UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 65. Agosto 2022
Páginas 01-21

Rompecabezas, adivinanzas y algo más: una propuesta para la factorización de expresiones algebraicas

Karina Amalia Rizzo, Luciana Volta

Fecha de recepción: 20/12/2021
Fecha de aceptación: 5/08/2022

Resumen	En el artículo se muestra la utilización de rompecabezas y adivinanzas para la enseñanza de la factorización de expresiones algebraicas y polinomios, en estudiantes de educación secundaria. Se propone presentar la factorización de un modo no mecánico ni memorístico, sino a través de una visión geométrica y lúdica. Asimismo, se muestra el trabajo realizado con los estudiantes pre-pandemia y durante la misma, valiéndose de la utilización de las redes sociales más conocidas y de programas diseñados para las presentaciones, logrando la transversalidad de los contenidos trabajados. **Palabras clave**: factorización, expresiones algebraicas, educación secundaria, rompecabezas, adivinanzas
Abstract	The article shows the use of puzzles and riddles for teaching the factorization of algebraic expressions and polynomials in high school students. It is proposed to present factorization in a non-mechanical or rote way through a geometric and playful vision. Likewise, the work carried out with students before and during the pandemic is shown, using the best-known social networks and programs designed for presentations, achieving the transversality of the worked contents. **Keywords**: factorization, algebraic expressions, secondary education, puzzles, riddles
Resumo	O artigo mostra o uso de quebra-cabeças e charadas para o ensino da fatoração de expressões algébricas e polinômios, em alunos do ensino médio. Propõe-se apresentar a fatoração de forma não mecânica ou usando memória, mas através de uma visão geométrica e lúdica. Da mesma forma, é mostrado o trabalho realizado com os alunos antes e durante a pandemia, utilizando as redes sociais e programas de apresentação mais conhecidos, conseguindo a transversalidade dos conteúdos trabalhados. **Palavras-chave:** fatoração, expressões algébricas, ensino médio, quebra-cabeças, charadas

1. Introducción

Los polinomios y las expresiones algebraicas recorren desde las más simples y sencillas cuestiones matemáticas, hasta las grandes demostraciones. El álgebra comienza a enseñarse en los primeros años de la educación secundaria básica. No obstante, es habitual que los docentes se inquieten al observar los errores algebraicos cometidos por estudiantes en todos los niveles educativos. Variadas investigaciones realizadas han puesto en evidencia que el aprendizaje del álgebra trae consigo ciertas dificultades durante todo su proceso en niveles preuniversitarios (Fernández, 1997; Kieran, 2006; Palarea, 1998; Papini, 2003; Socas y Palarea, 1997). Mientras que, en esta misma línea, diversos autores, entre ellos García Suárez, Segovia, Lupiáñez (2011), señalan que la persistencia de los errores en los cursos universitarios ha llevado a los docentes de este nivel a continuar con los estudios en referencia a este tema.

Es de suma importancia que el aprendizaje sea real, no memorístico ni obligatorio, o por el simple hecho de desear realizar con éxito un examen propuesto. Por ello el estudiante debe sentirse partícipe en su aprendizaje, debe encontrar el interés y sentirse capaz de lograrlo. He aquí la tarea del docente. Un polinomio, una expresión algebraica, una variable, constituyen un pie fundamental para futuros conocimientos, que recorren desde la escuela secundaria hasta las materias de la universidad, modelizando diferentes situaciones reales.

En este trabajo se muestra una manera de abordar los casos de factoreo con estudiantes de escuela secundaria, llevándolos inicialmente por un costado geométrico (muchas veces abandonado) y lúdico (mediante un juego de adivinanzas) a la vez. Las estrategias que se muestran fueron realizadas tanto en tiempos previos a la contingencia sanitaria -causada por el virus SARS-CoV-2-, durante la misma y en el transcurso de la inmediata posterior enseñanza semi-virtual. Previo a la pandemia, se iniciaban las clases trabajando con el armado de rompecabezas físicos; mediante su manipulación y visualización se desprendían los casos de factoreo (factor común y factor común por grupos, cuadrado y cubo de un binomio, diferencia de cuadrados). A continuación, las adivinanzas llevaban a los estudiantes a ir más allá, interesándose por la factorización, buscando en ellas respuestas que el álgebra podía dar. Durante la pandemia del año 2020, la escolarización virtual y semi-virtual del año siguiente, el diseño de las clases se vio modificado, cambiando la manipulación de rompecabezas físicos por diseños en presentaciones a través de diapositivas, la utilización de pizarras interactivas o applet, donde los estudiantes podían jugar en búsqueda de lograr acomodarlos, e identificar en base a ello la factorización involucrada. Asimismo, la utilización de adivinanzas presentadas mediante la red social TikTok y la necesidad de acertar sus respuestas, acentuó la curiosidad de comprenderlas, motivando a los estudiantes a interesarse por el funcionamiento y las aplicaciones de los casos de factoreo.

2. Referentes teóricos

Los primeros años de la educación secundaria básica deben sentar base sustentable para al álgebra que vendrá en el transcurso siguiente de la escolarización de los estudiantes. Los casos de factoreo, así como su correcto empleo en polinomios y expresiones algebraicas, resultan fundamentales para el verdadero aprendizaje de los estudiantes y la comprensión de inmediatas, pero también futuras, concepciones matemáticas. Para que la enseñanza y el aprendizaje sean eficaces, se debe lograr que el estudiante utilice sus propias capacidades naturales que lo llevan a explorar e investigar.

Una manera de incentivar a los alumnos en matemática es a través de juegos. En su trabajo, Vitabar (2021) comenta que existe un cierto rechazo en relación a las actividades lúdicas en esta asignatura, pues algunos actores de la educación sostienen que le quitan seriedad al trabajo que se realiza. Sin embargo, este autor considera que es fundamental captar el interés en los estudiantes, y para ello la utilización de juegos en el aula es una estrategia adecuada. En relación a esto señala: "… una propuesta didáctica que sea capaz de contemplar tanto los objetivos disciplinares como las características psicológicas de la motivación seguramente será exitosa desde el punto de vista de los aprendizajes" (Vitabar, 2021, p. 5). Entre los grandes precursores de la utilización de juegos en el aula, tenemos al profesor Miguel de Guzmán, quien en su artículo "Juegos matemáticos en la enseñanza" (1984), alude a los beneficios de utilizarlos en las clases. En este mismo sentido, García Azcárate (2019) manifiesta que, a través de ellos, es posible crear una puerta de entrada a conceptos y habilidades matemáticas, permitiendo además afianzar aquellas que se han adquirido. En su artículo señala en relación a los juegos: "facilitan la introducción de nuevos conceptos, la adquisición de destrezas mediante la repetición, llevadera cuando se juega, insoportable cuando se trata de ejercicios clásicos en clase, la implicación de los alumnos en la tarea lúdica propuesta" (García Azcárate (2019, p.14). En esta misma línea, Vitabar (2021) pondera el diseño de estrategias mediadas por juegos sobre las actividades de índole clásica: "De hecho, la ludificación puede dar lugar a algunas características muy valiosas que no se logran fácilmente con las técnicas didácticas tradicionales (por llamarlas de algún modo)." (Vitabar, 2021, p. 4).

Por su parte, García Azcárate (2019) añade dos cuestiones que resultan relevantes en relación a los juegos. Una de ellas es la cooperación entre alumnos, la colaboración y acompañamiento de los integrantes de equipos o parejas que participen. La otra cuestión que destaca, es que su uso durante las clases, funciona como una herramienta eficaz para contrarrestar la imagen seria, aburrida y sobre todo dificultosa, a la que suele asociarse la matemática. Y Martínez (2007) pone de manifiesto que las actividades lúdicas ayudan a reducir el temor y el rechazo hacia esta asignatura.

El interés por explorar los juegos, así como descubrir estrategias para ganarlos, hace surgir de forma natural, las capacidades propias de los estudiantes. "Consideramos que los juegos constituyen un aporte importante en la enseñanza de la matemática. Es fundamental la elección del juego adecuado en los distintos momentos del proceso enseñanza- aprendizaje" (Villabrille, 2005, p.16). Desde este enfoque, los juegos fomentan la sana distención y la buena predisposición, llevando a los estudiantes a ser partícipes de su aprendizaje, fortaleciendo el gusto por el contenido específico que se está trabajando. Se trata de "…ir más allá de tomar el juego como una simple recreación; su objetivo fundamental consiste en ayudarle a desarrollar su mente y potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armonioso" (Jiménez y Márquez Porras, 2009, p.13). Además, es menester considerar que los juegos favorecen el desarrollo de diversas habilidades, incluidas las de pensamiento lógico, como identificar, analizar, relacionar, planificar, ejecutar y evaluar (Rojas Marticorena, 2010).

