



## Pensando en la formación de los futuros Profesores de Matemática

Nilda Etcheverry; Marisa Reid; Rosana Botta Gioda

### Resumen

En este artículo se presenta el relato de una experiencia desarrollada con futuros profesores y docentes de educación secundaria de Matemática.

Se trabajó en el diseño e implementación de una actividad que combina la enseñanza de la geometría y el uso de software de geometría dinámica, dentro de un modelo didáctico amplio, flexible, riguroso y sistemático

### Abstract

In this paper it presents an experiment developed with developed with prospective teachers and teachers of secondary education of mathematical.

One worked in the design and implementation of an activity that combines the education of geometry and the use of software of dynamic geometry, within ample, flexible, rigorous and systematic a model didactic.

### Resumo

Neste artigo apresenta-se o relato de uma experiência desenvolvida com futuros professores e docentes de educação secundária de Matemática.

Trabalhou-se no desenho e implementação de uma actividade que combina o ensino da geometria e o uso de software de geometria dinâmica, dentro de um modelo didáctico amplo, flexível, rigoroso e sistémico.

## 1. Introducción

Como docentes formadores de profesores de matemática, nos hemos propuesto desde la asignatura Práctica Educativa II del Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa (UNLPam), un objetivo macro que consiste en profundizar en el conocimiento profesional del profesor de Matemática con el objeto de incidir en su formación profesional.

En el espacio curricular de Matemática para el ciclo básico de la educación secundaria (de la provincia de La Pampa), uno de los ejes que se definió es GEOMETRÍA Y MEDIDA, donde se considera que *“en este ciclo de la escolaridad se debe iniciar el tratamiento formal de las nociones adquiridas en ciclos anteriores, a través de la utilización de generalizaciones y vínculos con las expresiones algebraicas.*

*Esto supone recorrer un camino que va desde una geometría ligada únicamente a las representaciones y mediciones, hacia otra, independiente del “dibujo” como elemento de análisis, que recurra a las propiedades y condiciones de construcción. En el enfoque propuesto, el aprendizaje geométrico no puede reducirse al aprendizaje de los conceptos por sí mismos, sino que debe dar lugar a*

*la adquisición de estructuras conceptuales y lógicas, fundamentalmente las lógico-geométricas.”*

En el material curricular, también se hace mención a la utilización de la tecnología considerando que los avances tecnológicos afectan a la sociedad y a la educación, siendo necesario incorporar en el curriculum de Matemática, el uso de recursos tecnológicos que resulten adecuados.

Estas orientaciones curriculares dan cabida a reflexionar y accionar sobre una reorganización adecuada y coherente en la formación inicial de profesores de matemática hacia la adquisición de conocimiento profesional, con los objetivos de dotar a los alumnos de herramientas que fomenten su autonomía profesional y presentarles aspectos que permitan ampliar su visión formal del conocimiento matemático.

Consideramos que adquirir conocimiento profesional en el ámbito de las nuevas tecnologías requiere tanto profundizar en el conocimiento del propio recurso a nivel técnico como en el análisis de las consecuencias de su uso en la enseñanza. Por ello proponemos actividades que combinen estas dos facetas:

- Tareas técnicas a realizar con el software de geometría dinámica, que servirán para profundizar en el conocimiento técnico del mismo y como apoyo para reflexionar sobre la materia que se enseña, su naturaleza, los condicionantes de su implementación en un soporte computacional, los distintos modos de representarla, etc.
- Documentos teóricos para que los alumnos analicen cuestiones relacionadas con el aprendizaje y la planificación de actividades de enseñanza, teniendo como referencia su propia experiencia en el uso del software y la actuación del profesor en dicho contexto.

Aportamos así un importante factor de contextualización a la construcción de conocimiento profesional, como es la utilización de un recurso particular (el software de geometría dinámica) entendiendo que la adquisición de conocimiento profesional está fuertemente vinculada al contexto (Llinares, 1994), en particular, al tipo de situaciones peculiares que implica el uso de software.

## 2. ¿Cómo organizamos la experiencia?

### 2.1. Primera etapa (Los docentes formadores con los futuros profesores)

Durante el año 2010 con los 12 futuros profesores que cursaban la asignatura Práctica Educativa II, correspondiente al tercer año de la carrera Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam, se trabajó en el diseño de actividades para la enseñanza de conceptos geométricos usando tecnología, dentro de un modelo didáctico amplio, flexible, riguroso y sistemático.

