

Resolución de problemas de Matemáticas y Pensamiento Crítico APRENC-Mates: propuesta de innovación en formación inicial de maestros

Claudia Vargas Díaz

Resumen

Dentro de la Didáctica de la Matemática, el método de George Polya ha sido un referente para la Resolución de Problemas que se utiliza en la Formación del Profesorado de Educación Infantil y Primaria (FIPEIP) en la Universidad Autónoma de Barcelona.

En un primer acercamiento nos preguntábamos cómo podría ayudar la teoría del Pensamiento Crítico en la FIPEIP y para ello elaboramos APRENC-Mates que es una "traslación" de seis elementos básicos del Pensamiento Crítico al terreno de la resolución de problemas de matemáticas. Ahora, pensamos que es importante dar a conocer que a raíz de este estudio surgió una tesis doctoral y que estas ideas podrían ser extensibles a las carreras de formación del profesorado de matemática de toda institución que quiera formar profesores con la competencia de resolver problemas de matemática y comunicar la manera en que realizan sus resoluciones.

Abstract

Within the Teaching of Mathematics, George Polya's method has been a benchmark for Troubleshooting used in Teacher Education and Primary Education (FIPEIP) at the Autonomous University of Barcelona.

In a first approach we wondered how he could help the theory of critical thinking and for thatelaborate FIPEIP APRENC-Mates is a "translation" of six basic elements of Critical Thinking in the realm of mathematical problem solving. Now, think it is important to acknowledge that as a result of this study emerged a doctoral thesis and that these ideas could be extended to the careers of mathematics teacher education institution all teacherswishing to join the competition to solve math problems and communicate the way they make their decisions.

Resumo

Dentro da Didáctica da Matemática, o método de George Polya foi um referente para a Resolução de Problemas que se utiliza na Formação do Profesorado de Educação Infantil e Primaria (FIPEIP) na Universidade Autónoma de Barcelona.

Numa primeira aproximação perguntávamos-nos como poderia ajudar a teoria do Pensamento Crítico na FIPEIP e para isso elaboramos APRENC-Mates que é uma "traslación" de seis elementos básicos do Pensamento Crítico ao terreno da resolução de problemas de matemáticas. Agora, pensamos que é importante dar a conhecer que a raiz deste estudo surgiu uma tese doctoral e que estas ideias poderiam ser extensibles às carreiras de formação do profesorado de matemática de toda instituição que queira formar professores com a concorrência de resolver problemas de matemática e comunicar a maneira em que realizam suas resoluções.

1. Introducción

Las Facultades de Educación de Cataluña contemplan cursos de Matemáticas como asignaturas del currículo del futuro maestro. En ellos fundamentalmente se revisan contenidos de operaciones básicas, conteo, geometría entre otros. La manera de introducir estos conceptos matemáticos en el aula de Formación Inicial de Profesores de Educación Infantil y Primaria (FIPEIP) es a partir de la resolución de problemas de matemáticas con fuerte énfasis en el descubrimiento y despertar matemático de los futuros maestros.

La metodología para la resolución de problemas es clave y se dispone a nivel general de algunos enfoques diferentes pero que buscan intrínsecamente lo mismo: resolver problemas. Mencionaremos los más conocidos, como lo son los métodos de Burton, Mason y Stacey (enfoque reflexivo), de Miguel De Guzmán (enfoque metacognitivo) y de George Polya (enfoque heurístico). Este último destaca desde el año 1945 y es el que se ha venido empleando en algunas clases de Matemáticas de las Escuelas de Magisterio. Los pasos de este método los recordamos brevemente: *Comprender el problema, Concebir un plan, La ejecución de un plan y La visión retrospectiva* (Polya, 1965).

Por otra parte, y desde otra arista del conocimiento científico, el Pensamiento Crítico, un pensamiento enfocado en qué creer o hacer acerca de algo. Fue definido así, por Robert H. Ennis, principal exponente contemporáneo de esta disciplina de la psicología.