Continuando el camino de los juegos, para los casos de factoreo y la factorización en general, Rizzo y Roumieu (2000) utilizaron diferentes rectángulos que a modo de rompecabezas y por medio del cálculo de áreas, expusieron identidades algebraicas, articulando la relación entre el registro algebraico y geométrico. En este mismo camino, Ballén Novoa (2012) trabajó de manera similar, en el diseño de diferentes rectángulos, concluyendo que se evidencia una mayor motivación al recurrir al álgebra geométrica como recurso, favoreciendo así la efectiva comprensión, sin perder de vista la justificación teórica involucrada. Siguiendo esta línea, se presentaron experiencias realizadas a través de juegos, recurriendo al aspecto geométrico, trabajando con rompecabezas rectangulares, deducción del Teorema de Gauss y adivinanzas, que se justifican mediante las expresiones algebraicas (Rizzo et al., 2014). Afín con el uso de rompecabezas, Malaspina Jurado (2021), mostró que este tipo de situaciones lúdicas estimulan la curiosidad y la experimentación, favoreciendo al desarrollo de la intuición matemática. Por su parte, Martínez (2007) refirió en su trabajo actividades relacionadas con curiosidades matemáticas, utilizando trucos y acertijos, resaltando la manera en la que permiten arribar al porqué de lo que ocurre en las situaciones planteadas. En su artículo, señala a la adivinanza (o actividad de similar estructura) de significativa importancia para la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de los contenidos, pues referencia que “entre sus tantas potencialidades, puede mejorar la atracción hacia la asignatura y provocar el interés y la motivación hacia la realización de actividades matemáticas presentadas en formatos cargados de dinamismo, interés, acción, ingenio y magia” (Martínez, 2007, p. 231).

2.1 Enseñar matemática en un contexto virtual

Previo a la pandemia por COVID-19, que llevó a la contingencia sanitaria, era frecuente pensar en la educación matemática, notando los roles definidos de estudiantes y profesores, así como su interacción. La escolarización virtual re direccionó a los docentes, llevándolos a diagramar la enseñanza mediante medios tecnológicos digitales y virtuales. No obstante, diversos estudios previos a la pandemia comenzaron a identificar valiosas herramientas en las tecnologías digitales, que favorecen el aprendizaje de los estudiantes en las diferentes áreas de la matemática (Campos Nava y Torres Rodríguez, 2017; Sánchez Pachas, 2020). Más allá del distanciamiento o interacción personal física entre profesor y estudiantes, la educación virtual en esta disciplina se vio enriquecida por una abundante oferta de herramientas y recursos disponibles en las plataformas educativas (Torres Rodríguez, Campos, Morales, & García, 2021). Por ejemplo, Del Río (2022) refiere que, en su propuesta pedagógica, mediada por microjuegos digitales (algunos creados nuevos para tal fin, otros extraídos de un repositorio oficial), permitió la interacción y motivación de los estudiantes en su aprendizaje, más allá de la separación física; pudiéndose valer eficazmente de los recursos disponibles para el diseño de las clases de modo virtual.

Por otra parte, la gran disponibilidad de aplicaciones gratuitas con la que los estudiantes cuentan en sus teléfonos móviles, que utilizan asiduamente, es un hecho que no se puede desconocer. Es notoria la sencillez y fluidez con la que se logran comunicar cotidianamente, en forma continua, a través de las redes sociales. Una de las más preferida entre los centennials es TikTok, que forma parte de su hábitat diario (Tobeña, 2020); se trata de un medio de comunicación audiovisual, basado en la reproducción de videos cortos en bucle.

Reflexionando en relación a las actividades lúdicas realizadas en formato virtual en pandemia, es deseable que puedan mantenerse y ampliarse en el nuevo formato híbrido de enseñanza, donde el trabajo en clases debe amalgamarse entre presencialidad y virtualidad (Del Río, 2022).

3. Organización y recursos metodológicos. Desarrollo de la propuesta

En base a lo realizado mediante rompecabezas por Rizzo y Roumieu (2000) y a las experiencias presentadas en Rizzo et al. (2014), se continuó y amplió el campo de acción, trabajando con estudiantes de tercer año de una escuela secundaria del distrito de Quilmes, provincia de Buenos Aires, Argentina. Escuela cien por ciento subvencionada por el Estado Nacional.

La unidad temática cuyos contenidos a abordar se presentan en este trabajo de investigación, es expresiones algebraicas. Dentro de ellas, la factorización, exponiendo el factor común y factor común por grupos, cuadrado y cubo de un binomio, diferencia de cuadrados. El diseño de la experiencia educativa es a través de, primeramente, presentar un "reto" mediante la utilización de rompecabezas, luego continuar con "desafíos" a través de adivinanzas, para que los estudiantes investiguen y analicen el porqué de lo sucedido.

3.1 Propuesta previa a la pandemia

Previo a la contingencia sanitaria, el inicio de la unidad se trabajaba en el aula brindando a los estudiantes cuadrados y rectángulos, en formato físico. Se planteaba a pequeños grupos, la búsqueda de la forma en que, mediante la manipulación de dichos cuadrados y rectángulos, se pudieran acercar a la noción del caso de factoreo involucrado.

3.1.1 Propuesta en relación al factor común

Pensando en las áreas de los cuadrados y rectángulos dados en formato físico, como los que se muestran en la figura 1, se pedía a los estudiantes que, acomodándolos adecuadamente, intentaran escribir de otra manera las siguientes expresiones.

a) $x^2 + a.x + x.b$
b) $z.(z + x + a + b)$

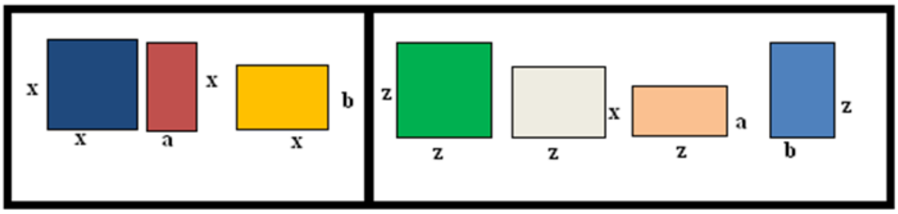


Figura 1. Piezas físicas de rompecabezas para factor común

Se utilizaron preguntas orientadoras como: ¿con todas las piezas es posible formar un rectángulo en cada caso? De ser así, ¿cuál es el área hallada? En base al trabajo y las respuestas de los estudiantes, se procedía a revelar el factor común e invitarlos a diseñar su propio rompecabezas de "factor común" para retar a sus compañeros. Esta metodología se repitió con todas las propuestas.

A continuación, a modo de juego educativo, se proponían adivinanzas como la siguiente para discutir también en pequeños grupos: "Piensa un número (que no sea el cero), elévalo al cuadrado y súmale el triple del número elegido. Luego, divide todo el resultado por el número pensado al comienzo. Ahora a este resultado, réstale nuevamente ese número que originalmente elegiste.” Se pedía a los estudiantes, luego de ver que el resultado era siempre el número tres, que trataran de identificar y escribir lo que sucedía. Luego de un tiempo de trabajo grupal, se disponía a exponer las diferentes versiones presentadas por los estudiantes, para arribar finalmente a la expresión algebraica correcta, en la que el factor común era fundamental, como lo muestra la figura 2.

$$\frac{x^2+3x}{x}-x=\frac{x(x+3)}{x}-x=\frac{\cancel{x}(x+3)}{\cancel{x}}-x=(x+3)-x=x+3-x=3$$

Figura 2. Expresión algebraica asociada a la adivinanza que involucra factor común

Aprovechando la expresión, se comentaba sobre la necesidad de que la adivinanza en su enunciado refiera a un número distinto de cero y la realización del mismo mediante la “división” (operaciones con expresiones algebraicas desarrolladas con anterioridad), como lo muestra la figura 3.

$$\frac{x^2+3x}{x}-x=\frac{x^2}{x}+\frac{3x}{x}-x=\frac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}}+\frac{3\cancel{x}}{\cancel{x}}-x=x+3-x=3$$

Figura 3. Expresión algebraica asociada a la adivinanza simplificada mediante división

Siguiendo esta forma, se plantearon algunas adivinanzas a los estudiantes para que en forma grupal verificaran el resultado, dejando registro escrito de la expresión algebraica correspondiente, así como su simplificación mediante el uso del factor común. Luego se pidió que cada grupo lo compartiera con el resto de sus compañeros.

