UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Año XVI - Número 60. Diciembre 2020
Páginas 015-037

http://www.fisem.org/www/index.php
https://union.fespm.es/index.php/UNION

Ensino-aprendizagem-avaliação de Cálculo Diferencial e Integral através da Resolução de Problemas: Análise Quantitativa

Eliane Bihuna de Azevedo, Pedro Manuel Baptista Palhares, Elisandra Bar de Figueiredo

Fecha de recepción: 27/11/2019
Fecha de aceptación: 30/11/2020

Resumen	Este texto tiene por objetivo presentar los resultados cuantitativos de una investigación de doctorado que introdujo la metodología de enseñanza-aprendizaje-evaluación de Resolución de Problemas para enseñar contenidos de Cálculo Diferencial e Integral. Este análisis fue realizado por medio de un estudio comparativo del desempeño de los estudiantes, de dos clases de graduación de una universidad pública brasileña con sus respectivas clases de control, en dos pruebas. El análisis de los datos nos permitió concluir que los resultados fueron estadísticamente significativos para una de las clases que era constituida, por mayoría, por ingresantes en la enseñanza superior. **Palabras clave**: Análisis Cuantitativo. Enseñanza de Cálculo. Resolución de Problemas.
Abstract	This text aims to present the quantitative results of a doctoral research that inserted the methodology of teaching-learning-evaluation of Problem Solving to teach contents of Differential and Integral Calculus. This analysis was car-ried out by means of a comparative study students' performance, of two un-dergraduate classes of a Brazilian public university with their respective con-trol groups, in two tests. Data analysis allowed us to conclude that the results were statistically significant for one of the classes that consisted, by majority, of freshmen in Higher Education. **Keywords:** Quantitative Analysis. Teaching Calculus. Problem Solving.
Resumo	Este texto tem por objetivo apresentar os resultados quantitativos de uma pesquisa de doutoramento que inseriu a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Resolução de Problemas para ensinar conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral. Tal análise foi realizada por meio de um estudo comparativo do desempenho dos estudantes, de duas turmas de graduação de uma universidade pública brasileira com suas respectivas turmas de controle, em dois testes. A análise dos dados permitiu-nos concluir que os resultados foram estatisticamente significativos para uma das turmas que era constituída, por maioria, por ingressantes no Ensino Superior. **Palavras-chave:** Análise Quantitativa. Ensino de Cálculo. Resolução de Problemas.

1. Introducción

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) está presente nas primeiras fases das grades curriculares de diversos cursos de graduação da área de Ciências Exatas devido à aplicabilidade de seus conceitos. Apesar da importância dos conceitos inerentes à disciplina de CDI, vincula-se a ela o insucesso de muitos estudantes ingressantes no meio acadêmico até mesmo em renomadas instituições de Ensino Superior brasileiras como Universidade de São Paulo (Barufi,1999), Universidade Federal Fluminense (Rezende, 2003), Universidade Federal do Espírito Santo (Wrobel, Zeferino & Carneiro, 2013); Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (Santos et al., 2016); Universidade Estadual de Goiás (Alvarenga, Dorr, & Vieira, 2016; Ferreira et al., 2016); Pontifícia Universidade Católica de Goiás e Universidade de Brasília (Alvarenga, Dorr, & Vieira, 2016). As dificuldades associadas com ensino e aprendizagem de CDI não são problemas exclusivos das universidades brasileiras, pois há pesquisas internacionais, como David Tall, Anna Sierpinska e James Robert Leitzel (Marin, 2009), relacionadas a essa temática.

A prática docente e a literatura indicam que o fracasso escolar no Cálculo está associado a motivos diversificados, dentre eles os mais evidentes são erros relacionados com a aplicação inadequada de conteúdos oriundos da matemática supostamente já conhecida do Ensino Básico (Cury, 2009; Lima, Silva, Santos Jr, Almeida, 2014); distanciamento entre o que é ensinado no Ensino Básico e Superior (Menestrina & Gougard, 2003); e metodologia de ensino adotada (Rafael & Escher, 2015), pois geralmente as aulas de CDI são do estilo tradicional (Abdelmalack, 2011; Noguti, 2014). Em ambientes como esse, os estudantes são agentes passivos, pois são acostumados a copiarem (ou, atualmente, tirarem fotos) a resolução dos exemplos (exercícios) propostos e resolvidos (na lousa) pelo professor.

A realidade do CDI dos cursos de graduação do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC/Joinville) a que este trabalho está vinculado, no tocante às dificuldades dos estudantes atreladas às carências da formação inicial em matemática básica, as reprovações e evasão na disciplina e a abordagem metodológica adotada são similares aos supracitados. Esse cenário motivou a primeira autora a desenvolver uma pesquisa de doutoramento que teve por objetivo inserir a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Resolução de Problemas (RP) para ensinar os conteúdos de CDI. A referida pesquisa foi de natureza mista e a pesquisadora investigou a sua própria prática docente. O objetivo desse texto é apresentar os resultados provenientes da análise quantitativa dos dados coletados por meio de um teste aplicado na fase inicial da pesquisa (pré-teste) e de novo na fase final (pós-teste). Para interpretar os dados foi realizada uma análise de covariância com auxílio do software IBM SPSS Statistic 25.

Esse texto está estruturado da seguinte forma: uma breve apresentação da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de RP considerada na pesquisa, lócus da pesquisa desenvolvida, caracterização do público participante, apresentação dos testes e da escala de avaliação considerada para transformar resoluções descritivas em dados numéricos, apresentação dos resultados oriundos da análise estatística e considerações finais.

2. Metodologia de Resolução de Problemas

As origens da Resolução de Problemas estão associadas ao matemático húngaro George Polya (1887-1985) que passou a ser conhecida internacionalmente após a publicação de seu livro intitulado "How to Solve It", cuja primeira edição foi publicada no ano de 1945. Há três concepções de ensino acerca de como abordar a resolução de problemas na sala de aula: ensinar para/sobre/através da resolução de problemas (Schroeder & Lester, 1989). Na primeira concepção, os problemas são propostos ao final de um conteúdo. Na segunda, o docente ensina como se resolve problemas. Nessa concepção, situa-se a orientação de Polya para resolver problemas. Ele afirma que todo bom resolvedor de problemas passa por quatro etapas no processo de resolução, que são: compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano; e, retrospecto (Polya, 2006). Na terceira concepção, a resolução de problemas é tida como uma metodologia de ensino em que novos conteúdos são ensinados através da resolução de problemas.

No Brasil, desde o ano de 1989, a professora Lourdes de La Rosa Onuchic iniciou suas pesquisas assumindo a Resolução de Problemas como metodologia de ensino em Educação Matemática (Onuchic, 1999). Em 1992, foi formado o Grupo de Estudo em Resolução de Problemas (GTERP) e esse "tem sido o núcleo gerador de atividades de aperfeiçoamento, de investigações e de produção científica na linha de Resolução de Problemas" (Onuchic & Allevato, 2011, p. 75). Ao longo de sua existência, o GTERP estabeleceu um roteiro de atividades, que foi sendo adaptado conforme as necessidades, com a finalidade de fornecer orientações ao professor de como este pode desenvolver uma aula cujo objetivo seja ensinar através da RP. A terceira versão desse roteiro é constituída de dez etapas: preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo; e, proposição de novos problemas (Allevato & Onuchic, 2014). A pesquisa ao qual esse artigo visa mostrar os resultados quantitativos, que serão apresentados e discutidos nas próximas seções, fez uso desse roteiro do grupo GTERP.