De esta forma se estableció una recopilación documental acerca del Pensamiento Crítico, paralelamente una búsqueda de problemas y tipos de problemas en la literatura de Resolución de Problemas y para ilustrar la importancia del referente del Pensamiento Crítico en este trabajo, conviene señalar que Ennis dio origen a la definición de pensamiento crítico actualmente aceptada por la comunidad científica (Fisher, 2001).

En su libro *Critical Thinking* (Ennis, 1996) introduce lo que se considera como los seis elementos básicos del pensamiento crítico. A esto lo denomina aproximación FRISCO: *Focus, Reasons, Inference, Clarity, Situation y Overview*, que es una ayuda para hacer un *checklist* mental para resolver problemas cotidianos usando pensamiento crítico. Esta aproximación fue desarrollada para juzgar ideas o crear unas nuevas a partir de una problemática existente.

Con base en las ideas de FRISCO hemos creado APRENC-Mates para la resolución de problemas. APRENC corresponde también a un acrónimo que se compone de: *Analizar el enunciado, ¿Por qué estos datos?, Ruta de Resolución, Entorno del problema, Nitidez en la explicación, Comprobar proceso y resultado*.

A su vez se ha considerado el trabajo de George Polya, cuya obra continúa vigente, como matemático a través de su método de Resolución de Problemas.

Dentro del Pensamiento Crítico se ha usado la aproximación FRISCO (Ennis, 1996) que se desglosa en:

Focus: *Determinar el punto principal de una afirmación o problema*

Reasons: *Cómo usar la información como soporte a una conclusión*

Inference: Proceso hacia la conclusión a partir de las razones

Situation: El contexto del asunto, de la problemática

Clarity: Ser claro y preciso al expresar razones

Overview: Revisar la coherencia del proceso

A partir de aquí se elaboró APRENC-Mates a partir de los seis elementos básicos de FRISCO considerando que existían ciertas conexiones entre los pasos del método de Polya y algunos de los seis elementos.

APRENC-Mates

A Analizar del enunciado del problema-FOCUS

Cuando resolvemos un problema de matemáticas lo primero que hacemos para entenderlo es intentar reconocer qué nos piden. Si no conocemos esto, perdemos tiempo de resolución. Otras preguntas que debemos hacernos son: ¿Está bien formulado el problema? ¿Qué se quiere resolver?, ¿Qué se quiere saber? ¿Cuál es la incógnita? Generalmente si no se tiene una mínima idea de lo que podría ser la solución al problema, cuesta empezar. Por esto es importante intentar comprender y analizar qué se necesita saber.

Problema de la película secreta. *Un espía desea ocultar un rollo de película secreta, que él ha conseguido reducir hasta 3 mm de diámetro y 55 mm de largo. Al mirar hacia su librería, se fija en los tomos de una enciclopedia. Con auxilio de una broca de 3mm de diámetro, el espía comienza a taladrar un orificio que va en línea recta desde la página 1 del volumen I hasta la última página del volumen II. Supongamos que, en cada volumen, las cubiertas tengan conjuntamente 5 mm de espesor, y que cada libro, sin cubierta, tenga 25 mm de grosor. ¿Tendrá el orificio longitud suficiente para alojar el rollo de película en él? ¿Qué longitud tiene el agujero?*

Para este problema la dificultad para comprenderlo puede radicar en la dificultad para identificar la información que es relevante. El resolutor debe tener claro a qué lado comienza a hacer el agujero el espía. Aquí las preguntas propuestas en A pueden ser útiles.

P ¿Por qué estos datos?-REASONS

Una vez que se ha identificado el problema corresponde analizar la información disponible con preguntas como las siguientes:

- ¿Qué datos me ofrece el enunciado?, ¿De qué naturaleza son los datos?, ¿Qué datos están implícitos en el enunciado?, ¿Qué datos del problema son importantes y cuáles son superfluos?, ¿Por qué el enunciado tiene estos datos y no otros?
- ¿Por qué esta información sirve para resolver el problema? y ¿Por qué esta información es un soporte para llegar a la respuesta? ¿Cómo se pueden interpretar estos datos?