Los aspectos que se tuvieron en cuenta para el diseño de actividades con los futuros profesores fueron:

- la tecnológica como estrategia de intervención para contribuir al desarrollo de capacidades complejas y competencias matemáticas.
- las competencias que el profesor desea desarrollar en sus estudiantes.

El uso del término competencia se ha instalado en el discurso de la educación matemática, sobre todo en el ámbito del desarrollo curricular, de la práctica de la enseñanza y de la evaluación, donde se habla con frecuencia de "enseñar por competencias". Perrenoud (2007) define competencia como *"la facultad de movilizar un conjunto de recursos (saberes, capacidades, informaciones, etcétera) para solucionar con eficacia una serie de situaciones conectadas a contextos culturales, profesionales y condiciones sociales"*.

Si se admite que las competencias no están hechas solamente de saberes, sino también de esquemas de puesta en práctica de esos saberes, y de esquemas de acción que no apelan a ningún saber, entonces es necesario preguntar cómo se forman esas competencias en la formación inicial de profesores. En este caso trabajamos particularmente con la competencia de planificación de actividades.

También el término competencia alude a lo que el profesor desea que sus estudiantes sean capaces de hacer a partir de los contenidos, a cómo pueden movilizar y usar los conocimientos aprendidos. En este escenario, interesa replantear el rol del docente como diseñador y conductor de estos procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Parte del proceso de diseño de una unidad didáctica, consiste en establecer qué espera el profesor que aprendan sus alumnos acerca del tema que está planificando, qué puede interferir ese proceso de aprendizaje o cómo puede favorecer que sus estudiantes logren aprender.

Se sabe de la potencialidad de la tecnología, pero no nos debemos quedar con que es la solución a todos los problemas educacionales, es necesario planificar con detalle qué objetivos y competencias podemos desarrollar en los futuros profesores, qué tareas podemos diseñar con esos materiales y recursos para conseguirlo y cuál será la evaluación que pondremos en práctica para acreditar ese aprendizaje. Los procesos de aprendizaje son sumamente complejos, y el docente debe necesariamente reflexionar sobre su propia práctica para enseñar Matemática con Tecnología, por ello debemos plantearnos los siguientes interrogantes:

1. ¿Qué competencias han desarrollado nuestros alumnos en años anteriores?
2. ¿Qué competencias esperamos que desarrollen a partir de las actividades que van a realizar?
3. ¿Qué obstáculos y dificultades sabemos que los alumnos presentan cuando abordan el conocimiento que queremos enseñar con la actividad a planificar?
4. De las características y potencialidades de los recursos informáticos disponibles, ¿cuáles son específicos a las competencias, obstáculos y dificultades que se identificaron en el análisis cognitivo del conocimiento a poner en juego?

## **2.2. Segunda etapa (Los futuros profesores con docentes de aula)**

Los futuros profesores junto a docentes de aula, estuvieron de acuerdo en que al plantear a los alumnos una situación didáctica, conviene tener las siguientes consideraciones:

- La situación debe ser simple, fácil de entender que no implica que sea fácil de resolver, debe provocar la reflexión y por tanto no puede ser un ejercicio, ni un problema (de acuerdo a la clasificación de Hitt (2004)). La matemática que debe utilizarse no debe ser explicitada en el enunciado. Es a través de la interacción de los estudiantes con la situación que emergen representaciones espontáneas, y por tanto la matemática hace acto de presencia de manera natural en la discusión entre los estudiantes.
- Estudiar las conductas en situaciones de aprendizaje con uso de tecnología de acuerdo a las fases de Guy Brousseau (1986) quien considera que, las situaciones de enseñanza tienen que ser tales que los alumnos se apropien de las mismas, hagan suyo lo que ellos consideran que es el problema, y lo asuman con el propósito de resolverlo. Esta actitud o motivación inicial es clave para el resto de la secuencia.
- El docente es el artífice que diseña la situación, pero no interviene (o interviene lo menos posible) para auxiliar al alumno en la definición del problema y la búsqueda de la solución. Brousseau (1986) llama situaciones “a-didácticas” a este tipo de situaciones porque la construcción de los conocimientos se produce como consecuencia de las exigencias de la situación misma, y no como respuesta a los deseos del docente.
- Las características de una situación a-didáctica son:
  - El alumno sabe que el problema ha sido elegido para hacerle adquirir un conocimiento nuevo, que él debe construir.
  - El alumno debe ser capaz de poner en juego el conocimiento, en situaciones que encuentra fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de toda indicación personal.
  - No es explícita ni evaluable.
  - Deben ser preparadas con fines didácticos.
  - El conocimiento al que se apunta debe ser la manera de llegar a la solución óptima, en el sentido de que la situación no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende.
  - Que la fase sea repetible. Es decir después que el alumno interactúa con el medio puede intentar nuevas resoluciones y establecer por sí mismo si los resultados de su acción han sido exitosos o no, al ser la situación quien le ofrece información sobre su producción.