3.1.2 Propuesta en relación al factor común por grupos

Trabajando de esta misma manera, se avanzaba en el factor común por grupos, proponiendo las piezas físicas cuadradas y rectangulares como muestra la figura 4.

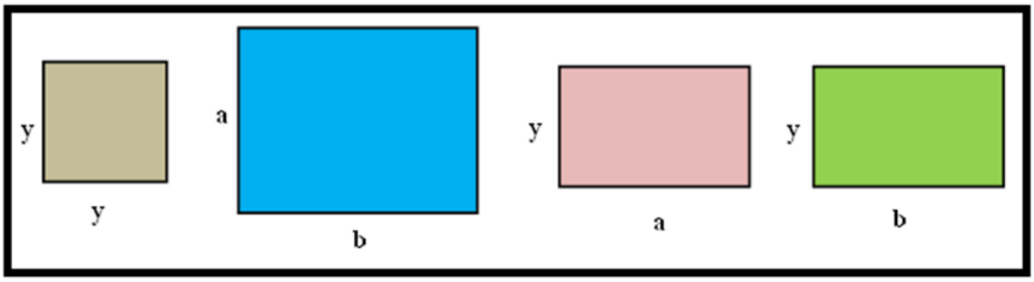


Figura 4. Piezas físicas de rompecabezas para factor común por grupos

Considerando los cuadrados y rectángulos dados, se solicitaba a cada grupo de estudiantes, en primer lugar, que registraran la suma total de las áreas involucradas en dicha figura. A continuación, se pedía investigar si era posible sacar factor común, como se había realizado en el trabajo de la figura anterior. De no serlo, se solicitaba que intentaran agrupar de a dos, las áreas de las cuatro piezas; que allí buscaran entonces, el factor común de a dos de ellas. Por último, tomándose un tiempo para revisar lo obtenido, reflexionar acerca de si se podría o no, y de qué manera, extraer un nuevo factor común que reagrupe lo hallado. En base al trabajo y las respuestas de los estudiantes, se procedía a revelar el factor común por grupos. Asimismo, se invitó a los estudiantes a diseñar su propio rompecabezas de "factor común por grupos" para retar a sus compañeros.

Para seguir explorando el tema, se propuso continuar con adivinanzas similares a la comentada anteriormente, para analizar en cada grupo de estudiantes: "Piensa en un número (que no sea el dos) y elévalo al cuadrado. Ahora réstale el doble del número que pensaste. A lo que te viene dando esta resta, súmale el quíntuple del número que elegiste. Y a lo que te está dando la cuenta, ahora réstale 10. Divide a todo ese total, por el número original que pensaste menos dos unidades. Por último, a todo lo que te dio, réstale tu número."

Sabiendo que no fue casualidad el resultado cinco, independientemente del número escogido para comenzar, se pedía a los estudiantes que trataran de identificar y escribir lo sucedido. Luego de un tiempo de trabajo grupal, se disponía a exponer las diferentes versiones presentadas por los estudiantes, para arribar finalmente a la expresión algebraica correcta, en la que el factor común por grupos jugaba un papel fundamental, como lo muestra la figura 5.

$$\frac{x^2-2x+5x-10}{x-2}-x=\frac{x.(x-2)+5(x-2)}{x-2}-x=\frac{(x-2).(x+5)}{x-2}-x$$
$$=\frac{\cancel{(x-2)}.(x+5)}{\cancel{x-2}}-x=x+5\ -x=5$$

Figura 5. Expresión algebraica asociada a la adivinanza que involucra factor común por grupos

Valiéndose de la expresión, se trabajó en la necesidad de que, en el enunciado de la adivinanza, el número en el que se debe pensar sea distinto de dos. Asimismo, siguiendo este lineamiento, se plantearon adivinanzas a los estudiantes para que en forma grupal verificaran el resultado, dejando registro escrito de la expresión algebraica correspondiente, así como su simplificación mediante el uso del factor común. Luego se pidió a cada grupo que lo compartiera con el resto de los compañeros.

3.1.3 Propuesta en relación a la diferencia de cuadrados

Siguiendo con las identidades algebraicas, se trabajó para la diferencia de cuadrados, con las áreas de los cuadrados y rectángulos señalados en la figura 6, orientando a los estudiantes: "En un cuadrado de lado *x*, construye un cuadrado de lado *y* en uno de sus vértices. Recorta el cuadrado de lado *y*. Luego, escribe el área de la figura que queda." La intención fue acompañarlos a arribar a x^2-y^2. Para ello, luego de dejar un tiempo para la creatividad e imaginación, se incitaba a recortar y formar alguna "figura conocida" y arribar a la expresión deseada. Si no se lograba lo esperado, el docente procedía a indicar: "Ahora en la figura que quedó continúa recortando el rectángulo de lados *x* e *y*, para finalmente moviendo las piezas constituir un nuevo rectángulo. Una vez armado este último rectángulo, escribe el área del mismo." El propósito era llegar aquí a que el área es *(x+y) (x-y)*.

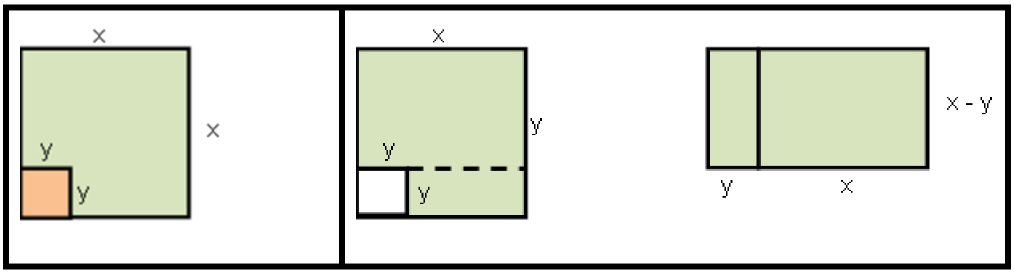


Figura 6. Piezas físicas de rompecabezas para descubrir la diferencia de cuadrados

La intención fue descubrir así la diferencia de cuadrados, al ver que se trataba de la misma pieza original que, al ser reorganizada, conserva el área. Del mismo modo que en los casos anteriores, se invitó a los grupos a diseñar rompecabezas que involucran "diferencia de cuadrados" para retar a sus compañeros.

Para seguir explorando esta identidad, se propuso continuar como se hizo con anteriormente, por medio de adivinanzas: "Piensa un número (distinto de cuatro) y elévalo al cuadrado. Réstale dieciséis. Divide el resultado por el número que pensaste menos cuatro unidades. Finalmente, réstale tu número original a este último resultado."

Vislumbrando que el resultado era cuatro, independientemente del número escogido para comenzar, se pedía a los estudiantes que trataran de identificar y escribir lo sucedido, como en los casos anteriores. Luego de un tiempo de trabajo grupal, se disponía a exponer las diferentes versiones presentadas, para arribar finalmente a la expresión algebraica que la figura 7.

$$\frac{x^2-16}{x-4}-x=\frac{(x+4).(x-4)}{x-4}-x=\frac{(x+4).\cancel{(x-4)}}{\cancel{x-4}}-x= x+4-x=4$$

Figura 7. Expresión algebraica asociada a la adivinanza que involucra diferencia de cuadrados

En base a la expresión, nuevamente se hizo evidente la necesidad de que el número a utilizar sea distinto de cuatro. Asimismo, siguiendo este camino, se plantearon adivinanzas a los estudiantes para trabajar y comentar en forma grupal.