Cuando ya hemos identificado para qué sirve la información disponible, es necesario valorar si esta información es suficiente para resolver el problema. En caso afirmativo, se comienza a elaborar una estrategia de resolución y a aplicarla a

partir de la información. Si no es así, hay que buscar alternativas y regresar a A (Análisis de los datos).

Otro aspecto importante es que una vez formuladas las primeras hipótesis y esbozadas las primeras ideas a partir de los datos conviene preguntarse si los argumentos que estamos usando son válidos.

Problema del lobo, la cabra y el repollo. *Un hombre tiene que cruzar un río en una barca con un lobo, una cabra y un repollo, en la que sólo puede ir él y una de las tres cosas, teniendo en cuenta que si no está el hombre delante, el lobo se come a la cabra y la cabra se come el repollo. ¿Cómo consigue transportarlos al otro lado del río?*

En este problema se ve por qué la información que hay sirve como base para llegar a la solución. De hecho, si no se toman en cuenta los datos detenidamente, no es posible idear una estrategia. La primera estrategia a usar en el problema del ejemplo precedente, seguramente es la prueba y el error.

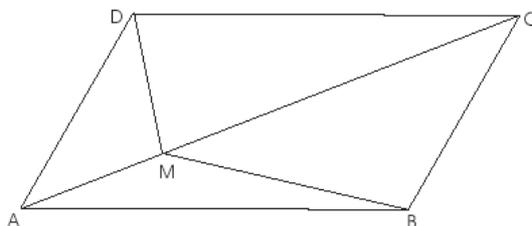
R Ruta de Resolución-INFERENCE

La palabra INFERENCE desde la cual se hace la correspondencia desde el Pensamiento Crítico a la Resolución de Problemas, tiene una traducción no directa desde el inglés a la lengua castellana puesto que se trata de una palabra polisémica. En este trabajo INFERENCE se entenderá como lo propone Ennis, esto es, como un proceso para llegar a la conclusión a partir de unas razones.

Al resolver un problema de matemáticas, necesitamos razones para elegir un camino de resolución. Y a partir de alguna afirmación que sea verdadera en matemáticas, ya sea un teorema o el resultado de una experimentación, entonces se puede sacar una conclusión que permita decidir el camino a seguir.

Por lo tanto la Ruta de Resolución es el esquema de pasos para conseguir resolver el problema, teniendo en cuenta que puede haber más de un esquema de resolución. Luego corresponde analizar "los pro y los contra" de la Ruta de resolución que vamos a escoger.

Problema del Paralelogramo. Si M es un punto cualquiera de la diagonal AC del paralelogramo ABCD, ¿cuál es la relación que existe entre las áreas de los triángulos ADM y AMB?



Para este problema se han estudiado tres maneras de resolverlo (Cobo, 2004). De esta manera, como se aprecia en la siguiente figura, consideramos que el problema posee al menos tres Rutas de resolución para explorar y dar resolución.

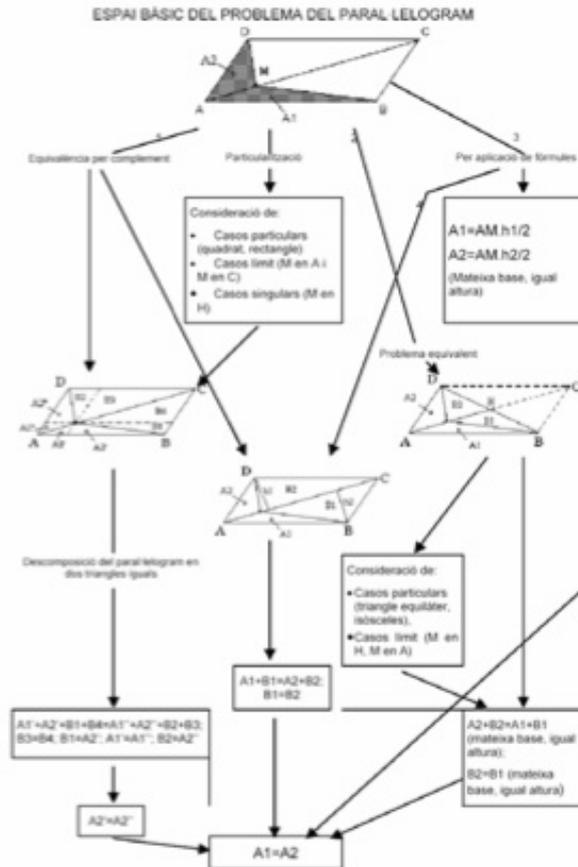


Figura 1. Dibujo de las posibles tres resoluciones en (Cobo, 2004)