La situación a-didáctica es únicamente una parte de una situación más amplia que es lo que hemos llamado situación didáctica.

Según el tipo de conocimiento y el papel que juega ese conocimiento en la situación, Brousseau reconoce situaciones de acción (en la que el conocimiento está implícito en las acciones de los sujetos), situación de formulación (en la que los sujetos explicitan verbalmente su pensamiento y sus estrategias), situación de validación (en la que los sujetos utilizan el conocimiento para argumentar a favor o en contra de una afirmación) y situaciones de institucionalización (en las que el conocimiento en cuestión adquiere el status de “saber”).

- El docente traspasa la responsabilidad de la situación al alumno, esto implica que el alumno asume y se hace cargo de las reglas del juego (comprende las consignas con los conocimientos que ya posee), el problema (lo hace suyo), y la decisión (busca y elige las estrategias de acción).
- El conocimiento del alumno surge como resultado de su interacción con el problema mediatizado por los aportes del docente, del contexto y por la interacción con nuevas fuentes de información. El docente debe abstenerse de brindar conocimientos antes de que el alumno aborde y accione sobre los problemas.

En este contexto, las propuestas de resolución de problemas son una posible opción de enseñanza.

La resolución de problemas y las competencias pertinentes a los distintos niveles de educación, se consideran elementos claves de la educación matemática, y están asociados a muchos de los ejes temáticos propuestos en el currículum actual. Por ello consideramos que los futuros profesores de Matemática deben ser formados en esa línea y deben ellos vivir experiencias de resolución de problemas desde este punto de vista.

El desafío en la actualidad, es lograr que los alumnos desarrollen competencias matemáticas consideradas en algunos materiales curriculares como esenciales a lo largo de la enseñanza. Estas integran aptitudes, conocimientos y capacidades, que implican una actitud favorable al intentar entender la estructura de un problema y la capacidad para desarrollar los procesos de resolución (Abrantes, 2001).

### 2.3. Tercera etapa (Implementación de la actividad)

Reportamos el desarrollo de la actividad diseñada por dos de los futuros profesores, implementada en el aula de primer año (12 años de edad) de la Ex - Unidad Educativa N° 10 de Santa Rosa (La Pampa), junto al docente responsable de aula y bajo la supervisión de los docentes formadores. Éstos realizaron grabaciones de audio y video de las sesiones de clase para posterior análisis y reflexión de las prácticas.

Entre los saberes seleccionados para trabajar en primer año del ciclo básico de la educación secundaria respecto del eje Geometría y Medida figuran:

- ✓ ***El reconocimiento de figuras y la producción y el análisis de construcciones, explicitando las propiedades involucradas, en situaciones problemáticas que requieran:***
  - *analizar figuras para caracterizarlas y clasificarlas (por ejemplo: “el rectángulo es un paralelogramo”),*
  - *explorar y argumentar acerca del conjunto de condiciones (sobre lados, ángulos, diagonales y radios) que permiten construir una figura;*
  - *construir figuras a partir de diferentes informaciones gráficas y coloquiales (propiedades y medidas), explicitando los procedimientos empleados y evaluando la adecuación de la figura obtenida respecto a la información dada; analizar afirmaciones y producir argumentos.*

La actividad que se corresponde con la planificación curricular del docente, se enmarca en el eje Geometría y Medida: Posibilidades de construcción del paralelogramo.

