de los procesos de emergencia, desarrollo y evolución de la IEM.
4. $[H - em] \rightarrow Hem$ son aquellos en los que se examinarán los pormenores del proceso de enseñanza de la Matemática, tomando en cuenta circunstancias sociales, culturales, económicas, tecnológicas, etc.

Particularmente, las relaciones Hem, HEM y HIEM remiten, respectivamente, a los siguientes asuntos de interés indagatorio: particularidades de los procesos, prácticas y recursos que son puestos en juego para propiciar la formación en matemática de los miembros de una sociedad determinada (Hem); examen de los factores condicionantes del desarrollo de la EM como campo para la producción profesional de conocimientos y saberes acerca de la enseñanza, aprendizaje, estudio y evaluación de la Matemática en los más diversos contextos (HEM); y, revisión de la trayectoria descrita en la indagación de una multitud de asuntos que atraen la atención de quienes tienen interés por los procesos asociados con la producción, desarrollo y transmisión de objetos de la más diversa índole, propios de la Matemática (HIEM).

Por otro lado, la relación entre Historia (H) y Matemática (M) da lugar a un nuevo subespacio disciplinario: la Historia de la Matemática (HM); a partir de ésta se genera otro conjunto de relaciones complementarias a las anteriores; a saber:

1. $[HM - em] \rightarrow HMem$: aquí se incluyen los estudios que se interesan en averiguar cuál es el papel que puede desempeñar la HM en la formación matemática de las personas (em).

2. [HM -- EM] →HMEM: aquí se tienen presentes los trabajos que conciben a la Historia de la Matemática como un subcampo de la Educación Matemática
3. [HM -- IEM] →HMIEM: este rubro abarca los estudios que tienen a la Historia de la Matemática como uno de los asuntos de interés indagatorio de la Investigación en Educación Matemática.

A continuación se desarrollan sucintamente cada una de las siete relaciones antes identificadas.

[Historia (H) — Matemática (M)] ↔ HM

La Matemática prácticamente se inicia en los albores de la humanidad, tal como lo testimonian los descubrimientos arqueológicos de pinturas y esculturas rupestres cuya antigüedad data de 20.000 años A.C., sobre cuya base es posible develar cómo fue la vida, cultura, actividades de supervivencia, y otros aspectos del desarrollo de los grupos sociales del entorno donde fueron realizados los hallazgos (Clark, 1980). Así, por ejemplo, a través de los jeroglíficos egipcios del 3400 al 525 A.C. se han podido conocer las costumbres sociales, el avance cultural y científico, la organización social y política, entre otras características del pueblo de Egipto; otros ejemplos análogos se tienen en relación con las culturas griega, fenicia, etrusca, babilónica y asiria.

También existen testimonios de la presencia de la Matemática desde la más remota antigüedad, como lo son las *marcas de cuenta* en un hueso de lobo hallado en Checoslovaquia (57 muescas agrupadas en 11 grupos de 5 con 2 sueltas) que datan de hace 30.000 años; otro hueso de hace 25.000 años fue encontrado en Ishango (Zaire); otro con 27.000 años de antigüedad, fue ubicado en Lebombo (Sudáfrica). Con el paso del tiempo, las marcas de cuenta que, se supone, referenciaban el mes lunar de 28 días, dieron paso a los símbolos numerales cuya aparición coincide con la creación —hacia el año 3000 A.C.— de la escritura cuneiforme por los Sumerios, así lo refiere Stewart (2008), quien también señala:

Las matemáticas nacieron con los números, y los números siguen siendo indispensables, incluso si la disciplina ya no se limita a los cálculos numéricos. Sobre la base de los números las Matemáticas han construido conceptos más sofisticados y se han desarrollado hasta constituir un área muy amplia y variada del pensamiento humano (p. 15)

De este proceso da cuenta la HM la cual consiste en una exposición comprensiva, descriptiva e interpretativa de los eventos, personajes y procesos que han coadyuvado a la conversión de la Matemática en un cuerpo de conocimientos que permanece en constante transformación con el transcurrir del tiempo

La relación de la Historia con la Matemática puede apreciarse desde dos *perspectivas; general o macro* que, como lo plantea Ball (1960), implica el abordaje del “sumario histórico del desarrollo de las matemáticas, ilustrado por la vida y descubrimientos de aquellos a quienes se les atribuye principalmente el progreso de la ciencia” (p. v), mientras que la perspectiva *particular o micro*, se preocupa por responder preguntas tales como “¿Cuándo, cómo, dónde y por qué aparece? ¿Cuáles son las tradiciones más fuertes que se le atribuyen? ¿Quiénes son sus principales exponentes? ¿Qué aporte realizaron para ser considerados como tales?” (Cicerchia, 2007), como ejemplo ilustrativo del enfoque particular, se puede señalar el libro intitulado “*Matemáticos que cambiaron al Mundo*” (Jiménez,

2006), del cual Alberto Bagazgoitia (2007), miembro de la Real Sociedad Matemática Española, hace una reseña en la que puede leerse:

el tratamiento que se hace en el libro de las biografías y de las referencias a las circunstancias históricas, políticas o sociales de la época. [...] Recomendable como lectura para los alumnos de la que surgirán -estoy convencido de ello- preguntas e inquietudes que contribuirán a un mejor y más provechoso aprendizaje. Y recomendable también para el profesor, quien no debe perder de vista y que debe poner de manifiesto el proceso histórico en la construcción del conocimiento matemático

destacando en ella el llamado que hace en el sentido de que la historia de la “construcción de los conocimientos matemáticos” sea utilizada por quienes los enseñan, en su introducción, en los ámbitos escolares; así lo hizo Bagni (2000) quien utilizó un ejemplo extraído del texto ‘Algebra de Bombelli’, editado en 1572, para introducir los conceptos de *Grupo* y *Tabla de Cayley*, respectivamente, a estudiantes con edades entre 16 y 18 años; este ejemplo resalta la utilidad de usar elementos de la historia de los conceptos matemáticos en su enseñanza; en síntesis, el estudio de la Matemática, tanto como obra cultural y legado intelectual como campo de conocimientos específicos, se ve fortalecido si en ello se adopta la Historia.