E Entorno del Problema-SITUATION

Una vez elaborado el plan de acción se debe examinar el Entorno del problema. El entorno incluye todos los aspectos que están relacionados con el problema los cuales deben ser revisados para ver si el plan de acción está en consonancia con el entorno. Es crucial para resolver el problema el reconocimiento de:

- ✓ El contexto en el que está planteado un problema
- ✓ Las fuentes de información de que se disponen
- ✓ El background que tenga el resolutor con ese tipo de problemas
- ✓ Las limitaciones del resolutor. La falta de experiencia con un tipo de problemas concretos.
- ✓ El tipo de conocimiento matemático que se usa para resolverlo.
- ✓ Las estrategias de Resolución de Problemas conocidas.

Problema de Cabellos. ¿Se puede asegurar que en Santiago de Chile existen al menos dos personas con el mismo número de cabellos en la cabeza? Encuentra un argumento que confirme la veracidad de tu respuesta.

Para resolver este problema se necesita conocer el Principio del Palomar. Esta información matemática sitúa al resolutor, así como también tener conocimiento de que un humano tiene en promedio 200.000 cabellos, y del mismo modo saber que en Santiago de Chile hay unos 5.000.000 (aprox.) de habitantes.

Para este ejemplo, desconocer estas dos informaciones, de cultura general, podrían llevar al resolutor a reconocer la desinformación como una limitación. Igualmente si no conoce o está mínimamente relacionado con el Principio del Palomar, tendrá que deducir y explicar con sus propias palabras el fundamento de la solución.

Cabe señalar que con lo anterior, no se está diciendo que sin conocer completamente el Entorno del problema sea imposible resolverlo.

N Nitidez en la explicación de la resolución-CLARITY

Es importante que lo que se escriba como una explicación del problema y del proceso esté claramente expresado. Conviene hacerse la pregunta ¿Qué estoy diciendo con todo esto?

Cuando se escribe o habla acerca de algo, ser claro y preciso en lo que se dice, da un valor añadido al contenido. Resulta idóneo para el propio resolutor y para sus interlocutores formular claramente la resolución del problema para dar a entender más eficazmente el camino elegido, la matemática utilizada, los pasos de la resolución y facilitar de esta manera el paso que sigue que es comprobar. Sobre todo, destacamos el beneficio para el propio resolutor (Mason, 1992) y más aún en la formación del futuro maestro.

Problema del Monje. *Una mañana, exactamente al amanecer, un monje budista emprendió la ascensión de una elevada montaña. El camino, un sendero de no más de medio metro de ancho, daba vueltas y revueltas en torno a la montaña, hasta un templo resplandeciente que había en la cima. El monje fue subiendo con velocidad variable deteniéndose muchas veces a descansar y a comer frutos secos que llevaba consigo. Alcanzó el templo poco antes de la puesta de sol. Tras varios días de ayuno y meditación, emprendió el viaje de regreso por el mismo sendero, partiendo al amanecer, caminando nuevamente con velocidad variable y haciendo muchas pausas a lo largo del camino. Su velocidad media en el descenso fue mayor que la velocidad media en el ascenso. Demuéstrese que hay un punto del camino por el que el monje pasa exactamente a la misma hora del día en ambos caminos recorridos.*

Para algunos problemas, comunicar la resolución apoyándose en la distribución de la información en una tabla de varias entradas o realizar esquemas explicativos, puede ayudar en primer lugar al resolutor y a su vez al que atiende a su explicación.