3.1.4 Propuesta en relación al trinomio cuadrado perfecto

Continuando con las identidades algebraicas, para el trinomio cuadrado perfecto se dividió la clase en dos partes. A su vez en cada una de ellas se trabajó con pequeños grupos. A una de las partes se le brindó cuadrados y rectángulos, como los señalados en la columna izquierda de la figura 8, orientando a los estudiantes del siguiente modo: "Escribe el área total de las siguientes piezas. A continuación, arma con ellas un cuadrado y escribe el área del mismo." A la otra parte de la clase se le propuso tomar un cuadrado y armar con él su propio rompecabezas, siguiendo las indicaciones: "Trazar dos rectas perpendiculares de forma tal que queden determinadas cuatro zonas: dos cuadrados y dos rectángulos congruentes. Llama *x* al lado del cuadrado de área mayor e *y* al de área menor.

Luego intenta expresar de dos formas distintas el área del cuadrado original.” El objetivo pensado para ambas partes de la clase fue que los estudiantes pudieran construir el cuadrado de segunda columna de la figura 8, para finalmente arribar a la identidad involucrada: $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$.

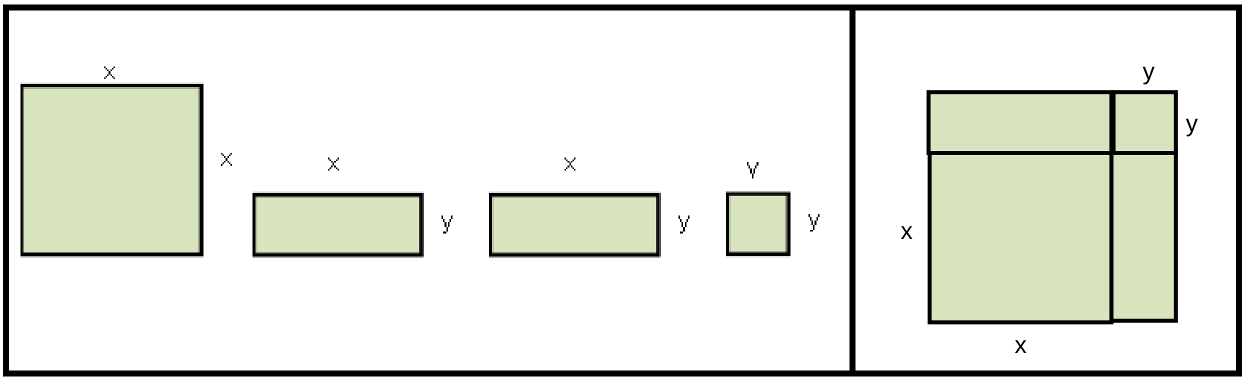


Figura 8. Piezas físicas de rompecabezas para descubrir el trinomio cuadrado perfecto

Al igual que en los casos anteriores, se invitó a los grupos a diseñar rompecabezas que involucran “trinomios cuadrados perfectos” para desafiar a sus compañeros.

Continuando de la misma manera, se propuso nuevamente una adivinanza: “Sabiendo que A=1, B=2, C=3 y así sucesivamente según el abecedario, encuentra un animal acuático que comience con la letra que se corresponde con el resultado del siguiente cálculo: Piensa un número (distinto de cero) y súmale tres. Al resultado elévalo al cuadrado y réstale nueve. Divide el resultado obtenido anteriormente por el número pensado al comienzo. Por último, a este nuevo resultado réstale nuevamente el número que habías pensado.”

Al concordar en que el primer animal en que la mayoría pensó fue una foca, se propuso a los estudiantes realizar el planteo algebraico para ver que en mediante el mismo se llegaba al número seis (como lo muestra la figura 9), que se corresponde en el abecedario con la letra F. Además, se hizo notoria la necesidad de que el número elegido debía ser distinto de cero.

$$\frac{(x+3)^2-9}{x}-x=\frac{x^2+6x+9-9}{x}-x=\frac{x^2+6x}{x}-x=\frac{x(x+6)}{x}-x=\frac{\cancel{x}(x+6)}{\cancel{x}}-x=x+6-x=6$$

Figura 9. Expresión algebraica asociada a la adivinanza que involucra al trinomio cuadrado perfecto

Luego, continuando de la misma manera que en los casos anteriores, se propusieron adivinanzas que involucraban el trinomio cuadrado perfecto para que, en forma grupal, verificaran los resultados y compartieran con sus compañeros.

3.1.5 Propuesta en relación al cubo de un binomio

Cautivar a los estudiantes y ayudarlos a la internalización de los contenidos continuó siendo primordial de la experiencia. Cabe mencionar que resulta atractivo e interesante el trabajo mediante rompecabezas, pero a medida que se complejizan los casos de factoreo, aumenta el tiempo que requiere el armado físico de los mismos para su lectura geométrica. Teniendo en cuenta este factor, para el desarrollo del cubo de un binomio mediante rompecabezas, se les pidió a los estudiantes que previamente y de manera grupal, realizaran la construcción de los cuerpos involucrados. Para ello se les brindaron instrucciones detalladas con suficiente tiempo de antelación. No obstante, este trabajo se debió realizar casi en su totalidad en clase, pues no pudieron abordar o lograr dicho armado. Aprovechando entonces el tiempo destinado para esta actividad, se conversó en clase acerca del cubo (como cuerpo geométrico) y sus propiedades; puesto que si bien se trata de un tema que los estudiantes deberían traer conocido (por formar parte de los contenidos mínimos de la escolarización previa), resultó ser la primera vez que oían hablar del tema. En la figura 10 puede verse un grupo de estudiantes armando el cubo de un binomio.

Figura 10. Estudiantes trabajando en el armado del cubo de un binomio

Una vez armado el cubo de un binomio mediante rompecabezas (como puede verse en la imagen inferior derecha de la figura 10), se trabajó en cada grupo en la búsqueda de su volumen, por medio de la suma de cada cuerpo involucrado, para luego relacionarlo con el volumen del cubo de lados "*x+y*", que es: volumen=$(x+y)^3$ =(x+y).(x+y).(x+y). Al cabo de un tiempo de trabajo y considerando las respuestas de los estudiantes, se procedió a revelar la fórmula del cubo de un binomio: $(x+y)^3= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$.

Luego se continuó trabajando con la siguiente adivinanza: “Piensa en dos números (que sean distintos de cero), súmalos y eleva dicha suma al cubo. Ahora suma el cubo de cada uno de los números, y resta esa suma al número anterior. Por último, divide lo que te queda por el triple de la multiplicación de los dos números originalmente pensados.” El desafío fue lograr escribir algebraicamente por qué la respuesta era “*la suma de los dos números pensados*”. La resolución algebraica se trabajó en los pequeños grupos y luego de un tiempo se realizaron puestas en común, para llegar efectivamente a la expresión correcta, que se muestra en la figura 11. También, como en los casos anteriores, se hizo notoria la importancia de que ambos números a utilizar sean distintos de cero.

$$\frac{(x+y)^3-(x^3+y^3)}{3xy}=\frac{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3-(x^3+y^3)}{3xy}=\frac{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3-x^3-y^3}{3xy}=$$

$$\frac{\cancel{x^3}+3x^2y+3xy^2\cancel{+y^3}-\cancel{x^3}\cancel{-y^3}}{3xy}=\frac{3x^2y+3xy^2}{3xy}=\frac{\cancel{3xy}(x+y)}{\cancel{3xy}}=x+y$$

Figura 11. Expresión algebraica asociada a la adivinanza que involucra el cubo de un binomio

Para continuar el trabajo en clase se les propuso a los estudiantes pensar adivinanzas sobre el tema en grupos y con ellas retar a sus compañeros.

3.2 Propuesta en pandemia y enseñanza semi-virtual

Durante la contingencia sanitaria se debió reformular la propuesta, amoldándose a las plataformas virtuales y herramientas digitales. Pensando en lograr el interés de los estudiantes, para iniciar la unidad de expresiones algebraicas se realizaron dos propuestas.

La primera fue el juego interactivo, por medio de plataformas sincrónicas virtuales, entre docente y estudiantes, utilizando rompecabezas similares a los que se muestran en las figuras 1, 4, 6, 8 y 10. De este modo, entre todos los participantes se buscó acomodar en forma conjunta los rectángulos (paralelepípedos en el caso de cubo de un binomio), para luego arribar a la identidad algebraica analizada en cada caso (factor común, factor por grupos, cuadrado o cubo de un binomio, diferencia de cuadrados).