Un grupo de 30 alumnos trabajó en la sala de computación con la actividad propuesta utilizando el software Geogebra (de uso libre, que puede obtenerse del sitio [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)). Cabe destacar que los alumnos conocían los comandos básicos de este software de geometría dinámica.

**Actividad a resolver:** En la carpintería “El Ruso” quieren recortar paralelogramos cuyos lados miden 16cm y 8 cm para construir las piezas que forman el siguiente diseño de un piso de madera.



¿Habrá un único paralelogramo que cumpla con esas condiciones? ¿Podrías ayudarlo?

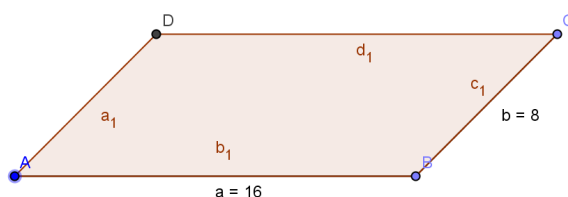
Para contar el desarrollo de la clase hemos destacado las instancias principales del trabajo de los alumnos y las intervenciones docentes. Una parte muy importante de la estrategia de enseñanza es la planificación de los tiempos de aula: los momentos de apropiación de la consigna, de búsqueda de datos, de diseño, de intercambio de ideas, de actividad constructiva, de plenarios, de exposición, de cierre, etc.

El docente interviene lo menos posible y al planificar esta actividad debe tener en cuenta que:

- el conocimiento que tienen los alumnos es la definición de paralelogramo como cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos.
- este problema apunta a que los alumnos identifiquen que no es suficiente considerar solamente los lados para caracterizar un paralelogramo y que reconozcan que a esos datos habría que agregar, por ejemplo, el ángulo que forman los lados.
- los alumnos que ingresan a primer año del secundario (12-13 años) posiblemente tienen una imagen de paralelogramo que responde a una representación según la cual la inclinación entre los lados es más o menos estable (llamada por varios autores figura típica), que les limita la posibilidad de concebir el ángulo como variable si se conocen los lados.

### ¿Qué pasó con la actividad en la clase?

Los alumnos realizaron las construcciones utilizando el software. En algunas pantallas aparece el mismo dibujo previsto al planificar:



En otras como en el monitor de Lucía aparece:



El docente interviene para que todos observen los dos paralelogramos, con distinta apariencia, y con la intención que modifiquen su postura, la profesora dice: *“el que construyo Lucía parece distinto a los demás, ¿servirá para ayudar al carpintero?”*

A partir de la confrontación que se genera, los alumnos comienzan a ampliar el conjunto de paralelogramos posibles aceptando que puede haber algunos “más aplastados” y otros “más derechos”.

Con la ayuda de las herramientas del software, moviendo uno de los lados, encontraron otros paralelogramos que cumplen con las condiciones pedidas.

Este es un momento para no desperdiciar, que aún si no surge de los mismos alumnos, el docente debe intervenir para tratar el problema de la unicidad o no de una construcción. Un alumno dice: *“no es el mismo paralelogramo porque la altura no es la misma.”* Otro afirma, *“pero cumple con las medias que nos dieron!!”*

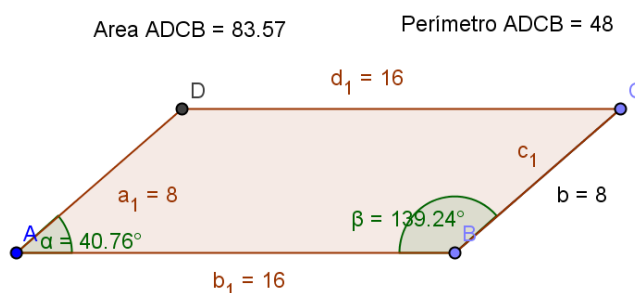
El docente nuevamente interviene y les dice que trabajen sobre esa cuestión con la ayuda del software.

Al usar tecnología observan rápidamente, qué otros elementos del paralelogramo sufren cambios al variar el ángulo y cuáles no se modifican.