Para el problema del monje, la representación gráfica resuelve adecuadamente y de manera rápida el problema. El gráfico de la Figura 2, muestra explícitamente que existe un punto en el camino por el cual el monje pasa dos veces a la misma hora.

"la peculiaridad que posee la imagen o representación visual de poder escaparse a toda restricción y, al mismo tiempo, ser inmediata y directa la hace ser enormemente útil para problemas mal definidos o problemas de insight"
(Saiz, 2000, pág. 194)

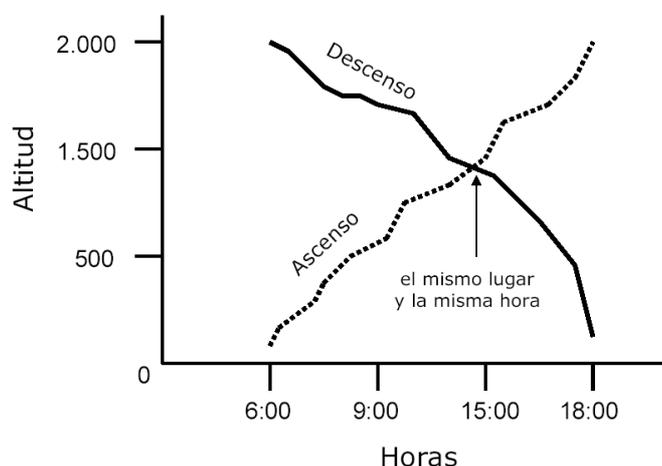


Figura 2. Gráfica de la solución del Problema del Monje

De esta manera, APRENC-Mates se pone a prueba como aproximación del Pensamiento Crítico a la resolución de problemas. Fue diseñado como un constructo que diera sustancia teórica para investigar qué aspectos del Pensamiento Crítico podrían ser un complemento al método de Polya para resolver problemas. No obstante, al tratarse de formación de maestros también se quiso relevar la importancia de explicar la resolución de un problema en la formación del profesorado puesto que a la fecha (Vargas, 2008) no se tenía considerado un plan de formación de maestros con énfasis en la comunicación del contenido.

El conocimiento profesional del profesor de matemática

En relación al conocimiento profesional del futuro maestro, dentro de las propuestas metodológicas hacia el diseño curricular de la FIPEIP se destaca el desarrollo de competencias intelectuales y profesionales propias del pensamiento haciendo mención a los tipos de pensamiento y al Pensamiento Crítico (Azcárate, 2001). Sin embargo, no existen antecedentes claros de una conexión directa entre pensamiento crítico y modelo curricular de formación de maestros o de profesores de secundaria.

En general, se presentan diversas opciones a la reflexión acerca de los elementos que deben caracterizar el conocimiento profesional deseable del maestro y la forma de desarrollarlo en el campo de la Educación Matemática (Carrillo, 1999). Pero el pensamiento crítico no ha figurado como una de las preocupaciones prioritarias.

En este estudio queremos destacar que algunas características del pensamiento crítico desde un punto de vista general están fuertemente ligadas a la actividad de Resolución de Problemas. No obstante, no hemos encontrado antecedentes documentales suficientes del área de FIPEIP en relación al

pensamiento crítico y la enseñanza de la matemática, o en relación a la resolución de problemas de Matemáticas.

De hecho en las publicaciones periódicas de Didáctica de la Matemática (Bishop, 2003) los artículos que hacen referencia a la formación inicial no hacen relación directa con el pensamiento crítico. Si se presentaron hallazgos en otras áreas del conocimiento. Por ejemplo de investigadores australianos que mostraron el aporte del Pensamiento Crítico a la enseñanza de las ciencias. Ellos destacaron su utilidad en el desarrollo de la comunicación verbal y escrita de las soluciones de los problemas que fueron usados en el estudio (Hager et al., 2003).

Dentro de la revisión documental se abordó el terreno de la psicología del pensamiento, y se halló material bibliográfico acerca de Resolución de Problemas en general y Pensamiento Crítico. Afortunadamente para lo que es preocupación del área de la didáctica de la matemática, en este material se abarcan algunos problemas de matemáticas, donde se examinaban desde la psicología cognitiva las dificultades más frecuentes para resolver y el tratamiento heurístico de la Resolución de Problemas (Saiz, 2000).

