

El rincón de los problemas

Uldarico Malaspina Jurado

Pontificia Universidad Católica del Perú
umalasp@pucp.edu.pe

Sobre creación de problemas

Problema¹

En la panadería del barrio venden 6 panes por 1 sol, pero cada pan por 20 céntimos de sol. María compró 9 panes y pagó con 2 soles. ¿Cuánto debería recibir de vuelto?:

Es probable que llame la atención la sencillez de este problema, pero la idea es usar ahora “El rincón de los problemas” para hacer algunos comentarios y reflexiones sobre la experiencia de crear problemas como parte de la tarea docente y sobre su importancia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El problema propuesto se me ocurrió cuando fui un domingo a la panadería de mi barrio y, encontré que vendían 7 panes por un sol, pero cada pan por 20 céntimos. Yo compré 8 panes y pagué 1 sol y 20 céntimos. En el camino a casa, pensé que la situación experimentada, podría convertirse en un problema a ser estudiado. Pensé que era mejor modificar la “oferta” de la panadería y considerar 6 panes por un sol y así poder examinar otras posibilidades. Para ejercitar más operaciones, pensé en el problema del vuelto al pagar entregando monedas por un importe mayor al de la compra. Así, pensé proponer el siguiente problema:

“En la panadería del barrio venden 6 panes por 1 sol, pero cada pan por 20 céntimos de sol. María compró 9 panes y pagó con 2 soles. ¿Cuánto debería recibir de vuelto?”

Mi intención era ver cómo interpretaban la oferta de la panadería; sin embargo, como no tengo alumnos de primaria, sino alumnos que van a ser profesores de primaria, pensé que más enriquecedor sería explorar cómo reaccionarían ante diversas interpretaciones de los alumnos de primaria. Por otra parte, sería interesante explorar también competencias y actitudes en relación a la creación de problemas; entonces integré el texto en la siguiente situación-problema que propuse a mis alumnos de la Facultad de Educación (el día que la apliqué, asistieron 34):

*“El profesor Ramírez fue un día a comprar pan. De la experiencia que tuvo, inventó el siguiente problema y lo propuso a sus alumnos de 5º grado de primaria:
 En la panadería del barrio venden 6 panes por 1 sol, pero cada pan por 20 céntimos de sol. Si compro 9 panes y pago con 2 soles. ¿Cuánto debería recibir de vuelto?”*

¹ En este problema se usa la unidad monetaria peruana, denominada “Nuevo sol”, que abreviadamente se usa como “Sol”.

A continuación se anotan las respuestas de algunos de sus alumnos:

Pedro: 20 céntimos

Daniel: 50 céntimos

Carmen: 70 céntimos

Juan: 40 céntimos

Zoila: No se puede saber

Y pedí que resuelvan las siguientes cuestiones:

- | |
|--|
| a) Escribe un comentario que le harías a cada uno de los alumnos, por sus respectivas respuestas. |
| b) Haz un comentario libre sobre <ul style="list-style-type: none">i) Lo hecho por el profesor Ramírezii) El problema |
| c) Escribe algunas sugerencias que le harías al profesor Ramírez. |

Como todos estos ítems son de formato abierto, pude extraer la siguiente información:

Del ítem a:

Considera que sólo una de las respuestas dadas es correcta	70 %
Considera que Zoila da una respuesta pertinente ("No se puede saber")	15 %

Cabe mencionar que el 91 % consideró que Juan dio una respuesta correcta.

Del ítem b:

Considera que al problema le falta claridad en el enunciado	65 %
Valora positivamente el hecho que un profesor cree un problema.	26 %
Valora positivamente el hecho de que el problema considere un contexto extramatemático.	56 %

Del ítem c:

Hace sugerencias para mejorar el problema	24 %
---	------

Algunos comentarios

1. La oferta de la panadería no es completamente clara, pues en términos estrictos, no descarta la posibilidad de que 3 panes se vendan por medio sol (50 céntimos) y tampoco se sabe si la oferta es válida únicamente si se llevan 6