La segunda propuesta fue el planteo de adivinanzas. En busca de red social en la que los estudiantes se sintieran familiarizados y atraídos, las mismas fueron realizadas a través de videos hechos en TikTok. En ellos se presentaron adivinanzas cuya respuesta la docente acertaba, como si fuera casualidad. Sabiendo que no lo era, se les pedía a los estudiantes que pensaran cómo fue esto posible, intentando así arribar a la justificación algebraica. Se realizaba una puesta en común en las clases sincrónicas virtuales, en las que entre todos los participantes se iba escribiendo la expresión algebraica (en una pizarra google jamboard), como se hizo en las figuras 2, 5, 7, 9 y 11. En el Anexo I se encuentra la dirección web donde se pueden ver algunos de los videos mencionados.

3.3 Seguimiento y evaluación continua

Acompañando la propuesta de rompecabezas y adivinanzas, tanto en pre-pandemia como en los tiempos de escolarización virtual, para afianzar los contenidos trabajados y poder realizar un seguimiento del aprendizaje, los estudiantes realizaron ejercicios de factorización de índole tradicional, revisados por la docente a cargo. Asimismo, para que dicha práctica resultara más amena, se ofrecieron diversos sitios web , cuidadosamente seleccionados, diseñados para tal fin (como por ejemplo https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics-multiplying-factoring/x2f8bb11595b61c86:factor-difference-squares/a/factoring-quadratics-difference-of-squares, http://algebrafactoreo7.blogspot.com/p/ejercicios-resueltos.html) y applet de GeoGebra autoevaluables (por ejemplo https://www.geogebra.org/m/rh3wgFmE, https://www.geogebra.org/m/XZnZBH7n). Además, se ofrecieron páginas de internet que permiten al estudiante manipular, conjeturar y verificar sus propuestas (por ejemplo https://www.geogebra.org/m/JjPAnhMs, https://www.geogebra.org/m/zsdWF7tH). Siguiendo esta misma línea, se utilizaron juegos en otras plataformas como Quizizz, que sirvieron no solamente como práctica para los estudiantes sino también como inicio de cada clase, a modo de repaso y revisión de los temas vistos (por ejemplo https://quizizz.com/admin/quiz/5ef92b38a96493001be9a593?source=quiz_page, https://quizizz.com/admin/quiz/5ecdf24c8dc5c2001bf9a0c7?source=quiz_page)

Los sitios web mencionados se utilizaron tanto en forma sincrónica (en clase) como asincrónica, de manera individual y/o grupal.

Para evaluar la unidad de expresiones algebraicas, además de lo antes mencionado, se pidió la realización de un trabajo práctico, de manera individual o de pequeños grupos. En él se debían realizar acertijos o adivinanzas, cuya respuesta se justificara algebraicamente. Además, se les pedía exponer a sus compañeros lo realizado, presentando sus propuestas y mostrando a continuación la justificación adecuada. Las consignas del trabajo solicitado se encuentran en el Anexo II.

Asimismo, para cerrar el tema se realizó un examen escrito en forma individual, buscando evaluar los aprendizajes, con un formato similar al pedido en las actividades tradicionales dadas.

Para la calificación final de cada estudiante se consideró todo lo realizado, es decir, el desempeño y la participación en las clases (presenciales o virtuales), la realización del Trabajo Práctico de la unidad propuesto y el examen escrito individual.

Finalmente, con fines de enriquecer estas experiencias, se realizaron pequeñas entrevistas a los estudiantes, con buena calificación o no en la evaluación, para consultar cómo les resultaron las experiencias realizadas.

4. Lectura y muestra de las propuestas realizadas

En relación al trabajo con rompecabezas, en el que se buscó realizar una lectura geométrica del caso de factoreo involucrado, se encontró que los estudiantes mostraron interés en “ensamblar” las piezas para poder formar/hallar lo pedido, como si fuera un desafío. Esto favoreció la traducción de dicho armado a su escritura algebraica, de la mano del traspaso de elementos concretos y visibles, a la abstracción mediada por la/s variable/s. Asimismo, este trabajo con rompecabezas se reforzó con los applet utilizados.

En cuanto a la propuesta mediante adivinanzas o acertijos, la intriga y el deseo de entender cómo es posible arribar al resultado correcto, parece haber sido el hilo conductor de la actividad. Las ansias de retar a los compañeros con sus propios acertijos, hizo el resto.

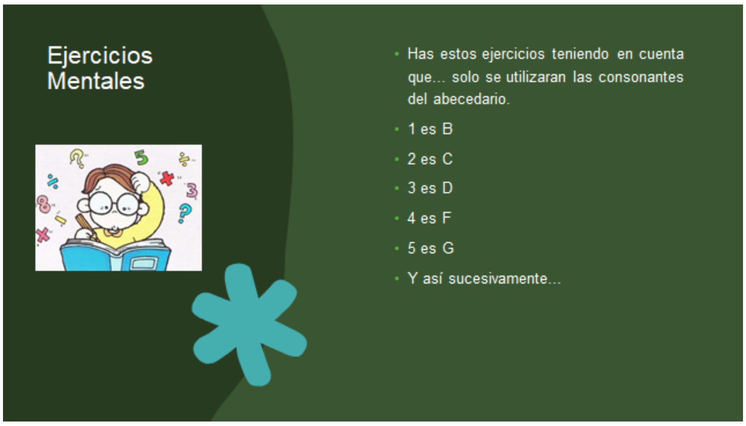
Con ambas experiencias se buscó alcanzar la abstracción y generalización. En las expresiones algebraicas trabajadas se observó la necesidad, así como la utilidad, de factorear para poder continuar el camino y hallar o verificar soluciones. Del mismo modo, se vio favorecido el reconocimiento de las características propias de cada caso de factoreo.

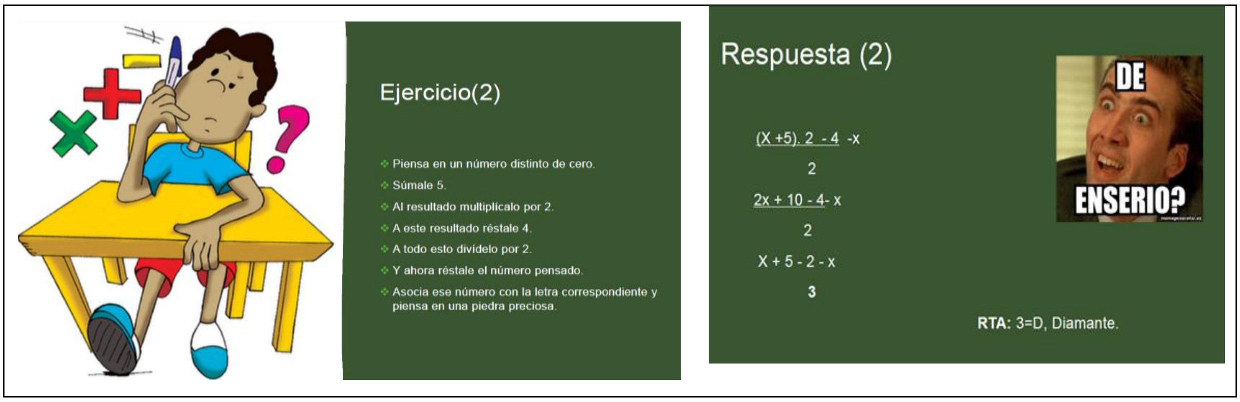
Estas estrategias de trabajo con los estudiantes, en las que ellos se debieron involucrar, no insumieron cantidad de tiempo extra en relación al utilizado en la enseñanza tradicional de los mismos contenidos. Lo que resulta ponderable, ya que como es sabido, en el diseño y planificación de actividades el tiempo siempre es un factor condicionante.

El trabajo práctico grupal propuesto a realizarse a través de un programa o aplicación a elección, aportó propuestas interesantes por parte de los estudiantes. La exposición de cada grupo ante sus compañeros fue un juego, resultando sumamente entretenida, primando el interés motivado por la inquietud de hallar la respuesta correcta. Cada grupo al acertar la adivinanza de otros equipos, iba sumando puntos, llevando al equipo ganador (con más aciertos), a la obtención de un premio: ¡una caja con golosinas que ellos mismos se ocuparon de completar! Cabe señalar que, si bien algunos estudiantes necesitaron cierta orientación para el armado del trabajo, la ayuda fue brindada por la docente a cargo, de manera personal y/o virtual, cada vez que lo solicitaron.