Un hecho palpable en el aula de matemática de los futuros maestros es que en un porcentaje elevado presentan dificultades al resolver problemas de matemáticas en las aulas de Magisterio. Una de las dificultades que es transversal a cualquier estudiante y un problema que se forma desde etapas tempranas es la dificultad para comprender enunciados de problemas. Seguidamente, la dificultad para determinar qué datos son relevantes y cuáles son superfluos en el enunciado. Y por último la dificultad para orquestar una estrategia de resolución y ejecutarla.

Por otra parte, cuando se solicita a los alumnos explicar una resolución de un problema tienen dificultades en el manejo del lenguaje y en la capacidad argumentativa. Del mismo modo, cuando se les pide realizar comprobaciones de los pasos ejecutados.

Estas dificultades que presentan los futuros maestros para resolver problemas aún cuando se les instrumentaliza en el Método de Polya conllevan dificultades para comunicar explicaciones nítidas por escrito o verbalmente a terceros. Esto es evidente, se relaciona muy directamente con la práctica profesional del futuro maestro.

Con este nuevo modelo teórico se quiere abarcar la resolución problemas teniendo en cuenta que estas resoluciones podrían ser explicadas. APRENC-Mates se utilizó para identificar qué elementos de APRENC-Mates (basado en el pensamiento crítico) podrían complementar el Método de Polya de Resolución de Problemas de matemáticas usado por los futuros maestros de la Universitat Autònoma de Barcelona y qué beneficios se podrían derivar sobre su formación profesional. (Vargas, 2008)

De esta manera, sostenemos que con estas ideas del Pensamiento Crítico podríamos mejorar las competencias profesionales encontradas en la construcción del conocimiento a partir de la Resolución de Problemas de matemáticas. Más precisamente, se intenta conocer si los elementos de APRENC-Mates, pueden ser un valor añadido al Método de Polya de Resolución de Problemas.

En efecto, en (Vargas, 2008) afirmamos que la *Nitidez en la explicación de la resolución* contenida en APRENC-Mates, es un aspecto que podría complementar la formación del alumnado de FIPEIP que utiliza el Método de Polya.

Aspectos destacables de APRENC-Mates

Dentro de los aspectos a destacar de APRENC-Mates, se encuentra la *Nitidez en la explicación de la resolución* lo cual se podría ver como una competencia a desarrollar en la formación del futuro maestro que utiliza el Método de Polya para resolver problemas, puesto que éste no incluye explicar claramente los pasos ejecutados a terceros.

Evidentemente, comunicar un proceso de resolución es de vital importancia en este caso para un futuro maestro. Por este motivo, la *Nitidez en la explicación de la resolución* podría ser un valor añadido al futuro maestro.

Por tanto, podría ser significativo añadir esta idea del Pensamiento Crítico a la formación inicial de los futuros maestros. Sobre todo, pensamos que se trata de un aspecto interesante de trabajar con los futuros maestros, no sólo para ellos a nivel de formación, sino por las consecuencias que podrían surgir en su práctica profesional futura. Los futuros alumnos de los profesores en formación, podrían recibir los contenidos y las explicaciones de matemáticas desde esta perspectiva del Pensamiento Crítico.

Por otra parte, APRENC-Mates no está pensado de momento para ser probado en otros profesionales. Por ejemplo, para un matemático puede ser más importantes otro tipo de cuestiones acerca de la Resolución de Problema: el tiempo que emplea en resolver, decidir si una resolución es más elegante que otra o delimitar acuciosamente el espacio de soluciones.