3. Lócus da Pesquisa

A pesquisa de doutoramento ao qual esse trabalho se refere consistiu em adotar a metodologia de ensino-aprendizagem-avalição[1] de RP nos horários regulares de aula para introduzir os conteúdos de CDI e foi realizada numa universidade pública brasileira. Nessa instituição a disciplina tem regime semestral e uma carga horária de 108 horas aula distribuídas em três dias da semana, cada dia com 2 horas aula consecutivas. Pouco mais de 30% das aulas de CDI foram mediadas por essa metodologia. Ao todo foram desenvolvidas dezenove tarefas[2] matemáticas para

---

[1] Allevato e Onuchic (2014) utilizam a tríade ensino-aprendizagem-avaliação para "expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador" (p. 43).
[2] Todas as tarefas desenvolvidas através da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de resolução de problemas são apresentadas em Azevedo (2019).

introduzir assuntos da disciplina que versaram sobre os seguintes conteúdos da ementa de CDI: funções, inequações, limites, derivadas e aplicações de derivadas. Este texto não tem por finalidade discutir essas tarefas, pois estes aspectos estão relacionados com a análise qualitativa dos dados que foram/serão apresentados em outras oportunidades. A fim de analisar se, estatisticamente, o trabalho desenvolvido apresentou ganhos significativos na aprendizagem dos estudantes foi aplicado um pré-teste no início do semestre letivo e um pós-teste no final. Entre os testes, as tarefas utilizadas para introduzir novos conteúdos utilizando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de RP, foram realizadas em equipes de até cinco estudantes.

4. Caracterização do público participante

O público participante foi formado pelos alunos regularmente matriculados na disciplina de CDI ministrada pela professora doutoranda das turmas dos cursos de Licenciatura em Matemática (T1) e Licenciatura em Química (T2). As turmas T1 e T2 tiveram, respectivamente, 50 e 34 alunos matriculados.

A disciplina de CDI é oferecida nos cursos de graduação da UDESC/Joinville na primeira fase, exceto no curso de Licenciatura em Matemática, que é na segunda fase[3]. Nesse curso, a disciplina tem como pré-requisito a disciplina de Matemática Básica. Como nessa instituição a ementa de CDI é a mesma nos cursos de Engenharias, Licenciaturas e Computação, quando um estudante reprova, no semestre seguinte ele pode escolher em que turma se matriculará, exceto nas turmas de ingressantes. Por esse motivo, adicionado ao fato da disciplina ser oferecida na segunda fase do curso de Licenciatura em Matemática, é que a turma de CDI que seria exclusiva aos alunos da Matemática, possui muitos estudantes dos demais cursos de graduação. Dos 15 estudantes do curso de Matemática, matriculados na T1, somente 8 estudantes estavam cursando pela primeira vez. Com relação a T2, que era para ser uma turma somente de ingressantes, 7 estudantes estavam cursando ao menos pela segunda vez CDI e, desses, 2 estudantes eram do curso de Química e os demais eram das Engenharias. Esses alunos foram inseridos na turma de ingressantes por meio de reajuste de matrícula, por falta de vaga em outras turmas. Ainda, convém salientar que quando os alunos se matricularam nas turmas de T1 e T2 eles sabiam qual seria o professor designado, mas não tinham conhecimento de que a professora faria uso de uma metodologia diferente da tradicional. Eles tomaram ciência de que fariam parte dessa pesquisa no primeiro dia de aula no momento da apresentação do plano de ensino e concordaram assinando o termo de consentimento livre esclarecido. Na Tabela 1, apresentam-se os cursos aos quais os acadêmicos estavam vinculados.

[3] A partir de do segundo semestre letivo de 2019, a disciplina de CDI integra a segunda fase de dois cursos de graduação da UDESC/Joinville, que são: Licenciatura em Matemática e Bacharelado em Ciência da Computação.

Curso	T1	T2
Ciência da Computação	3	0
Engenharia Civil	12	2
Engenharia Elétrica	2	1
Engenharia Mecânica	7	1
Engenharia de Produção	1	1
Licenciatura em Física	7	0
Licenciatura em Matemática	15	0
Licenciatura em Química	3	29
Total	50	34

Tabela 1. Cursos dos matriculados nas turmas de T1 e T2
Fonte: Sistema Acadêmico, 2018.

Pela literatura, recomenda-se que os participantes não tivessem conhecimento sobre o conteúdo que se desejava ensinar por meio dos problemas geradores (Andrade & Onuchic, 2017) fazendo uso da metodologia de ensinar através da RP. Porém, com a realidade na qual a pesquisa estava inserida, esse quesito não pôde ser atendido, visto que mesmo a turma de ingressantes, T2, possuía alunos repetentes.

5. Os Testes

A fim de facilitar a comparação entre os testes aplicados optamos por considerar o pré-teste e o pós-teste exatamente iguais, por isso ao nos referirmos a ambos serão denominados apenas por testes. O teste foi composto por seis problemas matemáticos. Antes de os apresentarmos, convém salientar que na literatura há diversas definições a respeito do que é um problema. Estes autores, corroboram com Onuchic (1999) de que problema é “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (p. 215). Diante desta concepção um problema matemático também é considerado um problema, tudo depende da abordagem didática adotada pelo docente. Palhares (1997) esclarece que a principal diferença entre problema e exercício é que no primeiro não há um caminho pré-estabelecido e único para se obter a solução como no segundo. Como as seis questões que constituíram os testes não definiram à partida a forma de resolução almejada, os estudantes puderam usar do seu conhecimento prévio para estabelecer suas estratégias de resolução, mesmo as questões de caráter essencialmente matemático, assim, de acordo com Palhares (1997), foram problemas.

O primeiro problema, apresentado no Quadro 1, permite ao estudante utilizar conhecimentos de inequações ou funções de forma analítica e/ou gráfica além da estratégia de tentativa e erros para resolver o problema. Este problema não possui resposta única, o estudante necessita argumentar seu ponto de vista a respeito de que empresa é mais vantajosa financeiramente, pois o número de softwares vendidos mensalmente não é fixo.

(Adaptado de Adami, Dorneles Filho e Lorandi, 2015) Alex recebeu duas propostas de salários para trabalhar em empresas de softwares. Na empresa A receberá R$ 900,00 por mês além de uma comissão de R$ 10,00 por software vendido. Na empresa B receberá R$ 440,00 por mês além de uma comissão de R$ 30,00 por software vendido. Qual das duas propostas de salário é mais vantajosa financeiramente? Justifique sua resposta.

Quadro 1. Problema 1
Fonte: Autores (2016).

O segundo problema, ilustrado no Quadro 2, contempla o conteúdo de funções e limites. No pré-teste, muitos dos estudantes ingressantes na disciplina não compreenderiam o significado das notações de limite dos itens b e c, visto que CDI é estudado, no ensino pré-universitário brasileiro, somente por alunos oriundos de cursos técnicos relacionados com a área de exatas. Entretanto, como o pós-teste era igual ao pré-teste, era nosso interesse avaliar esse tipo de resposta. Tal solução também poderia ser obtida de forma analítica e ou gráfica.

(Adaptado de UDESC-SC e ANTON, 2014) Suponha que, após ter sido coado, a temperatura do café é de 90°C, após 1 minuto a temperatura do café é de 80°C e que este café será mantido em um ambiente climatizado cuja temperatura é constante e igual a 20°C. Nestas condições, pela lei do resfriamento de Newton, a função que representa o resfriamento do café é

$$T(t) = 20 + 70e^{-0{,}15415t},$$

em que t é o tempo (em minutos) e T é a temperatura (em ºC). O gráfico de $T(t)$ está ilustrado na Figura 1.

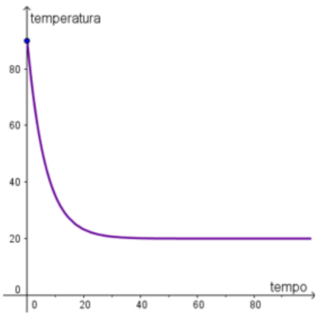


Figura 1

a. Sabe-se que para um café ser ingerido sem queimar a boca de uma pessoa, é necessário que a temperatura do mesmo seja de no máximo 60°C. Quanto tempo levará para que este café possa ser ingerido?
b. Determine $\lim_{t \to 0^+} T(t)$ e explique qual é o seu significado físico.
c. Determine $\lim_{t \to +\infty} T(t)$ e explique qual é o seu significado físico.

Quadro 2. Problema 2
Fonte: Autores (2016).

O terceiro problema, apresentado no Quadro 3, aborda o conteúdo (de CDI) de análise de variação de funções, que está relacionado com derivadas de primeira e segunda ordem além do assunto de limites, por falar de retas assíntotas, dentre outros. Em ambos os testes os estudantes poderiam usar somente interpretação gráfica para responder os itens desse problema, o que mudava era o tipo de argumentação usada em cada teste.