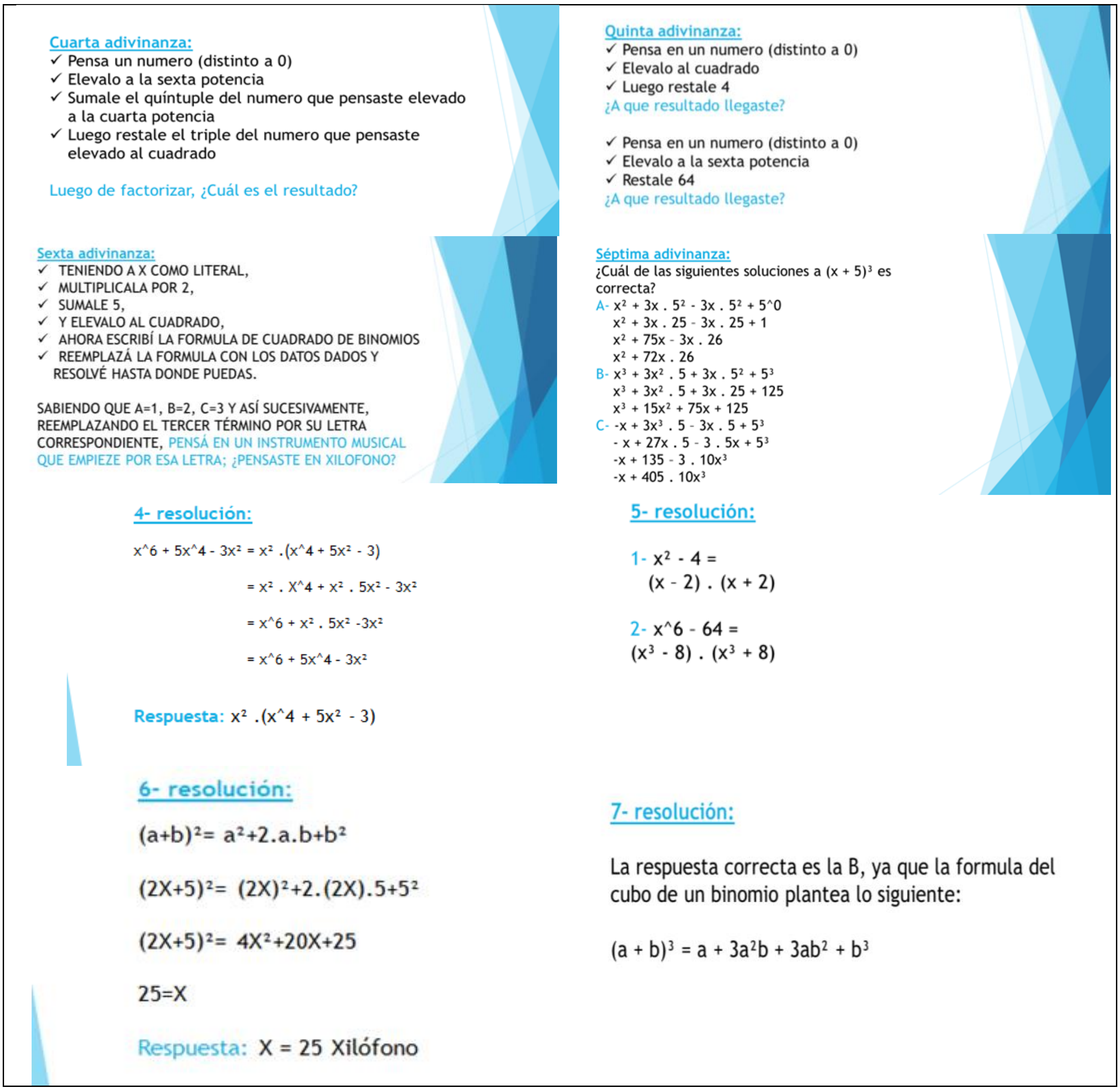
4.1 Trabajos presentados por los estudiantes

Se presentan a continuación, a modo de ejemplo, una muestra de segmentos de trabajos entregados por los estudiantes. En los trabajos exhibidos puede verse en primer lugar el esmero de los estudiantes en lograr una presentación que respondiera a la consigna dada, pero que también fuera agradable y atractiva.