Además rescatamos que el elemento C (*Comprobar el resultado y el proceso*) de APRENC-Mates está en consonancia con las ideas actuales de estándares de Resolución de Problemas: "Controlar el proceso de Resolución de Problemas matemáticos y reflexionar sobre él" (NCTM, 2003)

También está en sintonía con las capacidades de comunicación que evalúa PISA acerca de la comunicación del proceso y la solución de un problema de matemáticas implicados en los procesos matemáticos (Pisa, 2006) en cuanto al elemento N (*Nitidez en la explicación de la resolución*). (Ennis, 1996) de la teoría del Pensamiento Crítico, transportada como APRENC-Mates a la matemática, podría ser un aporte a la Resolución de Problemas en este contexto.

Ahora bien, sobre los aspectos que se podrían mejorar en la formación del profesorado usando APRENC-Mates, tenemos que la *Nitidez en la explicación de la resolución*, la importancia de la comprobación y la necesidad de profundizar en más técnicas heurísticas (Polya, 1965), son aspectos que detectamos en el estudio (Vargas, 2008) que resulta conveniente tener en cuenta. Claramente se deberá examinar otras formaciones de maestros y profesores para poder generalizar.

Sin embargo, hemos puesto en evidencia que se puede establecer una correspondencia entre los seis elementos básicos del Pensamiento Crítico, FRISCO (Ennis, 1996), y el conjunto de seis elementos APRENC-Mates basados en

FRISCO, los cuales podrían ayudar a mejorar las competencias heurísticas del futuro maestro como resolutor de problemas y también se podría ayudar a mejorar las habilidades comunicativas o competencia comunicativa del futuro maestro a través de la componente N de APRENC-Mates.

Con respecto al concepto N (*Nitidez en la explicación de la resolución*), proveniente de Clarity (Ennis, 1996), en el caso estudiado no se refleja ni explicita la importancia de 'ser claro' y 'preciso' en las explicaciones que se ofrecen a los compañeros de la clase.

Además se detectó, la ausencia del reconocimiento del *Entorno del problema*, es decir, de la matemática involucrada en la resolución del problema y de variadas técnicas heurísticas.

Por otra parte, los datos no reflejan la *Comprobación del resultado y del proceso*, ni en cuanto a los procedimientos matemáticos ni en cuanto a los pasos del proceso de resolución de los problemas.

De esta forma, respecto al objetivo de la investigación, concluimos que se han identificado los elementos de APRENC-Mates que podrían complementar el Método de Polya en lo que se refiere a desarrollar competencias heurísticas y también de cara a la formación profesional de los alumnos de FIPEIP. Estos elementos son:

1. Nitidez en la explicación de la resolución
2. Entorno del Problema
3. Comprobar el resultado y el proceso.

Con respecto a los beneficios que se podrían derivar en el desarrollo profesional del alumno de FIPEIP, los resultados nos han hecho reflexionar en que resulta prematuro afirmar que la implementación y aplicación de APRENC-Mates a alumnos de FIPEIP se traduzca en la transmisión correcta del conocimiento en las aulas de educación primaria, entre otras cosas. Pero si destacamos que los futuros maestros posiblemente darían importancia a:

- a. Ofrecer explicaciones más claras a sus alumnos.
- b. Guiar en la identificación del conocimiento matemático a utilizar.
- c. Guiar en la búsqueda de las técnicas heurísticas de Resolución de Problemas más adecuadas a cada problema.
- d. Fomentar la acción de comprobar los pasos y operaciones realizadas en la resolución de un problema.

Acerca de cómo se relacionan el Método de Polya y APRENC-Mates, hemos concluido que APRENC-Mates podría actuar como ayuda y complemento al Método de Polya. Todo esto teniendo en cuenta que el éxito de la Resolución de Problemas de los alumnos de FIPEIP no depende solo del método de resolución utilizado sino también del tipo de problemas a los que se enfrenten, del conocimiento matemático previo, y de factores socioculturales. Al igual que existen otros factores que serán influyentes en su práctica profesional.

Mencionamos también los aportes que a nuestro juicio se desprenden del estudio. Así con respecto las aportaciones teóricas, los elementos que componen

APRENC-Mates forman parte de los aportes teóricos de esta investigación. Recordamos aquí que APRENC-Mates surgió como una necesidad para poder investigar en la Resolución de Problemas utilizando elementos del Pensamiento Crítico.