- panes. Así, caben varias interpretaciones y en consecuencia no debería darse por correcta solo una respuesta.
- Podemos observar en el cuadro que un 65% de los futuros profesores considera que al problema le falta claridad en el enunciado, lo cual es positivo para la resolución y para la creación de problemas, pues revelaría una actitud crítica y la competencia de identificar un texto sin claridad suficiente; sin embargo, el 70% considera que solo una de las respuestas es la correcta. (El 96% de ellos consideran que la respuesta correcta es la de Juan; es decir 40 céntimos de vuelto). Esto es sorprendente, pues la unicidad de la respuesta no puede obtenerse de un texto que se presta a varias interpretaciones. Al conversar con algunas alumnas que estaban tanto entre las del 65% como entre las del 70%, manifestaron: “el texto no está muy claro, pero debe entenderse que por cada 6 panes se paga un sol y que la oferta no vale para menos de 6 panes”. Una conjetura para entender esto es el haber tenido una formación fuertemente marcada por una gran preponderancia de un significado institucional sobre los significados personales; es decir, el “deber ser” tiene que ser dado por la institución (representada por el profesor o el texto), y aceptado por los alumnos, más allá de las consideraciones o interpretaciones personales.
 - Cabe destacar, en la línea de reflexión dada en el comentario anterior, que solo un 15% (5 de los 34) considera que la respuesta de Zoila (“No se puede saber”) es correcta. Estos 5 consideraron también que al problema le falta claridad (son parte del 65%). En este caso, se estaría manifestando el estereotipo de que el alumno debe responder dando algún número, o haciendo alguna operación, a pesar de no haber claridad en el enunciado.
 - También es importante comentar que muchos alumnos se dieron cuenta de otras posibles interpretaciones a la oferta de la panadería solo después de examinar las respuestas de Pedro y de Daniel. Las consideraron interpretaciones erróneas, pero coherentes con la respuesta que dieron. Esto lleva a pensar en la necesidad de estimular más el espíritu crítico de profesores y futuros profesores en la interpretación de textos.
 - Solo un 26% manifiesta explícitamente su valoración por la creación del problema por el profesor de aula. En el comentario libre que se les pide acerca de lo hecho por el profesor, la mayoría se refiere al problema en sí o a la contextualización, sin dar mayor importancia al hecho mismo que un profesor de aula lleve a sus alumnos un problema de su creación e inspirado en una experiencia cotidiana. Curiosamente, valoran la contextualización (56%) pero son mucho menos (26%) los que manifiestan una valoración positiva a la creación del problema por el profesor. Este hecho contribuye a mantener la conjetura de que la creación de problemas no se considera parte de las actividades docentes. Lo usual es que los problemas sean transcritos de textos, de Internet o de separatas que recopilan problemas. Esto explicaría que muy pocos (24%) tomen la iniciativa de hacer sugerencias para mejorar el problema.
 - En coherencia con lo manifestado en 2 y 3, la mayoría de comentarios a las respuestas de Pedro, Daniel y Carmen es que están equivocados; algunos expresan cómo creen que entendieron el problema para llegar a las respuestas

que dieron (sobre todo Pedro y Daniel) y solo un 15% hace un comentario estimulante o comprensivo a la respuesta de Zoila.

Esta exploración inicial me lleva a reafirmar mi convicción de lo importante que es la creación de problemas – para profesores y alumnos – y a sugerir que pongamos más atención a la creación de problemas, como parte importante de la tarea docente, pues “la actividad de crear problemas matemáticos complementa muy bien la de resolver problemas, porque estimula aún más la creatividad y contribuye a precisar la situación-problema, el lenguaje, los conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, que se espera manejen los estudiantes, en el marco de una configuración epistémica adecuada.”²

Concluyo, exhortando a los colegas, profesores e investigadores, a vivir la experiencia de crear problemas que estimulen el aprendizaje de las matemáticas; a investigar sobre diversos aspectos de la creación de problemas; y a incluir la creación de problemas no solo en los planes de formación de profesores, tanto de los que aún no ejercen la docencia, como de los que ya están en servicio, sino también en las actividades de los alumnos de todos los niveles educativos. Ciertamente, la creación de problemas está muy relacionada con la formación matemática y con los estímulos a la creatividad.

Considero muy importante estudiar e investigar la creación y la propuesta de problemas, paralelamente a la solución de problemas, por tres razones básicas:

- i. Los aportes de las investigaciones sobre la resolución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas no podrán concretarse si no se tienen problemas buenos y adecuados;
- ii. En los textos no solo hay escasez de problemas –en su mayoría son solo ejercicios – sino que los pocos que hay, difícilmente corresponden a las necesidades específicas de los profesores que desarrollan su docencia en contextos concretos y que buscan estimular el aprendizaje de alumnos con experiencias y motivaciones particulares;
- iii. El aprendizaje por descubrimiento lleva al niño a imaginar situaciones que el profesor podría usar creativamente, convirtiéndolas en “problemas nuevos”, que favorecerían tanto la comprensión del concepto que se está tratando, como el desarrollo de la autoestima del niño.

Estoy seguro que hay muchas experiencias y reflexiones valiosas en torno a la creación de problemas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, más allá de los problemas para evaluar. Adaptación de problemas, creación de problemas con situaciones intramatemáticas, creación de problemas con situaciones de la vida cotidiana, problemas no rutinarios, etc. Espero haber estimulado a compartir experiencias y reflexiones y me encantaría recibir comunicaciones de los lectores sobre este asunto.

Nota: Agradezco al Prof. Dr. Raymond Duval por su amable comunicación con sus Reactions about “*Optimización en el zoológico*” Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNION. Septiembre de 2011. Volumen 27. La misma es transcripta a continuación:

² Malaspina, U. (2011). *Intuición y resolución de problemas de optimización. Un análisis ontosemiótico y propuestas para la educación básica*. Alemania: Lap Lambert Academic Publishing GMBH & Co.KG -Editorial Académica Española, p. 237

Reacciones sobre el problema “Optimización en el zoológico”, presentado en el Rincón de los Problemas del volumen anterior.³

Raymond Duval

(Estas primeras reacciones están hechas desde el punto de vista de los registros de representación semiótica.)