En efecto, una fuente de la cual puede nutrirse la enseñanza actual de las Matemáticas es su historia; así se puede constatar revisando el recuento de Historia de la Matemática que hace Ball (1960); en esta obra se indica el hallazgo en Babilonia de una tabla de los valores de las potencias cuadradas de una serie de números enteros con base en la cual se puede asumir que ya para esa época eran estudiadas. También hay indicios de que en Tiro, una ciudad al sur del Líbano, se prestaba atención a la ciencia de los números, la navegación y la astronomía lo cual les servía en las relaciones comerciales que mantenían con sus vecinos de Caldea; además poseían un sistema regular de pesos y medidas semejantes a las usadas en Babilonia. Otra fuente escrita certificada, acerca de la aritmética que se usaba en Egipto, es el papiro –de la colección Rhind del Museo Británico- escrito por el escriba Ahmes; en el papiro de Rhind están impresas nociones relativas a los números fraccionarios, solución de ecuaciones numéricas sencillas y geometría.

Otro aspecto importante es el valor social atribuido a la Matemática en las grandes civilizaciones antiguas, lo cual puede inducirse con base en el surgimiento de “escuelas” donde se enseñaban cuestiones propias de la Geometría y la Aritmética. Entre 600 A.C y 400 A.C. surgen las escuelas jónica y pitagórica en las que se destaca el desarrollo de la geometría; teniendo como maestros a Tales y Pitágoras, respectivamente.

Otras escuelas griegas fueron la Escuela de Chios (Oenopides), la de Elea (Xenophanes, Parménides, Zeno y Melissus) y la de Thrace (Leuccipus, Democritus y Epicurus). También, dignas de mención son las escuelas de Atenas y Cyzicus, con Aristóteles, Eudoxus, Hipócrates y Platón, fundadas en los años 420-300 A.C y las de Alejandría, creadas entre los años 30 A.C y 641 D.C, con Euclídes, Arquímedes, Apolonio, Hero, Ptolomeo, Pappus, Hypatia y otros matemáticos reconocidos.

Un estudio de la trayectoria de las escuelas antes mencionadas, lo cual es asunto propio, entre muchos otros, de la Historia de la Matemática, muestra la transformación que a lo largo del tiempo han sufrido los conceptos y procesos de

esta ciencia, en sintonía con su respectivo contexto socio-cultural de emergencia; esta información que brinda la Historia ha de tener influencia en el ámbito curricular.

En la relación $[H — M] \leftrightarrow HM$ quedan incluidos los trabajos que consideran a la Matemática como un todo, globalmente; o a algún objeto matemático especificado; de esta clase son los trabajos de Arrigo & D'Amore (2004), Gómez Chacón (2005) y González (2009), en el ámbito internacional; y los de Orellana (1980) y Freites (2000) en el contexto venezolano.

Arrigo & D'Amore (2004) abordan el asunto relativo a la evolución filogenética del concepto de Infinito Matemático considerando los teoremas propuestos por George Cantor referidos a la equipotencialidad de \mathbf{R} y \mathbf{Q} , en el intervalo $[0,1]$; a la de segmentos y rectas consideradas como conjuntos de puntos; y a la numerabilidad de \mathbf{Q} y la no-numerabilidad \mathbf{R} ; las anteriores se interesan por los obstáculos epistemológicos asociados con la comprensión del mencionado concepto los que, a su vez, se vinculan con los obstáculos de tipo didáctico e implicaciones didácticas de los avatares por los que ha transitado el proceso de emergencia, evolución y desarrollo de los objetos matemáticos mencionados.

El hilo conductor asumido por Gómez Chacón (2005) son los Problemas Matemáticos; examinando el proceso puesto en juego para su resolución, esta autora pasa revista a los valores y actitudes que se expresan en la actividad resolutoria de problemas, considerado como el “corazón de la matemática” (Halmos, 1980); de este modo se acude a la historia de uno de sus aspectos fundamentales (la Resolución de Problemas) para resaltar los factores estéticos de la Matemática. Por lo tanto puede inferirse que en la formación matemática de los estudiantes debe destacarse la relevancia que tiene el juicio estético como una componente importante en la evaluación tanto de la solución de un problema como del proceso implementado para alcanzarla.

González (2009), hace un recorrido histórico, en clave anecdótica, de las relaciones que a lo largo de diferentes épocas se han establecido entre la Matemática y la Filosofía de las Artes, la Religión, la Política, el Lenguaje y muchos otros ámbitos humanísticos; este autor utiliza la narración histórica para resaltar la “dimensión cultural de las matemáticas” dejando ver que éstas son un “logro colectivo de toda la humanidad”; este trabajo sirve de soporte para aquellos planteamientos de acuerdo con los cuales en la enseñanza de la Matemática han de destacarse los vínculos que ésta tiene con los múltiples ámbitos sociales.

Los otros dos trabajos clasificables en la relación $H \rightarrow M$, son los de Orellana (1980) y Freites (2000); la temática que complementariamente se aborda en estos trabajos, es la Historia de la Matemática en Venezuela; Yajaira Freites abarca el período transcurrido desde la época en que este país fue colonia española hasta finales del siglo XIX, haciendo énfasis en la enseñanza universitaria y los inicios de la investigación matemática en Venezuela; mientras que Mauricio Orellana, examina un período más reciente: las dos décadas transcurridas desde 1960 hasta 1980; así que en conjunto estos trabajos permiten obtener una visión panorámica de la emergencia de la Matemática en nuestro país y su progresiva consolidación como campo disciplinario y de investigación, cuestión que se evidencia en el surgimiento de programas de postgrado (especialización, maestría, doctorado) con sus respectivas líneas de investigación, la producción de revistas especializadas, la

constitución de grupos organizados alrededor del estudio de temáticas de interés común, y la realización periódica de eventos académicos-científicos donde los investigadores de la Matemática exponen y someten a escrutinio público por sus pares, los resultados de sus indagaciones.

En síntesis, puede señalarse por una parte que el abordaje histórico de la Matemática hace posible reconocerla como una creación humana de carácter universal pero con especificidades locales en cuanto a sus procesos y ritmos de producción; y por la otra que el estudio de la Historia de la Matemática puede ayudar a reconocer la fuente de algunos de los obstáculos que los estudiantes han de superar durante su aprendizaje; a enaltecer sus valores estéticos; y, a develar sus vínculos con múltiples disciplinas humanísticas.