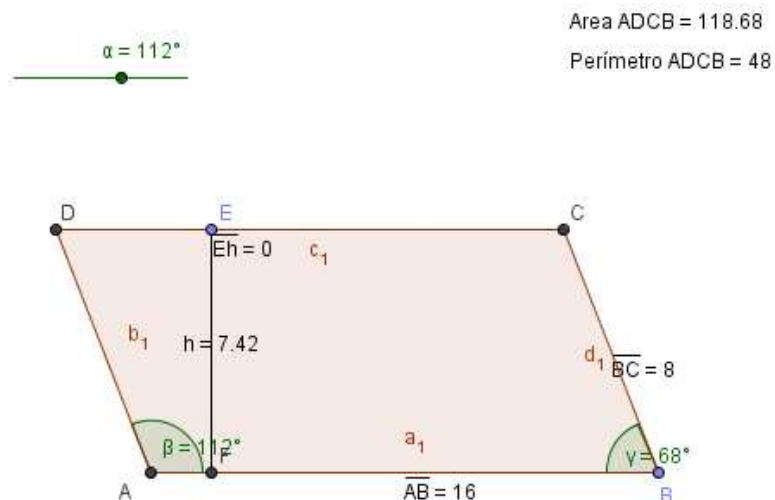
Reproducimos aquí algunos de los comentarios realizados por los alumnos:

- *“la diagonal tampoco permanece igual”;*
- *“Ah..., entonces el área tampoco es la misma!! Sólo el perímetro no cambia”.*

Una de las construcciones obtenidas se muestra a continuación:



Algunos alumnos realizaron otra construcción haciendo uso de la herramienta deslizador:



Estas construcciones muestran que este programa de geometría dinámica permite variar el punto o ángulo y observar cómo se modifican las demás elementos. Y también suplanta el trabajo con regla y compás permitiendo hacer construcciones a partir de relaciones y propiedades geométricas.

Docente: *¿y qué le dirían al carpintero?*

Algunas de las respuestas obtenidas fueron:

- *Que tiene distintas posibilidades*
- *Cuando el ángulo se acerca a cero la figura queda muy chatita*
- *Y depende del gusto del cliente*
- *Cuando el ángulo se hace de  $90^\circ$  parece un rectángulo y la guarda no se va a parecer a la que pide el cliente.*

A partir de los comentarios de los alumnos y para terminar la clase, el profesor plantea los siguientes interrogantes:

*¿el rectángulo es un paralelogramo?*

*¿el paralelogramo es un rectángulo?*

El docente los incentiva en la búsqueda de argumentos que justifiquen que un rectángulo es un paralelogramo particular.

En la clase siguiente, el docente realiza una síntesis de los conocimientos puestos en juego en la clase anterior, y para continuar con el trabajo plantea la siguiente pregunta: *¿Qué dato adicional podríamos darle al carpintero para que el paralelogramo sea único?*

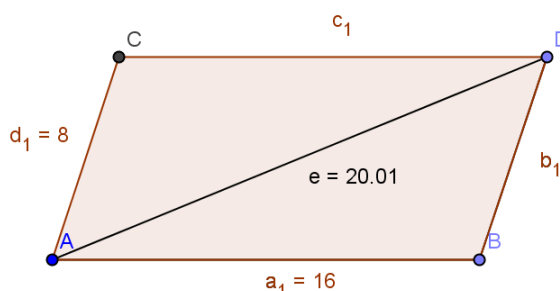
Aquí el docente debe tener presente que determinar qué otra información es necesaria para obtener un único paralelogramo demanda una actividad intelectual, ya no es suficiente con ensayar una construcción. Se debe, en cierta forma, encontrar argumentos que justifiquen que con ese dato nuevo, efectivamente, la



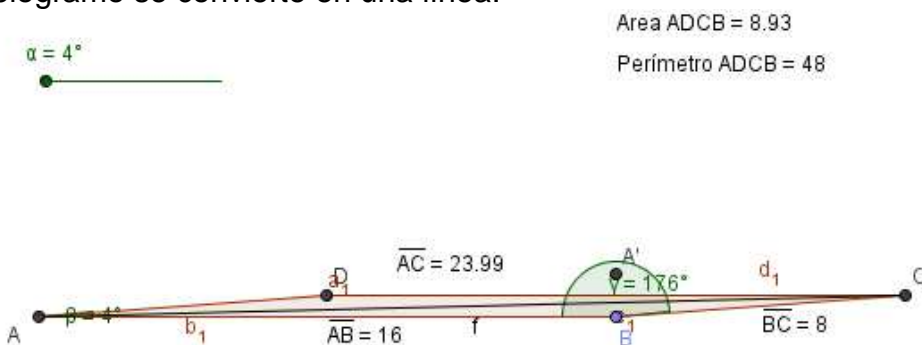
construcción será única. Estas discusiones deben incentivarse en los alumnos pues, son fundamentales en el tipo de trabajo que se intenta proponer: la experiencia de la construcción, el reconocimiento de la unicidad o no, preparan el terreno para que los alumnos comiencen a argumentar.