Na Figura 2 está ilustrada parte do gráfico da função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Suponha que no restante do domínio o gráfico da função mantenha o comportamento das margens dessa figura.

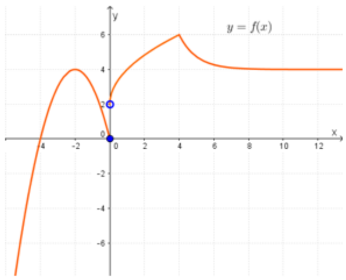


Figura 2

Com base nessas informações, <u>responda e justifique</u> as seguintes questões:

a. A função *f* é contínua em todo o seu domínio?

b. Sobre as retas tangentes ao gráfico da função f :

i. Em que intervalos elas têm inclinação positiva? E negativa?

ii. Em qual(is) ponto(s) ela(s) tem inclinação nula?

iii. Em qual(is) ponto(s) não existe(m) reta(s) tangente(s)?

iv. A partir de i, ii e iii, o que você pode falar a respeito da derivada primeira de f ?

c. A função *f* possui máximo/mínimo absoluto (ou global)? Se sim, qual(is) é(são) a(s) coordenada(s) deste(s) ponto(s)?

d. Em que intervalos a função *f* tem concavidade voltada para baixo? E para cima? O que você pode falar a respeito da derivada primeira e da segunda de f ?

e. A função f possui assíntota(s)? Se sim, qual(is) é(são) a(s) sua(s) equação(ões)?

Quadro 3. Problema 3
Fonte: Autores (2016).

O quarto problema, ilustrado no Quadro 4, está relacionado com a definição formal de limite, que pode ser interpretada como a resolução simultânea de duas inequações modulares. Esse problema também pode ser solucionado por análise gráfica, após interpretar o significado das inequações modulares postas.

(Adaptado de ANTON, 2014, p.106) Seja $f: \mathbb{R}_+ \to (-\infty, 5]$ definida por $f(x) = 5 - \sqrt{x}$, cujo gráfico está apresentado na Figura 3.

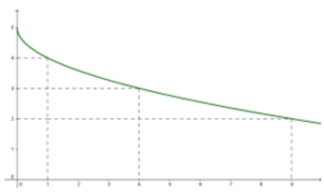


Figura 3

Dado um número $\varepsilon = 1$, encontre um número positivo δ tal que

$$0 < |x - 4| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - 3| < 1.$$

Quadro 4. Problema 4
Fonte: Autores (2016)

O quinto problema, ilustrado no Quadro 5, tem por finalidade abordar o assunto de otimização, mas abarca os conteúdos de inequações, funções e análise gráfica.

(Adaptado de ANTON, 2014) Uma caixa aberta deve ser construída com uma folha retangular de metal, com medidas de $8\ cm$ por $15\ cm$, retirando-se um quadrado em cada canto dessa folha, de mesmo tamanho e dobrando ao longo dos segmentos das retas tracejadas (Figura 4) para fazer as laterais da caixa.

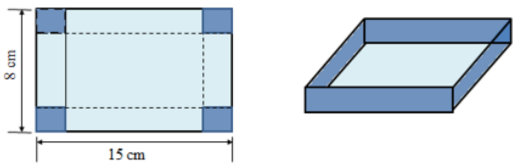


Figura 4
Fonte: Adaptado de ANTON. 2014, p.14.

a. Qual é a expressão analítica que representa o volume dessa caixa como função do comprimento dos lados dos quadrados?
b. Qual é o domínio da função volume da caixa obtida no item "a"?
c. Construa o gráfico da função volume.
d. Qual deveria ser a medida do lado do quadrado recortado para que o volume dessa caixa fosse o maior possível? Justifique sua resposta.

Quadro 5. Problema 5
Fonte: Autores (2016)

O último problema do teste, ilustrado no Quadro 6, está associado com a ideia intuitiva de derivada em um ponto, a partir do cálculo de velocidades médias, cujo conhecimento é oriundo das aulas de Física do Ensino Médio[4].

(Adaptado de ANTON, 2014, p.153) Um robô move-se no sentido positivo de um eixo de tal forma que, após t segundos, a sua distância S, em centímetros, em relação à origem é dada na Tabela 1.

Tabela 1

t	4	3,5	3	2,5	2,25	2,12	2,06	2,03	2,01	2,001	2,0001
$S(t)$	1536	900,4	486	234,375	153,7734375	121,197788	108,0488456	101,890901	97,934448	96,192144	96,019201

Com base nas informações da tabela 1 e sabendo que $s(2) = 96\ cm$, responda as seguintes questões:

a. Qual é a velocidade média no intervalo [2,4]?
b. Qual é a velocidade média no intervalo [2,3]?
c. Qual é a velocidade média no intervalo $\left[2, \frac{9}{4}\right]$?
d. Qual é a velocidade instantânea em $t = 2s$?

Quadro 6. Problema 6
Fonte: Autores (2016)

Dentre os seis problemas que constituem os testes, somente o sexto problema não é propício para ser solucionado graficamente. Dentre os problemas propostos, entendemos que este é o que menos permitiu o estudante usar sua criatividade para obter a solução, pois, geralmente, é de conhecimento dos estudantes a forma de encontrar a velocidade média.

A avaliação das respostas dos testes foi efetuada através de uma escala holística focada e adaptada ao conteúdo. Conforme Charles, Lester e O'Daffer (1992),

[4] O Ensino Médio brasileiro corresponde ao Ensino Secundário de Portugal.

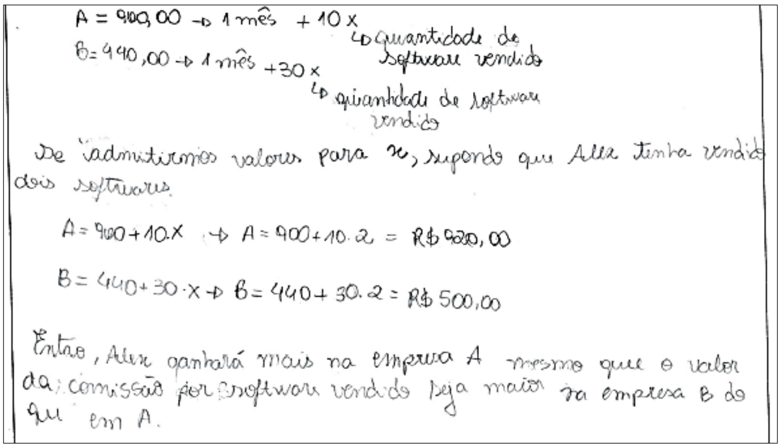
essa escala é holística porque considera o processo da obtenção da solução, não apenas a resposta; e, é focada por atribuir um escore de acordo com as estratégias utilizadas na resolução do problema. A pontuação atribuída a cada um dos itens dos problemas variou de 0 até 4. Para exemplificar como foi empregada a escala holística focada na correção dos testes, apresentamos na Tabela 2 a escala de avaliação considerada na correção do problema 1 (Quadro 1) e, na sequência, as resoluções no pré-teste e no pós-teste de um estudante da turma T2. Os critérios de correção amparados pela escala holística focada dos demais problemas do teste são apresentados nos anexos da tese (Autora, 2019).

Pontos	Critério
0	– Não respondeu. – Resposta incorreta sem apresentar qualquer justificativa.
1	– Resposta correta sem algum tipo de justificativa ou justificativas erradas.
2	– Raciocínio correto, mas encontrou uma função que descreve o salário que está incorreta. – Resposta errada por cometer algum erro de contas, mas o desenvolvimento todo correto. – Encontrou as funções corretas que descrevem o salário, mas não concluiu nada ou concluiu errado (sem testar vários valores).
3	– Resposta correta, sem encontrar as funções que descrevem o salário, mas encontrou o número de softwares que deveriam ser vendidos para que o salário fosse o mesmo e comparou o salário para outros números de softwares vendidos. – Encontrou as funções que descrevem o salário e resolveu graficamente, mas não escreveu a interpretação. – Resposta correta obtida ao atribuir possível número de softwares vendidos e calcular o salário que teria em cada uma das empresas sem expressar a função que define o salário. – Resposta parcialmente correta, pois atribuiu um possível número de softwares vendidos para calcular o salário que teria em cada uma das empresas e expressou a função que define o salário, mas não encontrou o valor em que os salários seriam iguais.
4	– Apresentou as funções que descrevem o salário, atribuiu possível número softwares vendidos e calculou o salário que teria em cada uma das empresas. – Encontrou as funções que descrevem o salário e resolveu graficamente, escrevendo a interpretação. – Resolveu corretamente por inequações e apresentou a interpretação dos resultados.