Lo que es claro, es que la formación de maestros, que en Chile se llama Pedagogía en Educación Básica, tiene la detección de falencias instalada en el contenido matemático que maneja el futuro pedagogo para niños de 6 a 13 años. De hecho, los resultados de las pruebas INICIA, (Inicia, 2010) explican que se invitó en forma voluntaria a todas las instituciones que forman estudiantes en Pedagogía Básica egresados en Chile para la investigación. Lo que más se destacó fue que los egresados con mención en matemática presentan un nivel muy inferior con respecto a otras menciones. Se les evaluó en distintas áreas del conocimiento que sería deseablemente óptimo en un profesor en ejercicio de la profesión. Sin embargo, no se mencionan reflexiones en cuanto a lo comunicativo en la formación profesional.

Bibliografía

- Azcárate G., P. (2001) *El conocimiento profesional didáctico matemático en la formación inicial de maestros*. Servicio de Publicaciones Universidad de Cádiz.
- Bishop, A. (2003) *Second international handbook of mathematics education; edited by Alan J. Bishop . [et al.]*, Dordrecht [etc.]: Kluwer Academic Publishers, cop.
- Carrillo, J., Climent N. Eds (1999) *Modelos de formación de maestros en matemáticas*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Cobo, P. (2004) *Disseny d'agents pedagògics Intel.ligents per millorar les competències estratègiques de l'alumnat en la resolució de problemes de matemàtiques*. Licencia de estudios 2003-2004
<http://www.xtec.es/sgfp/llicencies/200304/memories/868m.pdf>.
- Ennis, P. (1996) *Critical Thinking*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- Fisher, A. (2001) *Critical Thinking. An introduction*. Cambridge. Cambridge University. Press. Págs. 1-12.
- Hager, P., Sleet, R., Logan P., & Hooper M. (2003) *University of Technology, Sydney Australia*. Teaching Critical Thinking in Undergraduate. Science Courses. *Science & Education* 12: 303–313, 2003. © 2003 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.(Inicia, 2010)
http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=pruebas%20inicia%202010&source=web&cd=1&sqi=2&ved=0CB4QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.educacion2020.cl%2Findex.php%3Fopcion%3Dcom_docman%26task%3Ddoc_download%26gid%3D124%26Itemid%3D55&ei=w-emToHkOs3dgQeR6uUE&usq=AFQjCNEGQqbx_zSkQkpCxcGUoDFxDGNKKQ&sig2=McTmRZxNF_TGZAsdu3D2hA
- Mason, J., Burton, L., Stacey K. (1992) *Pensar Matemáticamente*, MEC. Labor. Barcelona.
- N.C.T.M. 2003 Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática.
- OCDE. *Pisa 2006. Marco de Evaluación. Conocimientos y habilidades en ciencias, matemáticas y lectura*. Pag. 101.
- Polya, G. (1965) *Cómo plantear y resolver problemas*. Serie matemáticas. (México. Editorial Trillas).
- Vargas, C. (2008) *Resolución de Problemas de Matemática y Pensamiento Crítico. APRENC-Mates y el Método de Polya. Un estudio preliminar en formación inicial*

de maestros. Tesina de Doctorado. Programa de Doctorado Universidad Autónoma de Barcelona.

Vila, A., (2004) *Matemáticas para aprender a pensar*. Ed. Narcea. Barcelona.

Saiz, C. (2001) *Pensamiento Crítico. Conceptos básicos y actividades prácticas*. (Madrid. Psicología Pirámide). 183-235.

Claudia Vargas Díaz, trabaja en el Departamento de Matemática de la Universidad del Bío Bío. Concepción, VIII Región, Chile Línea de Investigación: Formación del Profesorado con énfasis en la Comunicación del Contenido Matemático y la Resolución de Problemas de Matemática.

Diploma de Estudios Avanzados (DEA) en Didáctica de la Matemática y doctorando programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática. *Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, España*. Magister en Ciencias Mención Matemática, *Universidad Católica del Norte, Antofagasta*. cvargas@ubiobio.cl