[Historia (H) — Educación Matemática (EM)] ↔ HEM

Otra relación importante es la que puede establecerse entre la Historia y la EM; en este caso el interés está centrado en la génesis y desarrollo de EM como disciplina por derecho propio (HEM). Para el análisis de los vínculos entre la Historia y la EM se asumirá la concepción acerca de esta última propuesta por González (1995):

la Educación Matemática constituye una disciplina que tiene como campo de estudio la problemática específica de la transmisión y adquisición de contenidos, conceptos, teorías, y operaciones matemáticas en el contexto de las diversas instituciones escolares y otras instancias educativas (formalizadas o no), y que se expresa en forma de conocimientos teóricos y prácticos, relativos a dicha problemática, generados por el quehacer académico que, en conferencias, grupos de estudio, ponencias, congresos y exposiciones, llevan a cabo los miembros de la comunidad matemática internacional que se ocupan de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina y que se materializa, tanto en los informes, libros y artículos que son publicados en revistas u otros medios especializados que le sirven de soporte, como en las expresiones orales y en los artefactos producidos por diferentes comunidades. (p. 6)

En la anterior definición de la EM se destacan: su campo de estudio; la forma que adquieren los resultados de las indagaciones que en dicho campo se realizan; los espacios de circulación de sus producciones; quiénes son sus practicantes; y, las modalidades de manifestación de los resultados (publicaciones, disertaciones y artefactos) de los estudios realizados en torno de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

El logro de este estatus de la EM es consecuencia de un largo proceso cuyos pormenores reclaman cada vez más atención.

[Historia (H) — Investigación en Educación Matemática (IEM)] ↔ HIEM

Según Kilpatrick (1994), la IEM tiene sus orígenes en el siglo XIX cuando “las universidades graduaban profesores de matemáticas para la escuela secundaria, pero la instrucción en la enseñanza de las matemáticas era, en el mejor de los casos, una parte separada y menor que la de preparación del profesor”. Félix Klein (1849-1925), quien fuera Presidente y fundador del ICMI –desde 1908 hasta 1920– fue promotor de programas de metodología y formación para profesores de matemáticas y un visionario en asuntos relativos a la EM. Esta modalidad fue seguida por otras universidades en diferentes países de Europa como fueron

Inglaterra y Francia, de tal manera que la EM empezó a desarrollarse como campo de estudio para dar respuesta a la necesidad de aumentar la cantidad de profesores bien preparados.

Surge, entonces, en 1871 la primera agrupación de profesores de Matemáticas, creada en el Reino Unido, denominada “Asociación para la mejora de la enseñanza de la geometría” - la AIGT o Association for the Improvement of Geometrical Teaching- y que resultó ser la precursora de la “Mathematical Association”. Estas iniciativas vieron coronados frutos, ya en el siglo XX, con la aparición de centros de estudios en educación superior con el propósito de formar profesores de Matemáticas en países como USA, Reino Unido, Alemania y Bélgica. Con el tiempo, y en formas diversas según los países, la EM fue reconocida como tema de estudio a nivel de las universidades, y con ello el compromiso de las personas promotoras de la formación de profesores de Matemáticas en éstas instituciones a no sólo enseñar sino también a investigar. Así se dio inicio a la actividad investigativa en EM.

En el proceso antes descrito, dos disciplinas han tenido una influencia determinante en el desarrollo de la IEM. La primera ha sido la Matemática misma pues los matemáticos siempre se han interesado en el asunto de la enseñanza y el aprendizaje de su ciencia; por ello realizaron estudios históricos, filosóficos, y algunas investigaciones empíricas que contribuyeron al crecimiento de la problemática que los investigadores actuales acometen. La segunda influencia importante en la IEM fue aportada por la perspectiva psicológica a través de la cual pudieron asociarse los patrones cognitivos y las dificultades de aprendizaje, entre otros factores psicológicos, asociados a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. En este sentido surgieron grupos de investigación relativos a este campo investigativo, como por ejemplo el PME (International Study Group for the Psychology of Mathematics Education).

La IEM actualmente cubre una gran variedad de temas desde cómo aprende el niño a contar hasta cómo el adolescente asimila el proceso de integración en el cálculo; como también los efectos del aprendizaje tecnológicamente asistido y la estructura de los cursos generales y las clases particulares; abarcando con esto tanto la enseñanza y el aprendizaje como el desarrollo curricular y metodologías de investigación, además de los procesos afectivos y de cognición surgidos de la contextualización social de la EM.

De acuerdo con lo anterior Rico (1999a), define la IEM como una actividad humana que se propone elaborar sistemáticamente conocimiento fundado en: el diseño, desarrollo y evaluación del currículo, la formación del profesorado y su desarrollo profesional, en un marco teórico en que se plantean problemas y cuestiones de la EM, sostenido por la Matemática, la Epistemología e Historia de la Ciencia, la Pedagogía, la Psicología y la Sociología de la Educación.

Por otro lado, Gómez (2000) hace un estudio personalizado y analiza la perspectiva de la IEM, en el contexto de los países subdesarrollados de Latinoamérica, extrapolando la experiencia aportada por su grupo de investigación denominado “Una Empresa Docente”; refiere este autor que en un principio surgieron interrogantes que a la postre permitieron definir su direccionalidad en el campo disciplinario de la IEM. En función de la actividad docente los investigadores

en Educación Matemática intentaban centrarse en aspectos bastante particulares de alguna problemática y buscaban explorar esos aspectos de manera sistemática y metódica. De este modo, luego de intensas cavilaciones, encuentran la siguiente caracterización de la IEM: “la investigación en Educación Matemática es lo que hacen aquellas personas que pertenecen a la comunidad de investigadores en Educación Matemática y que es aceptado por esa comunidad”. Se añade, así, que el significado de la investigación en Educación Matemática lo construye la misma comunidad con lo que hace y con lo que acepta como válido para publicación.

Como los educadores en Matemáticas se plantean la misión de mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la investigación es un elemento que articula el resto de las actividades de formación y desarrollo profesional de los profesores; y en los últimos tiempos han continuado trabajando en diferentes áreas de la Educación Matemática: la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, la problemática de las matemáticas escolares desde un punto de vista institucional y la problemática de la enseñanza y aprendizaje del pre-cálculo con la presencia de la tecnología.

Sin embargo Gómez (Ob. Cit.) observa algunas características de los países en vía de desarrollo que aparecen junto con la actividad investigativa en EM y atentan contra su progreso. Una de ellas es que la comunidad de investigación en Educación Matemática considera que ésta no tiene que asumir una responsabilidad directa con los problemas prácticos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, mientras que muchos actores sociales (la opinión pública, los padres de familia, los directivos docentes, los funcionarios de la administración y los alumnos) tienden a pensar que esa sí es una responsabilidad de esa comunidad. Mientras los profesionales de distintas disciplinas –por ejemplo médicos, economistas y otros– son entrenados para interpretar y utilizar los resultados de sus investigaciones en sus respectivos campos de conocimientos, los profesores de matemáticas no tienen necesariamente esa capacidad, ni están siendo necesariamente entrenados para desarrollarla. Y en la práctica están aislados de otras disciplinas como la Psicología y la Sociología relacionadas, en causa y efecto, tanto a la formación matemática de los alumnos como la de los docentes.