- I. Para analizar el problema empiezo variando la representación de los datos y las restricciones que determinan el problema.

En su artículo, la representación de las restricciones es verbal: “*un movimiento es el traslado de un animal a una jaula adyacente y que nunca deben estar dos animales al mismo tiempo en una jaula*” y la representación de la información es mediante una tabla: 7 animales en una tabla de 2x4. (p.163)

Entonces, puedo cambiar la representación de las restricciones de dos maneras:

- Convirtiendo un movimiento por una flecha
- Explicitando “*jaula adyacente*” como la permisión de solamente dos movimientos: vertical y horizontal. Se excluyen los movimientos en diagonal.

Y puedo cambiar la representación de la información reduciéndolos de dos formas

- tomando la tabla más pequeña, de 2x2
- centrándonos en un solo animal

Así, podemos definir la regla para el cálculo de “*el número mínimo de movimientos que nos conduzca a la ubicación de cada animal en su jaula correspondiente*” (p.164)

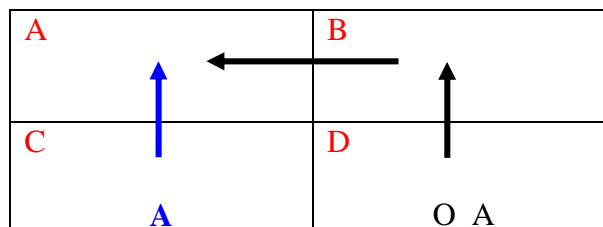


Figura 1. Con solo UN animal: *un movimiento, o dos, de acuerdo a la posición inicial*

La solución presentada en la página 164, basada en una primera observación, es de hecho una descripción de esta representación tabular mediante flechas. Pero es también una manera de describir lo que significa la expresión “*traslado a una jaula adyacente*” y un modo de verificar que es “*el número mínimo de movimientos*” de acuerdo a “*la jaula inicial*”.

Ahora, el problema se plantea no con un animal, sino con varios. Así, podemos hacer la misma pregunta con esta información:

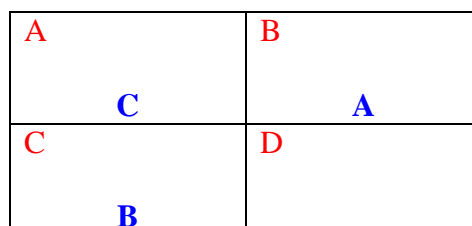


Figura 2: una variación a la representación tabular de la información.

³ Traducción hecha por los editores, del original enviado en inglés por el autor.

Mediante la aplicación de la regla podemos contar todos los movimientos y obtener el menor número posible de ellos.

La solución es 1 +1 +2 movimientos (a la izquierda), pero el otro no se puede resolver en 2+2 movimientos, porque no podemos intercambiar a los animales en cuadrados en diagonal sin mover a A. De hecho, no hay solución.

En esta primera etapa del análisis cognitivo podemos hacer tres preguntas:

- ¿Por qué dar la representación tabular de la página 163 y no la representación de la Figura 2 de arriba?
- Estas variaciones deberían cambiar el problema para los estudiantes (y para el profesor?)
- Son necesarias las flechas para una representación adecuada en una representación tabular?

II. Podemos obtener una solución con el siguiente *arreglo espacial*?

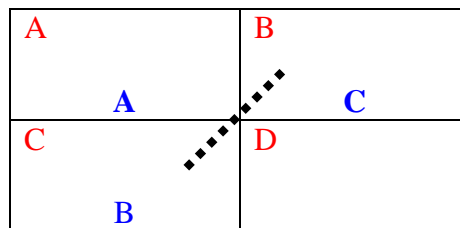


Figure 3

La regla previa puede ser engañosa. Por aplicación de la regla en este caso el problema no puede ser resuelto en 2+2 movimientos, porque no podemos intercambiar B y C en las casillas en diagonal *sin mover a A*. De hecho, no es solución porque están excluidos los movimientos en diagonal.

Y entonces está la cuestión de la extensión de la tabla primero a 2 x n, luego a n x n y por qué no a n x n x n.

III. Ahora, ¿cómo podemos describir todos los arreglos espaciales posibles?

Veamos una forma de representación lineal de la información del problema. Nosotros podemos usar el siguiente orden lineal de letras para codificar las posiciones de cada cuadrado en la tabla ABCD, y “...” para el cuadrado vacío.

Entonces, las varias posiciones iniciales de los animales en la tabla pueden ser descritas de la siguiente manera:

- ABC...
- ACB ... (figura 3, arriba)
- CAB ... (figura 2, arriba)
- CBA ...
- BAC ...
- BCA

La tabla dada en p. 167 es..... CBA (2+ 2 +2 movimientos)

Este tipo de representaciones abre una exploración en combinatoria...