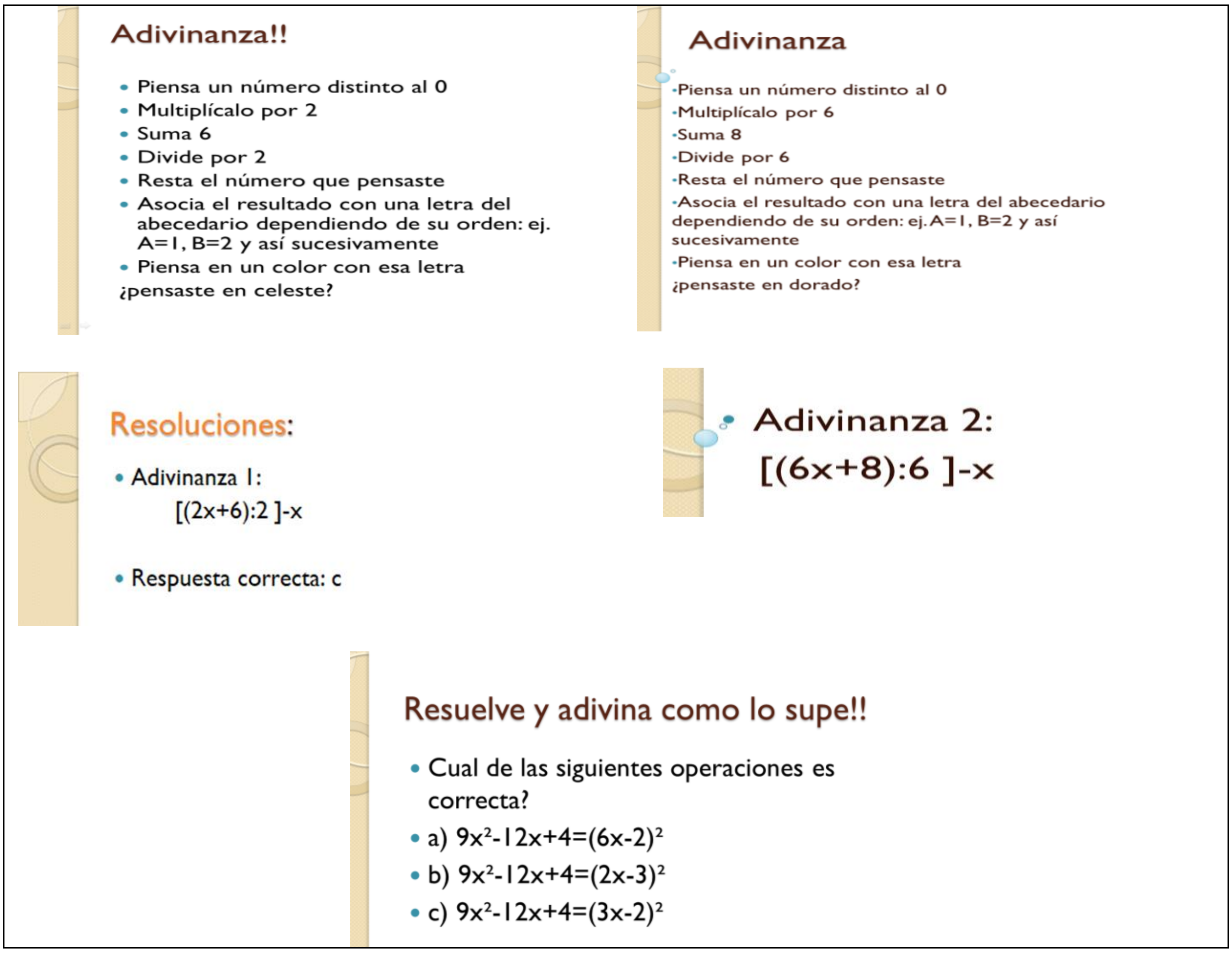


Trabajo 1. Segmento de diapositivas presentadas por una estudiante

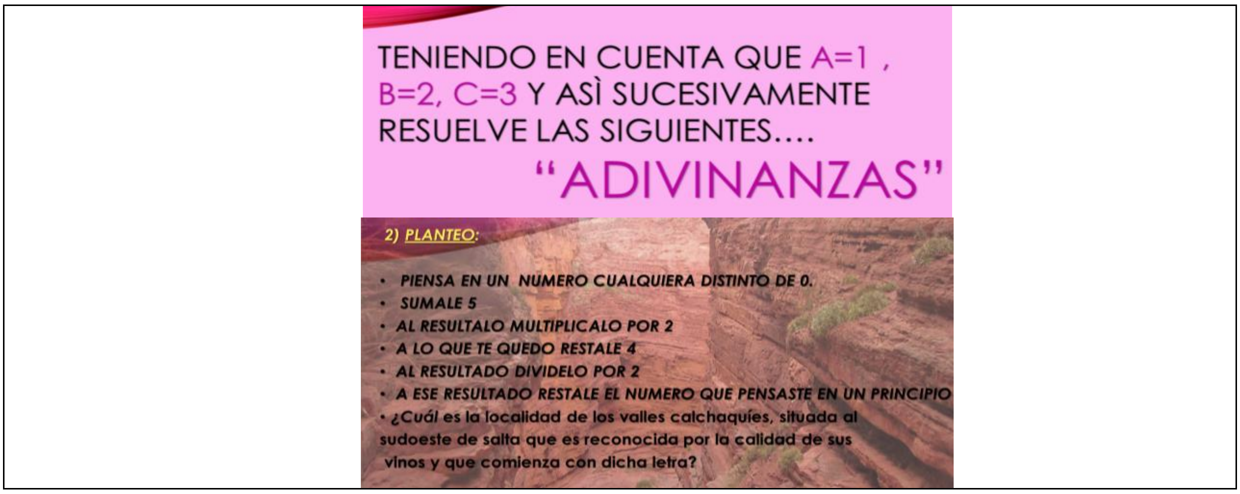


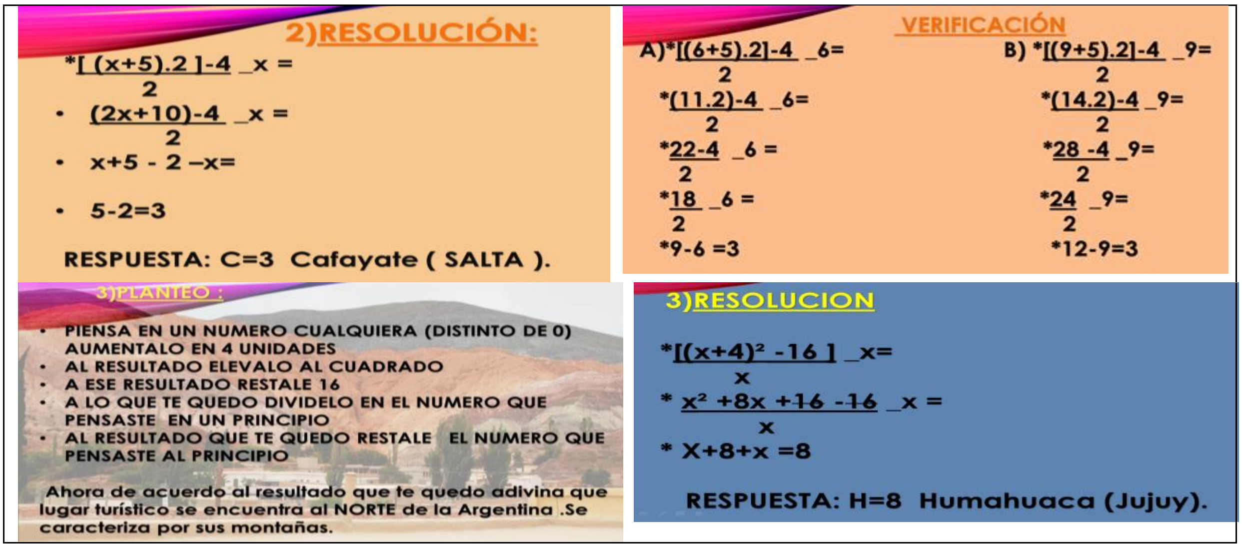
Trabajo 2. Segmento de diapositivas presentadas por un grupo de tres estudiantes

Puede observarse en las redacciones realizadas por los estudiantes la falta de algunas tildes en las palabras, por ejemplo, en los Trabajos 1 y 2. No obstante, se evidencia en general esfuerzo, coherencia y concordancia con los contenidos tratados. Asimismo, la presentación de las diapositivas y las diferentes animaciones utilizadas en la misma, mostraron un buen desenvolvimiento de los estudiantes en el uso del programa.



Trabajo 3. Segmento de diapositivas presentadas por una estudiante





Trabajo 4. Segmento de diapositivas presentadas por un grupo de tres estudiantes

En algunos casos, como en el Trabajo 4, además de la justificación se agregó en la presentación la verificación del resultado hallado. En la misma puede observarse la utilización puntual de dos valores específicos, mostrando la necesidad que todavía tienen los estudiantes de utilizar datos concretos, restando certeza a la resolución analítica correcta presentada mediante la resolución genérica. Nuevamente puede advertirse el esfuerzo en el trabajo realizado, los dibujos y animaciones propuestos en las diapositivas. En el Anexo III se encuentran links que direccionan a presentaciones realizadas por los estudiantes para el Trabajo Práctico pedido, en los que pueden apreciarse diferentes recursos y animaciones, así como también algunas que fueron diseñadas de manera más interactiva.

5. Otras aplicaciones de los rompecabezas, TikTok y adivinanzas

La propuesta comentada también se desarrolló y utilizó en otras situaciones para la factorización de polinomios y expresiones algebraicas. Una de ellas fue en un cuarto y un quinto año, de otra escuela del distrito de Quilmes, provincia de Buenos Aires, Argentina. En este caso se utilizaron los rompecabezas, adivinanzas y TikTok para presentar y comentar los casos de factoreo, frente al desconocimiento de los estudiantes de los mismos. Estos se trabajaron como base para poder luego comenzar con el estudio de las funciones polinómicas, que es el contenido específico de dicho año.

También se utilizó esta propuesta en un sexto año en una escuela del mismo distrito, pues los estudiantes también tenían carencias en relación a estos temas. Se recurrió a ellos como base previa y necesaria, para poder abordar luego el tema límite de una función, ya que para salvar ciertas indeterminaciones es fundamental la correcta factorización y posterior simplificación de expresiones.

En ambas situaciones el tiempo utilizado para trabajar los rompecabezas y adivinanzas fue notoriamente menor que en el tercer año, debido a que, como se señaló, no son temas a introducir en cuarto, quinto o sexto año. Pero es destacable que resultaron de suma utilidad para el aprendizaje de los mismos, sobre todo en lo que respecta a los TikTok, que, por llamar poderosamente la atención de los estudiantes, los llevó a interesarse por apropiarse de los contenidos.

6. Comentarios

La motivación en los estudiantes es fundamental para que la clase se lleve a cabo en un clima adecuado y les permita apropiarse de los contendidos que se trabajan; más aún, para que consideren necesario su aprendizaje.

La factorización de polinomios es esencial para posteriormente poder abordar las funciones polinómicas, ambas forman base de temas más complejos a estudiarse en la escolarización posterior. Resulta entonces de primordial importancia que la factorización sea para los estudiantes un contenido ameno, abordable, útil y al alcance de sus manos. Esto fue lo que motivó la elaboración y realización de las estrategias presentadas.

Asimismo, al entrevistar a los estudiantes, en su mayoría reconocieron que lograron involucrarse y sentirse atraídos, que su trabajo fue más bien un juego, que resultó agradable aprender de este modo. Reflejaron respuestas positivas, haciendo notar que se logró captar su interés; principalmente al tratarse de encontrar la solución a los acertijos o adivinanzas.

A la hora de la evaluación de índole tradicional, los resultados fueron buenos (lo que puede verse en el general de las notas obtenidas), pudiéndose desprender así que el trabajo realizado en clase con los rompecabezas y luego en la preparación del trabajo práctico, favoreció la apropiación de las expresiones algebraicas y su factorización.

La exposición de los trabajos, presentados ante sus compañeros como un juego, llevó a que los estudiantes se entusiasmaran y se esforzaran no solo por acertar correctamente, sino también por entender los contenidos tratados. La participación activa es un factor que beneficia el aprendizaje. Resulta fundamental que los educadores indaguen en estrategias motivadoras, didáctico-matemáticas, que lleven a los estudiantes a un aprendizaje reflexivo a través de argumentos lúdicos (Malaspina Jurado, 2021).