Tabela 2. Escala de avaliação do Problema 1
Fonte: Autores (2017).

Na resolução do Problema 1 do estudante E6 no pré-teste, apresentada na Figura 1, pode-se perceber que, apesar de não denotar adequadamente as funções que descrevem o salário em cada uma das empresas, o estudante as interpretou corretamente. Em seguida, calculou qual seria o salário do funcionário em cada uma das respectivas empresas considerando que dois softwares fossem vendidos. A partir deste único valor testado, concluiu que a empresa A era mais vantajosa financeiramente. Para a suposição feita, a resposta está correta, mas faltou analisar se para um número maior de softwares que fossem vendidos, essa empresa continuaria tendo a melhor proposta salarial. Diante disso, o escore atribuído a esta resolução foi 2.

Na Figura 2 está ilustrada a resolução do Problema 1 do estudante E6 no pós-teste. Nota-se que nesse teste ele encontrou e denotou adequadamente a lei de formação que representa o salário em cada uma das empresas. Calculou os respectivos salários para um número fixo de softwares vendidos. Em seguida, encontrou o números de softwares que seriam necessários vender para que o salário em ambas as empresas fosse igual. Para finalizar, calculou os respectivos salários para um valor menor e um maior do que 23 (que corresponde a equidade salarial) e apresentou como resposta final uma análise das propostas salariais em termos de softwares vendidos, sem apresentar a empresa A ou B como sendo a melhor opção. O escore atribuído a essa resolução foi 4.



A = 900,00 → 1 mês + 10 x
↳ quantidade de software vendido
B = 440,00 → 1 mês + 30 x
↳ quantidade de software vendido

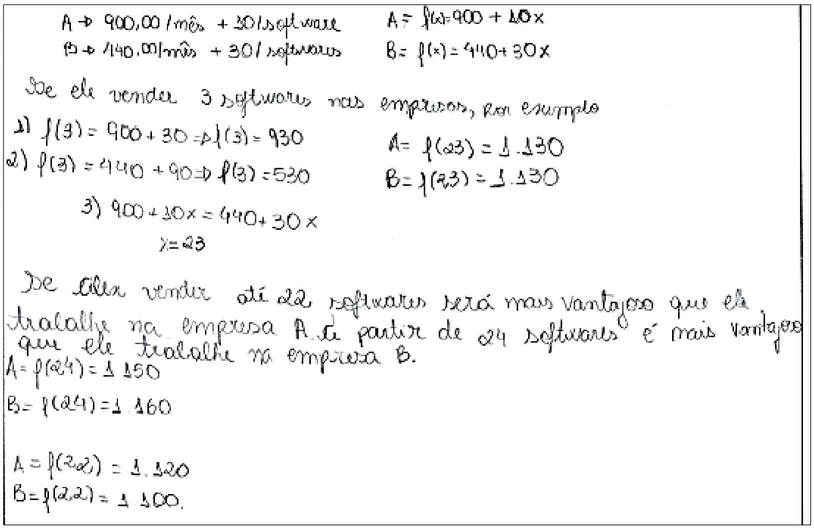
Se admitirmos valores para x, supondo que Alex tenha vendido dois softwares

A = 900 + 10.X → A = 900 + 10.2 = R$ 920,00

B = 440 + 30.X → B = 440 + 30.2 = R$ 500,00

Então, Alex ganhará mais na empresa A mesmo que o valor da comissão por software vendido seja maior na empresa B do que em A.

Figura 1. Resolução do Problema 1 apresentado pelo estudante E6 no pré-teste
Fonte: Dados da pesquisa (2017).



A → 900,00 / mês + 10 / software   A = f(x) = 900 + 10x
B → 440,00 / mês + 30 / softwares   B = f(x) = 440 + 30x

Se ele vender 3 softwares nas empresas, por exemplo

1) f(3) = 900 + 30 → f(3) = 930
2) f(3) = 440 + 90 → f(3) = 530
3) 900 + 10x = 440 + 30x
x = 23

A = f(23) = 1.130
B = f(23) = 1.130

Se Alex vender até 22 softwares será mais vantajoso que ele trabalhe na empresa A. A partir de 24 softwares é mais vantajoso que ele trabalhe na empresa B.

A = f(24) = 1.150
B = f(24) = 1.160

A = f(22) = 1.120
B = f(22) = 1.100.

Figura 2. Resolução do Problema 1 apresentada pelo estudante E6 no pós-teste
Fonte: Dados da pesquisa (2017).

Estabelecer uma análise qualitativa da evolução observada nas resoluções do Problema 1 apresentadas pelo estudante E6 foge do escopo deste texto. A interpretação supracitada teve objetivo de evidenciar a forma de como as respostas descritivas foram transformadas em dados numéricos a fim de que a análise quantitativa fosse plausível. Para inserir os dados no software IBM SPSS Statistic 25 e efetuar as análises estatísticas, o escore atribuído conforme a escala holística focada adotada foi convertido para uma escala de pontuações de 0 a 100 pontos.

Salientamos que ambos os testes foram realizados no mesmo dia e nos respectivos horários regulares de aula tanto das turmas que compunham o público participante quanto das turmas de controle. Para selecionar as turmas de controle a professora investigadora usou do conhecimento proveniente de sua prática docente em CDI, nos diversos cursos de graduação da mesma instituição que a pesquisa estava sendo desenvolvida, para escolher turmas que, usualmente, apresentavam desempenho e composição similares ao público participante. Destacamos ainda que nas turmas de controle as aulas foram do estilo tradicional dialogada.

Na próxima seção abordaremos questões referentes à análise quantitativa dos dados oriundos dos testes. O objetivo é apresentar a Análise das Covariâncias (ANCOVA) bem como a verificação de que as condições necessárias para tal análise eram atendidas.

6. Análise Estatística e Resultados

A ANCOVA é um método de análise estatística desenvolvido por Fischer em 1932 e pode ser entendido com uma combinação entre as análises de variância e de regressão (Glass, Hopkins, 1996; Marôco, 2010). Ao realizar uma ANCOVA testa-se simultaneamente o efeito das interações do grupo/turma (fator principal) e os resultados do pré-teste (covariável/variável independente) sobre as pontuações do pós-teste (variável dependente). Antes de efetuar uma ANCOVA é necessária a verificação dos seguintes pressupostos (Vieira, 2013): normalidade das distribuições, homogeneidade das variâncias, homogeneidade das retas de regressão, existência de uma relação linear entre a covariante e a variável independente; e, fiabilidade da medição da covariante. Nos demais parágrafos iremos discutir esses pressupostos. Iniciaremos pela explanação sobre o estudo da consistência interna dos testes.

Para medir a consistência interna desses testes foi usado o coeficiente Alpha (α) de Cronbach que varia de 0 até 1. De acordo com Nunnaly (1978), numa investigação preliminar, o valor do coeficiente α considerado aceitável é de 0,7. Nesse caso, o coeficiente α de Cronbach foi de 0,718. Portanto, valor aceitável para uma investigação preliminar.

Para determinar o α de Cronbach foram consideradas as pontuações atribuídas, a cada um dos vinte e um itens do teste distribuídos em seis problemas, as resoluções dos estudantes que participaram do processo de validação[5] desse instrumento de coleta de dados. Pela Tabela 3 observa-se que o número de itens considerados no

[5] Essa pilotagem foi realizada em uma turma de uma instituição privada.

cálculo do α de Cronbach foi igual a dezenove. Dois (dos 21) itens foram desconsiderados porque nenhum estudante apresentou uma resolução coerente com o que fora proposto ou não apresentou qualquer tipo de registro, dessa forma, a pontuação atribuída foi zero pontos. Todas as pontuações nulas de um item do problema geram uma matriz de covariâncias cujo determinante é zero ou aproximadamente zero. Com isso, as estatísticas baseadas em sua matriz inversa não podem ser determinadas e são exibidas como valores omissos do sistema[6]. Um desses itens desconsiderados se refere ao quarto problema (Quadro 4) do teste relacionado com a definição formal de limite. A maioria dos respondentes deixou em branco esse item e, um deles, deixou registrada a informação de que esse assunto não fora trabalhado em sala de aula (Figura 3). Essa informação fora confirmada pela professora da turma.