En conclusión, la preocupación de la investigación en educación matemática por “elevar la calidad de su enseñanza–aprendizaje” debe ir más allá de la práctica docente en el aula y debe tener en cuenta aquellas otras prácticas que, a nivel institucional y nacional, también afectan la formación matemática de los alumnos; y, debe, por demás, mostrar qué es lo que se está haciendo en el país para establecer un sistema referencial respecto a otras naciones que permita calificar su desarrollo. En el contexto venezolano, González (2000) opina que:

Desde el punto de vista epistemológico, la definición de Investigación en Educación Matemática puede ser mirada como proceso de producción de saber por parte de un sujeto en relación con un objeto. Tal sujeto es colectivo en tanto que cada investigador no puede dejar de ser visto como miembro de una comunidad. El objeto, por su parte, alude a situaciones sociales (clases, implantaciones curriculares, recursos didácticos) que involucran al propio sujeto que lo aborda. Esto le asigna un carácter específico a la relación sujeto-objeto en la Investigación en Educación Matemática, la cual tiene implicaciones importantes en relación con lo metodológico, es decir, con las maneras como se llevan a cabo las indagaciones en este ámbito. El objeto principal de indagación

en la investigación en Educación Matemática tiene que ver con la búsqueda de respuestas, entre otras, a interrogantes tales como: qué es la Matemática y cómo ésta puede o debe ser enseñada y cómo es aprendida en las instituciones educativas, que atraen cada vez más la atención de educadores y matemáticos profesionales. (p. 13)

De acuerdo con el razonamiento anterior, González (2011) señala que siendo la Matemática tanto un bien cultural asociado al desarrollo de la humanidad como una ciencia en cuya construcción y desarrollo ha participado el hombre usando múltiples prácticas sociales, que han servido de base para la elaboración de las nociones constitutivas del campo de la Matemática, es meritorio el estudio de la evolución de su institucionalización a través de los procesos de construcción, difusión, transmisión y apropiación de los conocimientos y saberes matemáticos. Así, la IEM se ocupa de examinar indagatoriamente estos procesos, mediante los cuales ha resultado un campo disciplinario para la producción profesional de conocimientos, donde despliegan su actividad quienes asumen a la Educación Matemática como el campo de su desempeño profesional en todo el mundo.

[Historia (H) — educación matemática (em)] ↔ Hem

La relación **Hem incluye** los trabajos que hacen referencia a cómo se ha enseñado la Matemática a través del tiempo, tales como el de Beyer (2012), Schubring (2005, 2008), y Arbelález Rojas (2011); Beyer (2012) realizó un estudio histórico-documental crítico-interpretativo que tuvo como objeto principal de análisis al conjunto de obras didácticas, producidas en Venezuela entre 1826 y 1969, usadas para la enseñanza de las matemáticas elementales. En el ámbito internacional destacan las obras de autores como Schubring (2008) quien mediante el estudio de “una tabla logarítmica alemana” realizó descubrimientos epistemológicos en torno a la naturaleza y el desarrollo de la matemática, y a la relación entre la matemática pura y la matemática aplicada, mientras que Arbelález Rojas (2011) hace un análisis del proceso de instauración de unos elementos epistemológicos que transformaron los fundamentos del análisis matemático, en el contexto de algunas instituciones de educación superior en Colombia entre los años 1850 y 1950.

[Historia de la Matemática (HM) — educación matemática (em)] ↔ HMem

El vínculo HM ↔ em remite a la puesta en juego de la HM en la práctica del docente, es decir, en el trabajo que éste realiza en el aula de clases, mediante la creación de estrategias para la enseñanza y la elaboración de recursos para el aprendizaje de la matemática que involucran la historia de las nociones matemáticas que se pretenden enseñar.

Uno de los autores que ofrece argumentos que justifican el uso de HM en la educación matemática es De Guzmán (1992) quien afirma que la historia se puede y se debe utilizar, por ejemplo, para ayudar a los alumnos a comprender una idea matemática difícil de un modo adecuado, puesto que si no tienen en cuenta las vueltas y revueltas que el pensamiento matemático ha recorrido hasta dar con la noción, rigurosamente formalizada del objeto matemático que se está enseñando, se corre el riesgo de introducirlo a través de su concepción más elemental o menos elaborada. Además, el conocimiento de la historia de la matemática y de la biografía de sus creadores más significativos nos hace plenamente conscientes del carácter esencialmente humano de la Matemática, es decir, dependiente de las

circunstancias sociales, económicas y políticas del momento, y de los prejuicios vigentes en una determinada época, con lo cual se pone de manifiesto la notable influencia que la filosofía, la tecnología, otras ciencias y la cultura en general han ejercido en el desarrollo de la Matemática.

De acuerdo con De Guzmán (Ob. Cit), cuando en la enseñanza de la Matemática (em) se hace uso de su historia, se pueden lograr, entre otros, los siguientes objetivos:

- hacer patente la forma peculiar de aparecer las ideas en matemáticas.
- enmarcar temporal y espacialmente grandes ideas y problemas, junto con su motivación y precedentes.
- señalar los problemas abiertos de cada época, su evolución, la situación en la que se encuentran actualmente.
- apuntar las conexiones históricas de la matemática con otras ciencias, en cuya interacción han surgido tradicionalmente gran cantidad de ideas importantes.

A continuación se ilustra la posibilidad de fundamentar en su historia la enseñanza de métodos para calcular integrales. En efecto, se tienen noticias según las cuales los griegos calculaban áreas de regiones mediante métodos geométricos que les permitían convertirlas en un cuadrado equivalente, en este caso se planteaban problemas de cuadraturas; el mismo asunto – en el siglo XVII- se resolvía con el método exhaustivo usando una serie de figuras de área conocida; tiempo después -en el siglo XIX- se estableció la definición analítica de la integral definida, junto con su interpretación geométrica, mediante el concepto de límite y las denominadas sumas de Riemann. A posteriori, apareció una generalización de esta definición, dando lugar a una concepción moderna llamada Integral de Lebesgue; finalmente al uso de la integral en la Física para caracterizar el concepto de flujo a través de una superficie, con lo cual un concepto matemático trasciende hacia otra disciplina.