Un alumno menciona la posibilidad de conocer la diagonal, entonces comienzan a experimentar con distintos valores para la diagonal.

Uno de los grupos construye con diagonal igual a 20cm y obtiene un paralelogramo, mientras otros utilizan otras medidas para probar. Y aparecen construcciones como la que se muestra:



En otro de los grupos, los alumnos continúan moviendo uno de los vértices para que la medida de la diagonal sea exactamente 24 cm y se observa que el paralelogramo se convierte en una línea.



Area ADCB = 8.93  
 Perímetro ADCB = 48

En un tercer grupo se observa que la diagonal se aproxima a 24 cuando el ángulo se aproxima a 0°.

Al confrontar varios de los dibujos producidos por los alumnos, la docente guía la discusión en la clase, con la finalidad de identificar aquellas características que van dando cuenta de la imposibilidad de la construcción.

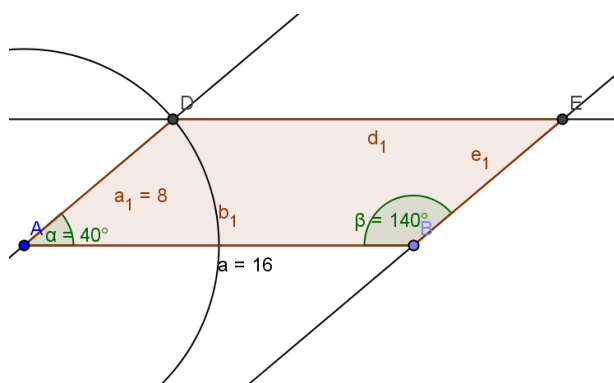
Los comentarios de algunos alumnos son:

- La diagonal que trazamos divide al paralelogramo en dos triángulos.
- Los lados de un triángulo miden 16 y 8, y había un propiedad que dice: la suma de dos lados de un triángulo tiene que ser mayor que el tercero, no?.
- En este caso  $16+8$  no es mayor que 24, entonces que la construcción planteada es imposible de realizar.

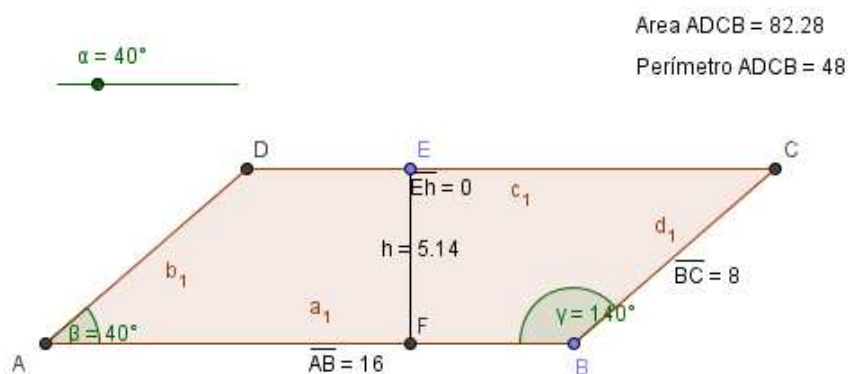
La intencionalidad de plantear a los alumnos problemas sin solución radica en que este tipo de problemas provoca la necesidad de justificar la imposibilidad de la construcción.

Precisamente, se busca que los alumnos vayan entrando en el juego de buscar argumentos que justifiquen la posibilidad o imposibilidad de realizar una construcción. Al respecto Itzcovich (2005) afirma "...la determinación de la unicidad, existencia o infinitud de construcciones requiere de la explicitación de relaciones entre datos mediante ciertas propiedades que exceden las experiencias de dibujar".