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach com base em itens padronizados	N de itens
0,718	0,796	19

Tabela 3. Fiabilidade do teste aplicado em 2016
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

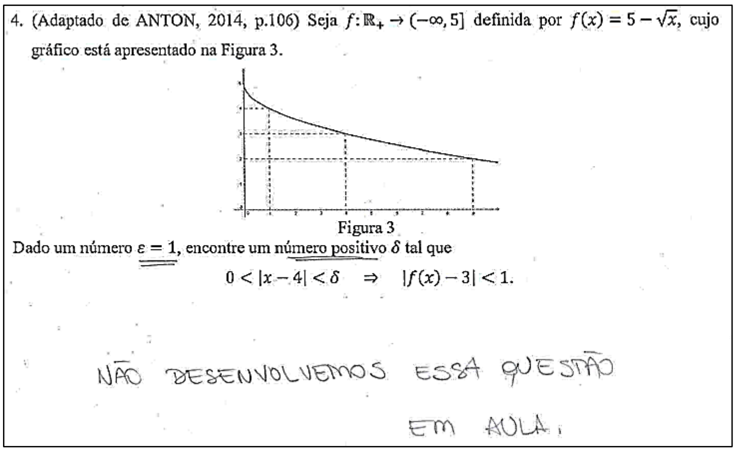

4. (Adaptado de ANTON, 2014, p.106) Seja $f:\mathbb{R}_+ \to (-\infty, 5]$ definida por $f(x) = 5 - \sqrt{x}$, cujo gráfico está apresentado na Figura 3.

Figura 3

Dado um número $\varepsilon = 1$, encontre um número positivo δ tal que

$$0 < |x - 4| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - 3| < 1.$$

NÃO DESENVOLVEMOS ESSA QUESTÃO EM AULA.

Figura 3. Resposta do problema 4 do processo de validação dos testes
Fonte: Dados da pesquisa (2016).

O outro item que todos os estudantes zeraram foi o item “d” do problema 6 que estava relacionado ao conceito de interpretação cinemática da derivada, ou seja, nos itens anteriores desse problema os estudantes deveriam calcular a velocidade média para intervalos de tempo cada vez menores e no último item esperava-se que intuíssem que a velocidade instantânea era o limite da velocidade média. Porém, mesmo os que responderam corretamente sobre as velocidades médias, não argumentaram sobre o valor da velocidade instantânea. Como acreditamos que os estudantes tinham condições de intuir o que lhes era questionado, pois trabalharam com a ideia intuitiva de limites nesse item “d” do problema 6 e, no problema 4,

[6] Essas justificativas são dadas pelo próprio software ao efetuar os cálculos e eliminar algum dos itens.

entendemos que não responderam porque não tinham estudado o assunto, o teste foi mantido como proposto inicialmente.

Na Figura 4 está ilustrada a distribuição das pontuações dos estudantes das turmas T1 e T2 nos testes. Esses diagramas foram construídos com base nas notas finais de cada teste. Por meio da interpretação desses diagramas de extremos e quartis percebemos que em ambas as turmas a mediana das pontuações obtidas no pós-teste é maior do que a pontuação do terceiro quartil do pré-teste; e ainda, o primeiro quartil do pós-teste é maior do que a mediana do pré-teste. Os dados nos revelam que, em ambas as turmas, a dispersão foi maior no pós-teste, sendo mais evidente esta discrepância na T2. Essa análise permitiu-nos identificar diferenças no desempenho dos estudantes de ambas as turmas do pré-teste para o pós-teste. Para confirmarmos se essas diferenças aparentes foram significativas e compreender se a experiência de ensino desenvolvida teve influência no desempenho do público participante no pós-teste, é necessário verificar os demais pressupostos da ANCOVA que serão feitos na sequência desse texto.

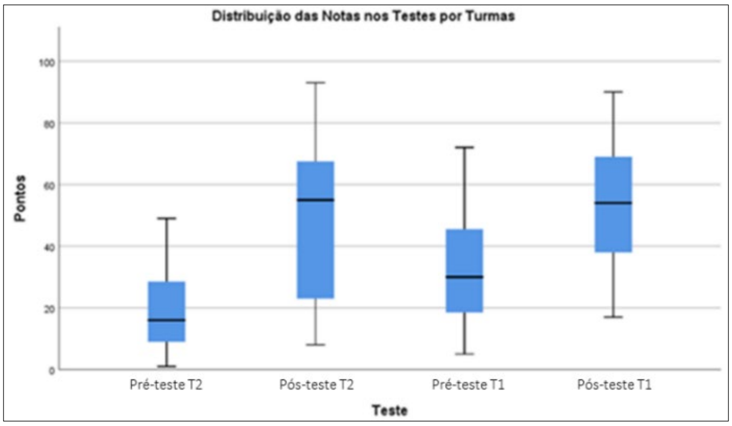


Figura 4. Distribuição das pontuações nos testes por turmas
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

O primeiro pressuposto da ANCOVA é a normalidade das distribuições que pode ser verificada por meio dos testes conhecidos como Shapiro-Wilk e Kolmogorov-Smirnov. Corforme Marôco (2010), o primeiro desses testes é adequado para amostras com até $N = 30$ elementos. Entretanto, o software SPSS efetua os cálculos adequados para o teste de Shapiro-Wilk com amostras de até 50 elementos (SPSS, 2016). Os resultados obtidos dos testes de normalidade estão apresentados na Tabela 4. Assumindo à partida como aceitável o nível de significância de 0,05, por meio do valor de p[7] (Sig) do teste de Shapiro-Wilk pode-se observar que as amostras não são significativamente diferentes, pois $p > 0{,}05$ tanto no pré-teste como no pós-teste, com exceção da turma de controle da T2 no pós-teste. Nessa turma, o $p = 0{,}032 < 0{,}05$, ou seja, estaria sendo violado o pressuposto da normalidade. Entretanto, Marôco (2010) afirma que há demonstrações matemáticas em Scheffé

[7] Por p denotaremos $p - value$. Nas tabelas oriundas do IBM SPSS Statistic 25, o valor de Sig. equivale a p.

(1959[8]) e estudos envolvendo simulações em Harwell *et. al*. (1992) e Refinetti (1996[9]) que demostram que os testes paramétricos continuam produzindo resultados confiáveis mesmo quando são aplicados a situações diferentes daquelas condições consideradas quando foram deduzidos "desde que as distribuições das amostras não sejam extremamente enviesadas ou achatadas e que as dimensões das amostras não sejam extremamente pequenas" (Marôco, 2010, p. 203). Esse autor faz ainda referência a pesquisa de Kline (1998[10]), que por meio de simulações, garante a robustez dos métodos paramétricos para valores absolutos de assimetria menores do que 3 e de achatamento menores do que 10. Com relação a alternativas não paramétricas à ANCOVA paramétrica, Vieira (2013, p.176), tendo como referência o trabalho de Olejnik e Algina (1984[11]), afirma que "em termos de poder estatístico, apenas proporcionam uma assinalável vantagem em casos de violações extremas das premissas e em que a relação linear entre as medidas é fraca". Diante do exposto aliado ao fato de que para aplicar testes paramétricos, além da variável dependente possuir distribuição normal também é necessário que as variâncias populacionais sejam homogêneas (Marôco, 2010), mantemos a opção por aplicar testes paramétricos.

		Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Turma	**Estatística**	**df**	**Sig.**	**Estatística**	**df**	**Sig.**
PreTeste	MAT	0,130	35	0,145	0,949	35	0,103
	QUI	0,170	19	0,153	0,920	19	0,112
	Controle MAT	0,129	20	0,200*	0,952	20	0,402
	Controle QUI	0,110	22	0,200*	0,965	22	0,587
PosTeste	MAT	0,104	35	0,200*	0,956	35	0,173
	QUI	0,142	19	0,200*	0,944	19	0,308
	Controle MAT	0,213	20	0,018	0,914	20	0,077
	Controle QUI	0,133	22	0,200*	0,902	22	0,032

*. Este é um limite inferior da significância verdadeira.
a. Correlação de Significância de Lilliefors

Tabela 4. Testes de Normalidade
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

Para estudar a homogeneidade das variâncias foi usado o teste de Levene que consiste em averiguar a possibilidade de aplicar as hipóteses de testes paramétricos que se referem à comparação de médias populacionais determinadas a partir do mesmo número de amostras representativas (Marôco, 2010). A Tabela 5 e a Tabela 6 apresentam os resultados do teste aplicado a cada uma das turmas envolvidas na pesquisa considerando suas respectivas turmas de controle.

---

[8] Scheffé, H. (1959). *The Analysis of Variance.* John Wiley & Sons, New York.
[9] Refinetti, R. (1996). Demonstrating the consequences of violations of assumptions in analysis of variance. *Theaching of Psychology.* 23, p. 415 – 439.
[10] Kline, R. B. (1998). *Principles and Practice of Structural Equation Modeling.* Guilford Press, New York.
[11] Olejnik, S; Algina, J. (1984). A review of nonparametric alternatives to analysis of covariance. *Paper presented at the Annual Meting of the American Educational Research Association. New* Orleans, April, 1971, 46 p.

		Estatística de Levene	df1	df2	Sig.
PosTeste	Com base em média	3,407	1	53	0,070
	Com base em mediana	3,360	1	53	0,072
	Com base em mediana e com df ajustado	3,360	1	50,918	0,073
	Com base em média aparada	3,364	1	53	0,072

Tabela 5. Teste de homogeneidade das variâncias para a variável pós-teste da T1 e turma de controle
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

		Estatística de Levene	df1	df2	Sig.
PosTeste	Com base em média	8,061	1	39	0,007
	Com base em mediana	6,449	1	39	0,015
	Com base em mediana e com df ajustado	6,449	1	37,895	0,015
	Com base em média aparada	8,085	1	39	0,007

Tabela 6. Teste de homogeneidade das variâncias para a variável pós-teste da T2 e turma de controle
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

Os dados da Tabela 5 nos revelam que as variâncias não são significativamente diferentes entre a T1 e sua turma de controle, pois considerando o teste de Levene com base na média foi obtido que $p = 0{,}070 > 0{,}05$. Portanto, o critério da homogeneidade das variâncias é atendido nesses grupos. Entretanto, ao observar $p - value$ obtido com o teste de Levene (Tabela 6) percebemos que o pressuposto da homogeneidade das variâncias para a T2 e sua turma de controle não é satisfeito, pois $p = 0{,}007 < 0{,}05$. De acordo com Marôco (2010) é possível utilizar o recurso de transformações matemáticas para averiguar se dessa forma os critérios exigidos para adotar uma análise paramétrica são garantidos. Por isso, antes de concluir que havia diferenças significativas optamos por realizar uma transformação desses dados. De acordo com Marôco (2010) uma possível transformação é $y^{1-\frac{k}{2}}$ se $y \geq 0$, sendo que o valor da constante k é determinado por tentativas. Nesse caso, assumimos $k = 1$ e à transformação utilizada foi $\sqrt{y}$ e os resultados obtidos por meio dessa transformação estão ilustrados na Tabela 7.

		Estatística de Levene	df1	df2	Sig.
NewPosTeste[12]	Com base em média	5,141	1	39	0,029
	Com base em mediana	3,389	1	39	0,073
	Com base em mediana e com df ajustado	3,389	1	36,539	0,074
	Com base em média aparada	5,058	1	39	0,030

Tabela 7. Teste de homogeneidade das variâncias para a variável pós-teste após ajuste dos dados
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

[12] NewPosTeste é a variável Pos-teste transformada.

Pelos dados ajustados apresentados na Tabela 7, observamos que a variável dependente NewPosTeste, com base na mediana, possui $p = 0{,}073 > 0{,}05$. Sendo assim, a homogeneidade das variâncias nos dois grupos em estudo está garantida. Ressaltamos que foi considerado o teste de Levene com base na mediana porque um dos grupos envolvido no estudo não satisfazia a distribuição de normalidade (Vieira, 2013).

Diante do exposto, percebemos que apesar do pressuposto de homogeneidade não ter sido satisfeito em uma das amostras da pesquisa, os testes paramétricos ainda assim podem ser considerados nessa análise estatística, visto que a homogeneidade é satisfeita nas demais amostras e que o pressuposto da normalidade é atendido em todo espaço amostral. Para dar sequência a esse estudo, precisamos analisar se existe a linearidade dos resultados do pré-teste com os resultados do pós-teste. Em outras palavras, devemos medir a intensidade de associação linear existente entre a covariável (pré-teste) e a variável dependente (pós-teste). Para tanto, determinamos o coeficiente de Pearson (r) das turmas T1, T2 e de suas respectivas turmas de controle. Pelos resultados apresentados na Tabela 8, na Tabela 9, na Tabela 10 e na Tabela 11 constatamos que os coeficientes de correlação obtidos foram $r = 0{,}817$, $r = 0{,}651$, $r = 0{,}760$ e $r = 0{,}753$, respectivamente, para T1, controle de T1, T2 e controle de T2. Em todos os casos a correlação é significante ao nível de 1%, pois $p < 0{,}01$. Sendo assim, concluímos que existe uma relação linear estatisticamente significativa entre as duas variáveis em todos os grupos.

		Pré-teste	Pós-teste
PreTeste	Correlação de Pearson	1	0,817**
	Sig. (2 extremidades)	-	0,000
	N	35	35
PosTeste	Correlação de Pearson	0,817**	1
	Sig. (2 extremidades)	0,000	-
	N	35	35

**. A correlação é significativa no nível 0,01 (2 extremidades).

Tabela 8. Correlação entre os testes da T1
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

		Pré-teste	Pós-teste
PreTeste	Correlação de Pearson	1	0,651**
	Sig. (2 extremidades)	-	0,002
	N	20	20
PosTeste	Correlação de Pearson	0,651**	1
	Sig. (2 extremidades)	0,002	-
	N	20	20

**. A correlação é significativa no nível 0,01 (2 extremidades).

Tabela 9. Correlação entre os testes da turma de Controle da T1

Fonte: IBM SPSS Statistic 25

		Pré-teste	Pós-teste
PreTeste	Correlação de Pearson	1	0,760**
	Sig. (2 extremidades)	-	0,000
	N	19	19
PosTeste	Correlação de Pearson	0,760**	1
	Sig. (2 extremidades)	0,000	-
	N	19	19

**. A correlação é significativa no nível 0,01 (2 extremidades).

Tabela 10. Correlação entre os testes da T2
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

		Pré-teste	Pós-teste
PreTeste	Correlação de Pearson	1	0,753**
	Sig. (2 extremidades)	-	0,000
	N	22	22
PosTeste	Correlação de Pearson	0,753**	1
	Sig. (2 extremidades)	0,000	-
	N	22	22

**. A correlação é significativa no nível 0,01 (2 extremidades).

Tabela 11. Correlação entre os testes da turma de Controle da T2
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

A fim de verificar se a interação entre a covariável (pré-teste) e o fator (grupo) é significativa faz-se o estudo da homogeneidade das retas de regressão. Para tanto, pode-se recorrer a análise das variâncias (ANOVA) visto que as condições para aplicação de uma ANOVA (distribuição Normal e homogeneidade das variâncias populacionais) são atendidos. Marôco (2010) diz que pode parecer estranho analisar variâncias para testar igualdade de médias, mas argumenta que esse procedimento é realizado devido

> ao facto da ANOVA comparar a variância dentro das amostras ou grupos (também designada por variância residual, dos erros ou dentro dos grupos) com a variância entre as amostras ou grupos (também designada por variância do factor ou entre os grupos) (…). Se a variância residual (aquela associada à variabilidade natural entre os sujeitos, os erros de media, registros, etc…) for significativamente inferior à variância entre os grupos ou amostras (que seria devida ao efeito do factor sob estudo), então o efeito do factor sobre a variância da variável dependente será significativamente superior à variância natural entre os sujeitos. Neste cenário podemos afirmar que o factor tem um efeito significativo sobre a variação da variável dependente (Marôco, 2010, pp. 219-220).