Por su parte, Sierra (1997) afirma que “en los últimos años ha crecido extraordinariamente el interés por introducir una perspectiva histórica en la enseñanza de las matemáticas. [...] Los trabajos pioneros de Branford, Smith, Rey Pastor y Puig Adam son una muestra de ello” (p. 93); este autor agrega que en las conferencias del International Study Group on the Relations Between History and Pedagogy of Mathematics (HPM) se pueden encontrar planteamientos teóricos y ejemplos prácticos referentes al papel de la historia en la enseñanza de la Matemática.

En sus Notas de Historia de las Matemáticas para el currículo de secundaria, Sierra (1997) indica que la incorporación de la HM en los estudios de esta disciplina, hace posible: (a) examinar el papel desempeñado por el correspondiente contexto socio-cultural en la evolución de los conceptos matemáticos y de los procedimientos asociados con éstos; (b) develar la trayectoria descrita por la emergencia, desarrollo y evolución de las teorías matemáticas; (c) revisar la evolución y transformaciones que han sufrido, a lo largo del tiempo, las demostraciones de ciertas verdades matemáticas; (d) apreciar los modos de emergencia y evolución de los conocimientos matemáticos en correspondencia con las características de la sociedad en la que tales modos tienen lugar.

Según lo expuesto, la integración de la HM en su enseñanza propicia un cambio de perspectiva sobre la misma, restableciéndole su estatus de actividad cultural y humana, ayudando con ello a motivar su aprendizaje.

[Historia de la Matemática (HM) — Educación Matemática (EM)] ↔ HMEM

Esta relación hace referencia a los trabajos en los que la HM constituye un asunto de indagación pertinente y de interés para la EM; en este ámbito se ubican los trabajos de Vidal, Quintanilla y Maz (2010); González, (2010); Fried (2008); Sierra (1997); Furinghetti (2007); González (1991); Furinghetti & Radford (2008).

La formación de profesores de Matemática es uno de los asuntos de interés indagatorio que convoca mayor atención en el campo de la EM, y Vidal, Quintanilla y Maz (2010) destacan que la HM ha de ser un componente importante en la preparación del profesorado que se desempeñara profesionalmente en la enseñanza de las Matemáticas.

Por su parte, González (2010) admite que en la enseñanza de algún objeto matemático puede resultar muy provechoso conocer tanto sus circunstancias históricas, como todo el conjunto de otras cuestiones que con él se relacionan directa o indirectamente; a este proceso se le designa como análisis epistemológico de un objeto matemático, lo cual requiere del conocimiento de asuntos tales como: hechos históricos relevantes asociados con el objeto, los períodos históricos cuando ocurrieron y los marcos de referencia predominantes durante tales períodos; así como también las rupturas de las que formó parte, los obstáculos que dificultaron su comprensión, así como el estado de su inserción en la estructura de la Matemática contemporánea actual; todo este conocimiento de naturaleza histórica y epistemológica constituye una notable herramienta para el trabajo en el aula llevado a cabo por el docente de matemáticas.

Tomando en consideración que no puede haber Educación Matemática (EM) sin Matemática (M), Fried (2008b) aborda el asunto relativo al papel que desempeña la HM en la prospectiva de la EM y su impacto en la consolidación de ésta como disciplina científica; he aquí un argumento justificativo para examinar, en conjunto, la historia de la Matemática y la de la EM considerando que esta última está íntimamente vinculada con la trayectoria seguida por la International Commission of Mathematics Instruction (ICMI).

Uno de los aspectos clave en el desenvolvimiento de disciplinario de la EM es la formación de profesores, asunto éste donde se reconoce la importancia que tiene el conocimiento que éstos tengan tanto de la HM, globalmente considerada, como la de los objetos matemáticos con los que se han de lidiar escolarmente en las aulas de clase.

A la relación HM - EM, vía formación de profesores, están consagrados los trabajos de Sierra (1997) y Furinghetti (2007). Sierra considera que de ser incluida la HM en el currículo de la educación secundaria entonces en la formación de los docentes de Matemáticas, que vayan a desempeñarse en este nivel educativo, debe haber un componente importante de la HM que pueda ser utilizado con fines didácticos; para ilustrar cómo podría hacerse esto, Sierra presenta ejemplos referidos a: números y operaciones; medidas; geometría (Teorema de Pitágoras), tratamiento de la información y tratamiento del azar.

Por su parte Furinghetti plantea que la HM puede constituir el contexto que los estudiantes para Profesor de Matemática, requieren para enseñar los temas de una manera diferente; esta autora ejemplifica su planteamiento apelando al caso del Álgebra mediante el cual muestra cómo la historia podría ser utilizada en la construcción de secuencias de enseñanza; adicionalmente Furinghetti & Radford (2008) develan posibles conexiones y vínculos susceptibles de ser establecidos entre el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos y el aprendizaje de éstos en el aula de clases; así que, de acuerdo con estos autores, se puede relacionar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes con el desenvolvimiento histórico que han tenido los conceptos de la Matemática.

De tal manera que la Historia sirve, no sólo para obtener un mejor conocimiento de la Matemática, sino que puede ser concebida como un medio para transformar la enseñanza de ésta; el uso didáctico de la HM permitiría entrelazar el conocimiento acerca de la evolución de los conceptos matemáticos con el diseño de actividades de aula que coadyuven al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

En la misma dirección que Furinghetti & Radford (2008) se orienta el trabajo de González (1991) quien considera que la HM ha de ser una fuente de inspiración y de auto formación permanente del profesor de matemáticas, así como de orientación para la actividad que lleva a cabo en el aula; este autor, además, afirma que no puede lograrse una comprensión completa y profunda de las Matemáticas, ni de ninguna otra ciencia si no se conoce su historia; sobre estas premisas el autor señala que conocer la HM permite des-dogmatizar y enriquecer culturalmente su enseñanza, al tiempo que constituye un relevante instrumento didáctico.

Entre la amplia literatura en la que se trata la relación HM - EM se destacan los trabajos de Anacona (2003) y Fauvel & Maanen (2000); la autora, del primero de los mencionados, destaca los siguientes tres vínculos: Historia y Epistemología de las Matemáticas; Historia y Enseñanza de las Matemáticas; e, Historia Social de las Matemáticas; el inicial remite a la consideración de la trayectoria descrita por los procesos de construcción de las teorías, conceptos y demás objetos constitutivos de la Matemática como disciplina científica; en el segundo, se tratan los variados usos que puede dársele a cuestiones históricas de la matemática para la enseñanza de esta ciencia; y, en el tercero se ponen de relieve los pormenores de las dinámicas sociales que han estado implicadas con el desarrollo conceptual de la Matemática.