Otro alumno propone darle como datos al carpintero que un lado mide 16cm y los ángulos adyacentes a dicho lado común midan  $40^\circ$  y  $140^\circ$ . Uno de los grupos muestra la siguiente construcción utilizando la herramienta Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos:



A partir de la siguiente construcción, un grupo fórmula: "dos lados pueden agrandarse o achicarse, mientras los otros dos sean paralelos y midan 16 cm y no se modifiquen las medidas de los ángulos".



Facundo plantea "pero ¿pueden ser de cualquier medida los ángulos?"

Daiana dice "cualquier medida no, porque como en el rectángulo, la suma de los ángulos interiores debe ser  $360^\circ$ ".

Todos los pedidos llevan a que el alumno realice un trabajo exploratorio de ensayos y errores, de intentos de explicar lo que está ocurriendo, de ver si se arma

o no el dibujo, para que finalmente la comprensión y la explicación de la resolución demanden el uso de una propiedad.

El trabajo en las siguientes clases continúa con la propuesta de actividades alternativas o situaciones problemáticas sin olvidar que bajo el enfoque por competencias no se busca que el estudiante adquiera ciertos contenidos, como fin único, sino que sepa para qué sirven y ver su utilidad en algún contexto.

### **3. Comentarios Finales**

Consideramos que debe destacarse la gestión de la actividad presentada en el aula. Uno de los factores que contribuyó fue que en la planificación que los futuros profesores realizaron de la actividad se previó y explicitó qué tipo de actuaciones han de promoverse en el aula para lograr el aprendizaje de sus alumnos. Por ejemplo, se enfatizó el desarrollo de las competencias de pensar y razonar en la experiencia de la construcción con ayuda del software. Esto permitió al alumno visualizar las distintas posibilidades, con el consecuente reconocimiento de las posibilidades de construcción y de esa manera ir preparándolos a la entrada de un trabajo más argumentativo y así retomar la idea, antes planteada, que en geometría se acepta la validez de una afirmación por la argumentación y no por el dibujo o la medición.

Debemos reconocer que la visualización de los desarrollos previos a las soluciones y la obtención de éstas con la aplicación de determinados software, incentivaron a los alumnos a utilizar las herramientas tecnológicas como un importante recurso complementario.

Para que los futuros docentes alcancen las competencias y perfil deseado es necesario implementar dispositivos de formación y entrenamiento que los comprometa a aumentar sus capacidades de observación, de agudizar prácticas reflexivas, de fortalecer el sentido de su propia capacitación.

### **Bibliografía**

- Abrantes, P. (2001). Mathematical competence for all: Options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 125-143.
- Brousseau G. (1986). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).
- Hitt, F. (2004). Une comparaison entre deux approches, enseignement des mathématiques sans ou avec logiciels et calculatrices symboliques. In Giménez J., Fitz Simons G. and Hahn Corine (2004) *Actes de la CIEAEM*, 54, Vilanova i la Geltrú. Spain.
- Iltzovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría. De las construcciones a las demostraciones*. Libros del Zorzal. Buenos Aires. Argentina.
- Llinares, S. (1994). El profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En L. A. Santaló y otros (Eds) *La Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Intermedia*. Madrid: Rialp, 297-336.
- Materiales Curriculares Matemática Educación Secundaria -Ciclo Básico-* 2009. Ministerio de Cultura y Educación. Gobierno de la provincia de La Pampa.
- Perrenoud, P. (2007). *Diez nuevas competencias para enseñar*, 4a. ed., Graó, Barcelona.

**Etcheverry, Nilda.** Nació en Santa Rosa (Provincia de La Pampa, 1954). Es Magíster en Didáctica de la Matemática, Universidad Nacional de Río Cuarto. Es docente en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa (Argentina). [nildae@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:nildae@exactas.unlpam.edu.ar)

**Reid, Marisa.** Nació en Sansinena (Provincia de Buenos Aires, 1966). Es Licenciada en Matemática, Universidad Nacional de La Pampa. Es docente en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa (Argentina). [mareid@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:mareid@exactas.unlpam.edu.ar)

**Botta Gioda, Rosana G.** Nació en Rafaela (Provincia de Santa Fe, Argentina, 1975). Es Profesora en Matemática y Computación, Universidad Nacional de La Pampa (Argentina). Es docente en nivel Secundario y en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Pampa (Argentina). [rbotta@cpenet.com.ar](mailto:rbotta@cpenet.com.ar)