De acordo com Marôco (2010), uma ANOVA pode ser designada por ANOVA *one-way* ou ANOVA factorial, dependendo se o fator em estudo é único ou se há mais de uma variável independente, respectivamente. ANOVA fatorial é classificada conforme os níveis dos fatores. Pode ser uma ANOVA de:

i. efeitos fixos ou tipo I, quando os fatores são fixados de partida pelo investigador;
ii. efeitos aleatórios ou tipo II, quando os fatores não são fixados de partida e são selecionados de forma aleatória pelo investigador;
iii. efeitos mistos ou tipo III, quando há mais de um fator para o qual um do(s) fator(es) é(são) fixo(s) e o(s) outro(s) é(são) aleatório(s).

Nessa pesquisa, temos que o fator fixo considerado é o grupo (turma), a covariável é o pré-teste e a variável dependente é o pós-teste. Ainda, nessa análise foram considerados os efeitos principais entre grupo e pré-teste e a interação entre eles. Por isso, temos uma ANOVA de efeitos mistos cujos resultados estão apresentados na Tabela 12 e na Tabela 13. Esses dados nos revelam que não existem interações significativas entre os resultados do pré-teste e pós-teste nos grupos estudados, pois em ambas as situações consideradas foi obtido $p > 0{,}05$. Essa conclusão foi possível pela interpretação do termo interação Grupo*PreTeste pois observamos que $F(1{,}51) = 0{,}471$ com $p = 0{,}496$ para interação entre T1 e sua turma de controle e, $F(1{,}37) = 1{,}147$ com $p = 0{,}291$ para interação entre T2 e sua turma de controle.

Origem	Tipo III Soma dos Quadrados	gl	Quadrado Médio	F	Sig.
Modelo corrigido	17772,027[a]	3	5924,009	35,651	0,000
Intercepto	5027,014	1	5027,014	30,253	0,000
Grupo	13,894	1	13,894	0,084	0,774
PreTeste	8324,098	1	8324,098	50,095	0,000
Grupo * PreTeste	78,247	1	78,247	0,471	0,496
Erro	8474,409	51	166,165	-	-
Total	141342,000	55	-	-	-
Total corrigido	26246,436	54	-	-	-

a. R Quadrado = 0,677 (R Quadrado Ajustado = 0,658)

Tabela 12. Homogeneidade das retas de regressão na interação grupo (T1 e Controle T1) - pré-teste
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

Origem	Tipo III Soma dos Quadrados	gl	Quadrado Médio	F	Sig.
Modelo corrigido	13892,875[a]	3	4630,958	18,136	0,000
Intercepto	4387,239	1	4387,239	17,181	0,000
Grupo	23,531	1	23,531	0,092	0,763
PreTeste	12341,495	1	12341,495	48,331	0,000
Grupo * PreTeste	292,964	1	292,964	1,147	0,291
Erro	9448,004	37	255,351	-	-
Total	101577,000	41	-	-	-
Total corrigido	23340,878	40	-	-	-

Tabela 13. Homogeneidade das retas de regressão na interação grupo (T2 e Controle T2) - pré-teste
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

Ao longo dessa seção verificamos que todos os pressupostos da realização de uma ANCOVA foram satisfeitos. Logo, essa análise estatística pode ser aplicada para auxiliar na interpretação dos resultados obtidos nesse experimento de ensino. Os resultados obtidos por intermédio dessa análise estão apresentados na Tabela 14 e na Tabela 15.

Origem	Tipo III Soma dos Quadrados	gl	Quadrado Médio	F	Sig.
Modelo corrigido	17693,78[a]	2	8846,890	53,789	,000
Intercepto	5067,605	1	5067,605	30,811	,000
PreTeste	13133,716	1	13133,716	79,853	,000
Grupo	382,271	1	382,271	2,324	,133
Erro	8552,656	52	164,474	-	-
Total	141342,000	55	-	-	-
Total corrigido	26246,436	54	-	-	-

a. R Quadrado = 0,674 (R Quadrado Ajustado = 0,662)

Tabela 14. Análise da covariância –T1 e Controle de T1
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

Origem	Tipo III Soma dos Quadrados	gl	Quadrado Médio	F	Sig.
Modelo corrigido	13599,910[a]	2	6799,955	26,527	,000
Intercepto	4349,799	1	4349,799	16,969	,000
PreTeste	12434,027	1	12434,027	48,506	,000
Grupo	1144,300	1	1144,300	4,464	,041
Erro	9740,968	38	256,341	-	-
Total	101577,000	41	-	-	-
Total corrigido	23340,878	40	-	-	-

a. R Quadrado = 0,583 (R Quadrado Ajustado = 0,561)

Tabela 15. Análise da covariância – T2 e Controle de T2
Fonte: IBM SPSS Statistic 25

Os dados na Tabela 14 e na Tabela 15 nos revelam que há efeito de interação da covariável (pré-teste) sobre o pós-teste tanto na T1 quanto na T2 com relação às suas turmas de controle, pois, respectivamente, $F(1{,}52) = 79{,}853$ com $p < 0{,}01$ e $F(1{,}38) = 48{,}506$, $p < 0{,}01$. E ainda, esses dados nos permitem concluir que os resultados obtidos no pós-teste da T1 não se diferem significativamente dos resultados de sua turma de controle, pois $F(1{,}52) = 2{,}324$ com $p = 0{,}133 > 0{,}05$; e, que há diferenças significativas estatisticamente nos resultados obtidos no pós-teste da T2 e de sua turma de controle, pois $F(1{,}38) = 4{,}464$ com $p = 0{,}041 < 0{,}05$.

7. Considerações Finais

A análise estatística nos revelou resultados distintos para as turmas participantes dessa pesquisa. Para a turma T1 não houve diferenças significativas estatisticamente, enquanto para a turma T2 foram comprovadas diferenças estatisticamente significativas. Nesse momento, acreditamos ser importante destacar algumas características das turmas participantes dessa pesquisa a fim de que possamos inferir sobre os tipos de turmas para as quais o trabalho aqui desenvolvido pode ser apontado como uma alternativa para melhorias no desempenho dos estudantes de Cálculo.

A turma T2, em sua maioria, é formada por estudantes ingressantes na Universidade e, muitos deles, provenientes de escolas públicas brasileiras. Por experiência docente, nessa instituição, a maioria dos estudantes dos cursos de Licenciatura chegam no Ensino Superior com uma deficiência em muitos conceitos de matemática elementar trabalhada no Ensino Básico (Moro & Siple, 2010). Acreditamos que esse é um dos motivos pelos quais o número de não aprovados e de desistentes na disciplina de CDI seja elevado, pois muitos estudantes sentem um grande distanciamento entre o que é aprendido no Ensino Básico e o que é ensinado na primeira fase do Ensino Superior (Menestrina & Gougard, 2003). Essa dificuldade também é identificada por estudantes de outros cursos de graduação da área de Ciências Exatas. Entretanto, como a concorrência para ingressar nos cursos de Licenciaturas é menor[13] do que nos cursos de Engenharia da UDESC/Joinville, encontram-se mais facilmente estudantes com grandes dificuldades nas Licenciaturas do que nas Engenharias, pois nessa última, diversos estudantes fizeram algum curso preparatório para o vestibular e, nesse momento, recuperam algumas das deficiências matemáticas que tenham ficado ao longo do Ensino Básico. Essa afirmação está fundamentada na experiência docente dos autores.