El trabajo de Fauvel y Maanen es el resultado de un estudio encargado por la ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), con el fin de responder la interrogante ¿Qué papel tiene la historia de la Matemática en la educación matemática? Para ello, los responsables del estudio se propusieron: estudiar y evaluar el estado actual de todo el campo de la educación matemática; servir como recurso para docentes e investigadores, y para quienes participan en el desarrollo curricular; indicar futuras líneas de actividad investigativa; dar orientación e información a los responsables de las políticas y problemas relacionados con el uso de la historia en la pedagogía.

Los asuntos abordados por el estudio fueron: el contexto de políticas; cuestiones filosóficas, interdisciplinarias y multiculturales; integración de la historia: perspectivas de investigación; Historia de las Matemáticas para la Formación de Profesores; formación Histórica y entendimiento estudiantil de las matemáticas; la

Historia como apoyo de diversas exigencias educativas – oportunidades para el cambio; integración de la Historia de la matemática en el aula de clases: un estudio analítico; soporte histórico para temas particulares; el uso de fuentes originales en el aula de clases; y, medios de comunicación no tradicionales y otros recursos. Una descripción muy completa y resumida de estos temas puede verse en Furingghetti (2006).

Además de lo anterior, en el estudio también aparece un listado de los países donde se explica el papel que ocupaba, en el momento, la historia de la Matemática en sus programas educacionales; del continente americano se hace referencia a Argentina, Brasil y Estados Unidos de América, y –curiosamente- a pesar de su conocida reputación en el campo de la Matemática Educativa, México está ausente en el estudio; la obra escrita de Fauvel & Maanen (2000), en síntesis, constituye un manual donde se puede obtener valiosa información acerca de las vinculaciones entre la Historia, la EM, la em (educación matemática referida a la práctica en el aula de clases, la enseñanza y el aprendizaje) y la IEM.

En el ámbito venezolano, también han sido identificadas algunas fuentes con las que se pone de relieve la perspectiva histórica; tal es el caso de Orellana (1980), que examina la dinámica del desarrollo de la formación de matemáticos venezolanos durante los años 1960-1980; Serres (2004) aborda el desenvolvimiento de la comunidad venezolana de educadores matemáticos; Freites (2000) examina la evolución constitutiva de la Matemática en Venezuela desde la época de la colonización española hasta la actualidad. Estos tres trabajos ofrecen una visión macroscópica de la relación entre La Historia y la EM.

Una visión microscópica es la que nos ofrece, por ejemplo, León (2006, 2007) cuando hace uso de la HM con fines instructivos; en León (2006), se toma al uso o no de la HM como elemento motivador de algún concepto matemático, como uno de los criterios para evaluar libros de texto usados en la enseñanza de la probabilidad a nivel de la Educación Básica mientras que en León (2007) se examina la línea cronológica, temporal, de emergencia de los conceptos sobre cuya base se construyó la Teoría de las Probabilidades, tales como incertidumbre, desorden, caos, complejidad, entre otros.

[Historia de la Matemática (HM)-Investigación en Educación Matemática (IEM)]↔HMIEM

Esta conexión alude a los trabajos de investigación en EM que tienen a la HM entre sus asuntos de interés indagatorio como son los casos de los estudios realizados por Capace y Arrieche (2007) y Valdivé & Garbin (2008); los primeros nombrados realizan un análisis epistemológico sobre el Cálculo Integral en una variable real, profundizando en su origen, desarrollo y consolidación; para ello identifican los diferentes significados institucionales de este objeto matemático, lo cual utilizan en el diseño de estrategias didácticas para enseñarlo; además, identifican configuraciones epistémicas de la integral al revisar las soluciones a problemas que se plantearon desde su origen, su arraigo y generalización. Como metodología usan la narración, con periodización filogenética, y el concepto de la integral presentado en forma explícita como objeto de la investigación para develar su evolución conceptual e identificar configuraciones epistemológicas del mismo.

Por su parte, Valdivé, & Garbin (2008), al investigar acerca de los esquemas epistemológicos asociados con la noción de infinitesimal, presentan la

caracterización, análisis, modelos conceptuales y epistemológicos que se han hecho presentes a lo largo de su evolución histórica, identificando así cuestiones epistémicas tales como: una razón; un indivisible; una diferencia; un incremento; una razón de cambio; un símbolo; y una función. Se advierten las ideas, los métodos, los enfoques y problemas que los matemáticos abordaron en un cierto contexto. El examen histórico de la evolución de la definición de infinitesimal permitió a las autoras calificar los prototipos, los métodos, el contexto y los conceptos asociados a ésta, a partir del trabajo realizado por matemáticos representativos; e así se realizaron. Así, se realiza una periodización evolutiva -de línea temporal filogenética- para la descripción y caracterización del concepto de infinitésimo desde el 500 a.c. hasta el siglo XIX.

La conexión HM - IEM también alude a los trabajos de investigación en EM que vinculan la HM con su correspondiente asunto de interés indagatorio; un ejemplo es el caso del trabajo de González Urbaneja (1991) quien considera que para la enseñanza de los conceptos matemáticos se pueden extraer orientaciones a partir de la génesis histórica de los mismos, argumentando que una comprensión profunda de los conceptos de cualquier ciencia requiere del conocimiento de su historia.

Conclusiones

Extrapolando a la EM, y por ende a la IEM, lo dicho acerca de la Historia en relación con la Matemática, se puede inferir que cuando se abordan la EM y la IEM con una perspectiva histórica, es posible:

- Precisar cómo han surgido los planteamientos teóricos propios de la EM.
- Identificar cuáles son los problemas abiertos en la EM, en cada periodo histórico, su evolución y su situación en la actualidad.
- Enmarcar en tiempo y espacio, los asuntos de interés indagatorio que han llamado la atención de los investigadores en EM.
- Señalar las conexiones de la Matemática con otras ciencias, de cuyas mutuas y fuertes controversias han surgido tradicionalmente muchas ideas importantes.

D'Amore (2005), quien refiere casi sin distinción la EM, la Didáctica de la Matemática y la Matemática Educativa, señala que la investigación actual en EM está "direccionada a centrar la atención sobre el fenómeno del aprendizaje, antes que en la enseñanza afrontando la Didáctica como epistemología del aprendizaje". Estas dos propuestas acerca de la IEM, lejos de ser antagónicas, son complementarias y evidencian el carácter polisémico del concepto EM.

Los campos temáticos contextuales usados con más frecuencia, para la IEM según la búsqueda que los autores del presente estudio realizaron fueron: Filosofía, Epistemología e Historia de la EM, Formación de profesores, Obstáculos epistemológicos, Historia de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, Resolución de problemas, Enculturación Histórica de la EM, Evolución Histórica de conceptos, objetos y Teorías de la Matemática, Desarrollo del Currículo, Evaluación, Recursos para el aprendizaje, Aspectos Axiológicos de la Matemática, Rol de la HM en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Estos temas de investigación tienen gran coincidencia con la propuesta de campos temáticos de especialización en EM señalada en Rico (1999 b).

La revisión de fuentes permitió ubicar los siguientes autores con estudios asociados a la HM: Capace & Arrieche (2007); Valdivé & Garbin (2008); y González Urbaneja (1991). Los trabajos realizados por Capace & Arrieche (2007) y Valdivé & Garbin (2008) justifican el uso de la H de objetos y conceptos matemáticos; en efecto el primero de estos, Capace & Arrieche, utilizan el enfoque Onto-Semiótico (Godino, 2003) para indagar acerca de los significados institucionales e identificar las configuraciones epistémicas en el concepto de integral, de una función en una variable real; en el segundo, Valdivé & Garbin, realizan el estudio del concepto de infinitesimal generando esquemas conceptuales y epistemológicos, a través de la perspectiva del Pensamiento Matemático Avanzado; ambos estudios, íntimamente relacionados en el dominio del Cálculo infinitesimal e integral, además de abordar los obstáculos epistemológicos en el aprendizaje, develan la evolución histórica de sus respectivas concepciones.

Bibliografía

- Anacona, M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemáticas. *Revista EMA, Vol 8, N°1, 30-46*, Colombia.
- Anaya H, y Ramírez Sánchez, M.(2001). *Historia General. Curso preparatorio de Acceso a la Universidad para mayores de 25 años*. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Las Palmas de Gran Canaria. pp. 15-32
- Arbeláez Rojas, G. I. (2011). *Proceso de instauración del análisis matemático en Colombia: 1850-1950*. Tesis Doctoral No Publicada. Cali, Colombia: Universidad del Valle. Resumen Disponible en: <http://iep.univalle.edu.co/iep2007/archivos/CENDOPU/Tesis%20de%20educacion%20doctorado%20a%20junio%2025%20de%202012.pdf>
- Aroca, R. (2006). Criterios de Construcción y Uso de la Historia – Conocimiento. *Facultad de Filosofía – Universidad Católica de Santiago de Guayaquil*. Guayaquil. Ecuador .Pág. VII-XIII.
- Arrigo, G. & D'Amore, B (2004). Otros hallazgos sobre los obstáculos en la comprensión de algunos teoremas de Georg Cantor. *Educación Matemática*, Agosto, año/vol. 16, número 002- pp 5-19, Mexico: Santillana.
- Bagazgoitia, A. (2007). Reseña de libro “Matemáticos que cambiaron al mundo” de Luis Jiménez. *Sigma*. N° 31. Noviembre. Pág 243. Departamento de Educación del Gobierno Vasco. Euzkadi. España.
- Bagni, G.T. (2000), ‘The role of the history of mathematics in mathematics education: reflections and examples’, in I. Schwank (editor), *Proceedings of CERME-1* (Osnabrück), v.II, Pág. 220-231.
- Ball, W.W.R. (1960). *A Short Account of de History of Mathematics*. Dover Publications. New York. U.S.A.
- Benjamin, W. (1991). *Para una crítica de la violencia y otros ensayos*. Iluminación IV. Madrid, España: Editorial Taurus.
- Beyer, W. (2012). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1960*. La Paz (Bolivia): III del Convenio Andrés Beyer.
- Braudel, F. (1968), *La Historia y las Ciencias Sociales*. Madrid: Alianza Editorial.
- Capace, L. y Arrieche, M. (2007) Algunas Configuraciones Epistémicas de la Integral en una Variable Real Desde su Origen hasta su Consolidación. *Enseñanza de la Matemática*. Vol. 12- 16 (pp 35- 52). ASOVEMAT.

- Carr, E. (1961), *¿Qué es la Historia?* Buenos Aires: Editorial Planeta. 3ª Edición 2010.
- Chevallard, Y. (1991) *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*, Aique, Buenos Aires. Argentina.
- Cicerchia, L. (2007) *La Matemática y la Cosmovisión del Mundo* (Informe Preliminar). [Documento en línea] Undécimas Jornadas "Investigaciones en la Facultad" de Ciencias Económicas y Estadística, Dpto. de Matemática, Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas, Escuela de Estadística. Disponible: www.fcecon.unr.edu.ar/web/?q=investigacion/actasdelasjornadas/...
- Clark, G. (1980). *Arqueología y Sociedad*. Madrid, España: Ediciones Akal/Universitaria. Cap VII.
- D'Ambrosio, U. (1984). Socio-cultural bases for mathematical education. *Proceedings of Icmi-5*. Adelaide. Australia.
- De Guzmán, M. (1992) . Tendencias innovadoras en Educación Matemáticas. *Olimpiadas Matemáticas Argentinas*. Buenos Aires.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical thinking process . En Tall (Ed) *Advanced Mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 25-41.
- Fauvel, J. & Van Maanen, J. (2000, 63-66). *History in mathematics education: the ICMI Study*. (Eds) Kluwer, Dordrecht,. Evelyne Barbin, Giorgio T. Bagni, Lucia Grugnetti, Manfred Kronfeller, Ewa Lakoma, Marta Menghini.
- Febvre, L. (1982): *Combates por la historia*. Barcelona, España: Ed. Ariel
- Freites, Y. (2000). *Un Esbozo Histórico de las Matemáticas en Venezuela. I Parte: Desde la Colonia Hasta Finales del Siglo XIX*. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. VII, 1 y 2
- Fried, M. (2008). History of Mathematics in Mathematics Education: a Saussurean Perspective. *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Vol. 5, nos.2&3, pp.185-198. Montana Council of Teachers of Mathematics & Information Age Publishing.
- Fried; M. (2008). *History of Mathematics and the future of Mathematics Education*. Mathematics Education: an ICMI perspective (WG5).
- Furinghetti, F. (2006). *A Report on the 10th ICMI Study: The Role of the History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics*. Bulletin of the International Commission on Mathematical Instruction No. 58 - pp. 38-45.
- Furinghetti, F. (2007). *Teacher education through the history of mathematics*. Educational Studies in Mathematics 66, 131-143.
- Furinghetti, F., & Radford, L. (2002). Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: From Philogenesis and Ontogenesis Theory to classroom practice. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 631-654). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 22, 2/3, pp. 237-284.
- Gómez, B. (2003). *La investigación histórica en Didáctica de la Matemática*. Investigación en Educación Matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp. 79-86). Granada: Universidad de Granada.
- Gómez, P.(2000). Investigación en Educación Matemática y Enseñanza de las matemáticas en países en desarrollo. *Educación Matemática*. 12(1). Pp. 93-106.