A discussão do parágrafo anterior também poderia ser estendida para a turma T1, pois os ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da UDESC/Joinville possuem características similares aos da turma T2. No entanto, não podemos olhar para T1 da mesma forma, pois quando o projeto do curso de Licenciatura em Matemática foi elaborado, para amenizar as dificuldades dos estudantes em CDI oriundas de deficiência da formação inicial e afim de minimizar reprovação/evasão no curso (Moro & Siple, 2010), a disciplina de CDI foi planeada para integrar o currículo da segunda fase do curso. Na primeira fase, existe a disciplina de Matemática Básica, cujos conteúdos da ementa correspondem a aproximadamente ao primeiro mês das aulas de CDI dessa instituição, pois o foco principal dessa disciplina é trabalhar de forma mais detalhada com o conteúdo de funções. Com a inserção de Matemática Básica no currículo esperava-se que os estudantes obtivessem melhores resultados de aprovação no Cálculo. Com o decorrer do tempo, o número de alunos calouros do Licenciatura em Matemática da turma T1 vem sendo menor do que o número de alunos da Engenharia. Dois motivos que contribuem a essa realidade são: ementas iguais, exceto em um dos cursos de graduação da UDESC/Joinville; e, devido a necessidade de reduzir o número de turmas oferecidas devido aos recursos financeiros envolvidos. Por esses motivos a turma T1 não foi formada exclusivamente por licenciandos em Matemática, nem por alunos que desconheciam totalmente o conteúdo. Pelo exposto, entendemos que os estudantes dessa turma possuíam uma base matemática melhor (visto que alguns já haviam cursado a disciplina de Matemática Básica e outros, por serem alunos repetentes, tinham algum conhecimento prévio de Cálculo) e consequentemente a metodologia de RP adotada não gerou resultados estatisticamente significativos.

[13] Se aceito este artigo, na versão final será disponibilizado o link que mostra a concorrência de candidato por vaga em cada uma dos cursos de graduação.

Por fim, podemos inferir que a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de RP pode propiciar melhorias relacionadas ao ensino e à aprendizagem de estudantes que ingressaram no Ensino Superior com características similares as supracitadas. Em outras palavras, cremos que o uso dessa metodologia de ensino pode contribuir positivamente com o ensino e aprendizagem de turmas de CDI que, historicamente, é de conhecimento das Instituições de ensino que são turmas que com elevados índices de insucesso.

Agradecimentos

Agradecemos ao apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC), à Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) no âmbito do projeto do Centro de Investigação em Estudos da Criança da Universidade do Minho (com a referência UIDB/00317/2020) e ao Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas Aplicados ao Ensino (PEMSA).

Referências

Abdelmalack, A. (2011). *O ensino-aprendizagem-avaliação de derivada para o curso de Engenharia através da resolução de problemas.* (Dissertação de Mestrado), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

Allevato, N. S. G., & Onuchic, L. R. (2014). Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: Onuchic, L. R., Allevato, N. S. G., Noguti, F. C. H., & Justulin, A. M. (2014). *Resolução de Problemas: Teoria e Prática* (35-52). Jundiaí/SP: Paco.

Alvarenga, K. B., Dorr, R. C., & Vieira, V. D. (2016). O ensino e a aprendizagem de cálculo diferencial e integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro. *REBES*, 2(4): 46-57.

Andrade, C. P., & Onuchic, L. R. (2017). Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: Onuchic, L. R., Leal Jr, L. C., & Pironel, M. (org.). *Perspectivas para a Resolução de Problemas.* São Paulo: Editora Livraria da Física, 443-466.

Azevedo, Eliane Bihuna de (2019). Vivenciando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral. (Tese de doutorado). Universidade do Minho, Braga, Portugal.

Barufi, M. C. B. (1999). *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral.* (Tese de Doutorado). Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

Charles, R., Lester, F., & O'Daffer, P. (1992). How to evaluate progress in problem solving. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.

Cury, H. N. (2009). Pesquisas em análise de erros no ensino superior: retrospectiva e novos resultados. In: *Educação Matemática no Ensino Superior: Pesquisas e Debates*. (223 –238) Recife: SBEM, 2009.

Ferreira, C. A., Santos, A. P. C., Silva, M. M., & Nascimento, P. A. S. (2016). O movimento lógico histórico como possibilidade metodológica na formação do conceito de Cálculo Diferencial e Integral. *XII ENEM*, São Paulo, 1 – 13.Glass, G. V., & Hopkins, K. D. (1996). *Statistical Methods in Education and Psychology.* Allyn and Bacon, Boston.

Glass, G. V., & Hopkins, K. D. (1996). *Statistical Methods in Education and Psychology*. Allyn and Bacon, Boston.

Harwel, M. R.; Rubinstein, E. N.; Hayes, W. S.; Olds, C. C. (1992). Summarizing Monte Carlo results in methodological research: The one- and two-factor fixed effects ANOVA cases. *Journal of Educational Statistics*. 17 (4), 315 – 339,

Lima, S. A., Silva, S. C. R., Santos Jr; G. S., & Almeida, M. F. A. (2014). O ensino de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de Administração: principais dificuldades de aprendizagem dos alunos. *IV Sinect*, Ponta Grossa.

Marin, D. (2009). *Professores de Matemática que usam a Tecnologia de Informação e Comunicação no Ensino Superior.* (Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual Paulista, São Paulo.

Marôco, J. (2010). *Análise Estatística com o PASW Statistic (ex-SPSS)*. Rolo & Filhos II, SA, Perô Pinheiro.

Menestrina, T. C., & Gougard, B. (2003). Atualização e revisão pedagógica de cálculo e álgebra: Concepções e atitudes Inovadoras. *XXXI COBENGE*. Joinville (SC).

Moro, G., & Siple, I. Z. (2010). A influência da Matemática Básica no ensino de Cálculo Diferencial e Integral. *X ENEM*, Salvador.

Noguti, F. C. H. (2014). *Um curso de Matemática Básica através da Resolução de Problemas para os ingressantes da Universidade Federal do Pampa – Campus Alegrete*. (Tese de Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Nunnally, J. C. (1978). *Psychometric theory*. New York: McGraw-Hill Inc.

Onuchic, L. R., & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98.

Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, p. 199-218.

Palhares, P. (1997). Histórias com problemas construídas por futuros professores de matemática. In: Domingos, Fernandes, Frank Lester, António Borralho & Isabel Vale (Coords.). *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática – múltiplos contextos e perspectivas* (154-188). Aveiro: GIRP/JNICT.

Rafael, R. C., & Escher, M. A. (2015). Evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral: uma questão a ser discutida. *VII Encontro Mineiro de Educação Matemática.* 12 p. Juiz de Fora.

Rezende, W. M. (2003). *O ensino de Cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica.* (Tese de Doutorado). Universidade de São Paulo.

Santos, D. M. M., Pinto, G. M. F., Souza, I. A., & Félix, L. V. (2016). Atividades de tutoria: uma alternativa ao fracasso em Cálculo Diferencial e Integral. *XII ENEM*, São Paulo.SPSS. IBM SPSS Statistics Base 24, 2016. In: https://goo.gl/DVGH4o.

Schroeder, T. L., & Lester Jr, F. K. (1989) Developing Understanging in Mathematics via Problem Solving. In: P. R. Trafton (Ed.) *New Directions for Elementar School*

Mathematics. National Conuncil of Teachers os Mathematics, Reston, VA: NCTM, 31 – 42.

SPSS (2016). IBM SPSS Statistics Base 24. In: ftp://public.dhe.ibm.com/software/analytics/spss/documentation/statistics/24.0/pt-BR/client/Manuals/IBM_SPSS_Statistics_Base.pdf. Acesso em: 24 mar 2018

Vieira, L. V. (2013). *Pensamento Algébrico no 1º Ciclo do Ensino Básico*. (Tese de doutorado). Universidade do Minho, Braga, Portugal.

Wrobel, J. S., Zeferino, M. V.C., & Carneiro, T. C. J. (2013). Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na última década do ENEM: uma análise usando o Alceste. XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, 1 – 15.

Autores:

Azevedo, Eliane Bihuna de: Doutora em Ciências da Educação pela Universidade do Minho. Professora do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, Brasil. E-mail: eliane.azevedo@udesc.br.
0000-0002-7075-177X

Figueiredo, Elisandra Bar de: Doutora em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos. Professora do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina e do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Brasil. E-mail: elisandra.figueiredo@udesc.br.
0000-0003-2101-4009

Palhares, Pedro Manuel Baptista: Doutor em Estudos da Criança, pelo Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho. Professor Associado com Agregação do Instituto de Educação da Universidade do Minho, Portugal. E-mail: palhares@ie.uminho.pt.
0000-0001-9951-9467