- Gómez-Chacón, I. (2005) *Valores y conocimiento matemático: la belleza matemática*. Diálogo Filosófico 62. pp. 285-306.
- González U. P. (1991). Historia de la matemática: integración cultural de las matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. *Historia y Epistemología de las Ciencias*. Seminario Permanente de Historia de las Matemáticas. ICE de la Universidad Politécnica de Catalunya. IB «Sant Josep de Calassanç» C/ Sant Quintí, 08026 Barcelona. (pp. 32-50)
- González U. P. (2009). *Historia de la Matemática y Dimensión Cultural de las Matemáticas*. ACTES D'HISTÒRIA DE LA CIÈNCIA I DE LATÈCNICA NOVA ÈPOCA / VOLUM 2 (1) / p. 337-346. IES SANT JOSEP DE CALASSANÇ, BARCELONA. ESPAÑA.
- González, F. (1995). La Investigación en Educación Matemática: una revisión interesada. En González, F. (1995). *La Investigación en Educación Matemática*. Maracay: Ediciones COPIHER, Cap. 14, pp. 1-42
- González, F. (2000). *Programa ALIEM XXI: Agenda Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática para el Siglo XXI*.
- González, F. (2000). *Programa ALIEM XXI: Agenda Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática para el Siglo XXI*.
- González, F. (2011). Inventario de Historia de la Educación Matemática en Venezuela. . XIII CIAEM-IACME, Pág. 2. Recife. Brasil.
- González, F. (2011). *Seminario Doctoral Perspectivas de la Investigación en Educación Matemática*. Trabajo no publicado. Instituto Pedagógico Rafael Alberto Escobar Lara de Maracay. Maracay. Aragua. Venezuela.
- González, J. L. (2010). *Las relaciones entre la Epistemología y la Educación Matemática* [Documento en línea] Formato de archivo: PDF/Fundamentos de la Educación Matemática. EPISTEMOLOGÍA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Disponible en www.gonzalezmari.es/Ep_y_E_M_reflex.pdf.
- Guacaneme, A. (2010). *¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor?* [Documento en línea] Formato de archivo: PDF / Universidad Pedagógica Nacional. Disponible en portales.puj.edu.co/.../...
- Halmos, P. (1980). *The Heart of Mathematics*. *American Mathematical Monthly*. 87(7), pp 519-524. USA.
- Jiménez, D. (2006) *Matemáticos que cambiaron al mundo*. Editorial: Los Libros de El Nacional - CEC, S.A. Distrito Capital. Venezuela.
- Kilpatrick, J. (1994). Historia de la investigación en Educación Matemática. En J. Kilpatrick, L. Rico y M. Sierra (eds.), *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- Le Goff, J. (2006). *Pensar la historia. Modernidad, presente, progreso*. Ediciones Paidós Ibéricas S.A. Barcelona. España.
- León, N. (2009). *La historia como elemento motivador hacia el estudio de la probabilidad: el problema de la apuesta interrumpida*. Sapiens. Revista Universitaria de Investigación, Año 10, N°. 1,
- León, N. (2007). Un Recorrido de lo Certero a lo Probable por los Caminos de la Ciencia y de nuestra Acción Ciudadana. *Enseñanza de la Matemática*. Vol. 12-16 (pp 19-34). ASOVEMAT.
- Orellana, M. (1980). *Dos décadas de matemática en Venezuela*. Caracas, Venezuela: UNA.
- Reggini, H. (2011). *El futuro sigue sin ser lo que era*. Academia Nacional de Educación/ 1a. ed./ Pág. 174. Buenos Aires. Argentina.

- Rico, L. (1999 b). *Producción Científica Clasificada por Campos Temáticos*. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Granada. España.
- Rico, L. (1999 a). Matemáticas, Universidad y Formación del Profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 34, pp. 245-262
- Ruiz, A. (1989). *Historia de la Ciencia y la tecnología: el avance de una disciplina*, Editorial Tecnológica de Costa Rica, Cartago, Costa Rica.
- Schubring, G. (2005). *Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas*. In Moreira, D. e Matos, J. M. (Org.), *História do Ensino da Matemática em Portugal*. Lisboa, Portugal: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Schubring, G. (2008) Gauss e a tábua dos logaritmos. *Relime* [online]. Vol.11, n.3 [citado 2012-09-22], pp. 383-412 . Disponible en: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000300004&lng=es&nrm=iso>. ISSN 1665-2436.
- Serres V., Y. (2004). *Una visión de la Comunidad Venezolana de Educación Matemática*. *Relime*, Vol. 7, Núm. 1, pp. 79-108.
- Sierra V. M. (1997). *Notas de historia de las Matemáticas para el currículo de Secundaria*. La educación matemática en la enseñanza secundaria. Luis Rico Romero (et al), págs. 179-194. Ed. Horsori : Universidad de Barcelona, Instituto de Ciencias de la Educación. España.
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas: en los últimos 10.000 años*. Barcelona, España: CRITICA S.L.
- Topolsky, J. (1982: 331) *Metodología de la historia* Madrid : Cátedra. ES.
- Valdive, C.y Garbin, S. (2008) *Estudio de los esquemas conceptuales epistemológicos asociados a la evolución histórica de la noción de infinitesimal*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. pp. 413-450. vol.11, nº3. México D.F, México.
- Vidal, R.; Quintanilla, M.; Maz, A. (2010). La historia de la matemática: un valioso componente para la formación del profesorado de matemáticas. E: *Revista Chilena de Educación Matemática*. Volumen 5 de 2010. Sociedad Chilena de Educación Matemática, ISSN 0718- 1213 Pp. 3- 18.
- Vilar, P. (1982). *Iniciación al vocabulario del análisis histórico*, Ed. Crítica, Grijalbo, Barcelona, p. 42.