Referencias bibliográficas

Ballén Novoa, J. O. (2012). El álgebra geométrica como recurso didáctico en la factorización de polinomios de grado dos. Trabajo realizado a fin de Master. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/10836

Campos Nava, M. y Torres Rodríguez, A. A. (2017). Las tareas de aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas a distancia. *Revista Mexicana de Bachillerato a Distancia*, *19*(17), 142-149. http://dx.doi.org/10.22201/cuaed.20074751e.2017.17.64975

Del Río, L. S. (2022). Microjuegos creados con GeoGebra: su rol durante la virtualización de la enseñanza por la pandemia y… ¿después? *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, *18*(64). https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/660

Fernández, F. (1997). Evaluación de competencias en álgebra elemental. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

García Azcárate, A. (2019). Matemáticas con juegos: Aprender y disfrutar. *Épsilon*, 101, 11-28. https://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es.epsilon/files/epsilon101_2.pdf

García Suárez, J., Segovia, I. y Lupiáñez, J. L. (2011). Errores y dificultades de estudiantes mexicanos de primer curso universitario en la resolución de tareas algebraicas. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 145-155). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2018/1/GarciaSegoviaLupianez2011.pdf

Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza*. Conferencia en las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, Santa Cruz de Tenerife, 10-14 Septiembre. Recuperado de http://www.mat.ucm.es/cosasmdg/cdsmdg/05edumat/remediosfracasouniv/laboratorio99/tercera%20parte/juemat/juemat.htm

Jiménez Esteban, D. C. y Márquez Porras, Y. R. (2009). El juego como recurso didáctico para reforzar métodos de factorización en el octavo grado. Trabajo realizado a fin de Licenciatura en Matemáticas. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. Recuperado de https://docplayer.es/7801602-El-juego-como-recurso-didactico-para-reforzar-metodos-de-factorizacion-en-el-grado-octavo-diana-carolina-jimenez-esteban-yudy-rosmira-marquez-porras.html

Kieran, C. (2006). Research on the learning and teaching of algebra. A broadening of sources of meaning. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematical education: Past, present and More* (pp. 11-49). Rotterdam: Sense Publishers.

Malaspina Jurado, U. (2021). Rompecabezas geométrico e indagaciones didáctico-matemáticas. *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, *17*(63). https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/471

Martínez, Oswaldo (2007). Matemágica: un mundo de posibilidades. *Educere, 11*(37), 223-232. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35603707

Papini Maria Cecilia. (2003). Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 6*(1). 41-71. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33560103

Paralea Medina, M. M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. Tesis doctoral. Universidad de la Laguna. http://riull.ull.es/xmlui/handle/915/21205

Socas, M. M., Palarea, M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 14*, 7-24.

Rizzo, K., Roumieu, S. (2000). *"Matemática polimodal I"*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Sainte Clare.

Rizzo, K., Roumieu, S., Berini, F., Costella, H. (2014). Alternativas diferentes para favorecer la enseñanza de los casos de factoreo. *Cuartas Jornadas de Ingreso y Permanencia a Carreras Científico-Tecnológicas*. Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Rosario. Santa Fe, Argentina.

Rojas Marticorena, I. R. (2010). Juegos lógicos como recurso didáctico en el logro de competencias matemáticas. *Revista Premisa, año 12*(44), pp. 36-43. http://funes.uniandes.edu.co/23024/1/Rojas2010Juegos.pdf

Sánchez Pachas, C.I. (2020). Herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas durante la pandemia COVID-19. *Revista Hamut´ay 7*(2), 46-57. http://dx.doi.org/10.21503/hamu.v7i2.2132

Tobeña, V. (2020). Pensar el futuro de la escuela desde comunidades de prácticas. Claves desde TikTok. *Dilemata*, (33), 221–233. https://www.dilemata.net/revista/index.php/dilemata/article/view/412000363

Torres Rodríguez, A. A., Campos, N. M., Morales, M. L., & García, M. O. (2021). Aprendizaje de las Matemáticas durante la pandemia del COVID-19: el actuar de alumnos y docentes ante la transición de lo presencial a on-line. *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, *17*(63). https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/432

Villabrille. B. (2005). El juego en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Premisa, 7*(24), 16-22. http://funes.uniandes.edu.co/23129/1/Villabrille2005El.pdf

Vitabar, F. (2021). ¿Vale la pena ludificar el aula de matemática? *UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, *17*(62). https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/369/192

Karina Amalia Rizzo. Profesora en Matemática, Instituto Superior de Formación Docente y Técnica Nº24 (ISFDyTNº24), Licenciada en Educación, Universidad Nacional de San Martín (UNSAM), Especialista Docente de Nivel Superior en Educación y TIC, por el Instituto Nacional de Formación Docente (INFD), Argentina. Doctoranda en Enseñanza de las Ciencias, mención matemática, en Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), Argentina. Creadora y Organizadora del Concurso FotoGebra. E-mail: karinarizzo71@gmail.com ORCID http://orcid.org/0000-0001-9481-1477

Luciana Volta. Profesora en Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (UNR). Magíster en Educación en Ciencias con mención en Matemática, Facultad de Ingeniería (UNCo). Se desempeña como Profesor Adjunto en la Universidad Nacional de Quilmes (UNQ) y en la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ), Argentina. E-mail: lvolta@unq.edu.ar ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9204-5983.

Anexo I

Links videos adivinanzas en TikTok

Los siguientes links direccionan a videos con los que la docente inició la unidad de expresiones algebraicas, planteando adivinanzas en las que la respuesta es siempre la misma. De la cual puede verse que no es casualidad, sino que el fundamento es la simplificación de la expresión algebraica a través de la factorización.

https://www.tiktok.com/@karinaamaliariz0/video/6856492225468173573

https://www.tiktok.com/@karinaamaliariz0/video/6860592930919435526

Anexo II

Enunciado del Trabajo práctico pedido a los estudiantes sobre la unidad temática Expresiones Algebraicas

Trabajo Práctico de "Expresiones Algebraicas"

Utilizando un programa o aplicación a elección, y de a grupo de tres o cuatro personas, plantear adivinanzas y/o acertijos que requieran de *"Expresiones Algebraicas"* para su resolución o verificación (como los propuestos en clase por la docente).

Los grupos deberán crear enunciados donde para resolverlos tengan que utilizar TODOS los contenidos desarrollados en la unidad (operaciones con expresiones algebraicas, factor común, diferencia de cuadrados, cuadrado de un binomio, cubo de un binomio. Incluir como mínimo una adivinanza/acertijo por tema.

Además de la creación y redacción, también se solicita la resolución/verificación de cada uno. Una vez entregado el trabajo, se acordará una fecha para presentar el trabajo.

En el momento de la presentación, cada grupo mostrará a sus compañeros las adivinanzas/acertijos, quienes en un determinado tiempo deberán arribar a la solución.

Finalmente, el grupo mostrará su resolución y se contrastará con la de los compañeros.

A modo de ejemplos:

- ✓ *"Sabiendo que A=1, B=2, C=3, y así sucesivamente según el abecedario, encuentra un animal acuático que comience con la letra que se corresponde con el resultado del siguiente cálculo: Piensa un número (distinto de cero) y súmale tres. Al resultado elévalo al cuadrado y réstale nueve. Divide el resultado obtenido anteriormente por el número pensado al comienzo. Por último, a este nuevo resultado réstale nuevamente el número que habías pensado." RTA: ¿¡¡A que pensaste en una foca!!? ¿Hay una ciudad turística de nuestro país que pueda identificarse con dicho animal? ¿Puedes mencionar otro animal marino que haga referencia a una ciudad turística?*
- ✓ *Sugerencia: adiciona fotos del lugar.*

Fecha de entrega: cuentan con dos semanas para la realización de esta actividad.

Anexo III

Links que direccionan a presentaciones realizadas por los estudiantes para el Trabajo Práctico pedido.

En los siguientes enlaces se encuentran algunos de los trabajos realizados por los estudiantes, en los que se aprecian los diferentes recursos y animaciones utilizadas en las presentaciones, así como el esmero e interés invertido.

https://docs.google.com/presentation/d/1zOLGxCixJMOqPpgBRyIY2fWR6wFXuiNF/edit?usp=sharing&ouid=118331506985305802404&rtpof=true&sd=true

https://docs.google.com/presentation/d/19C6ldPokys92qEvNRoYPr45silsTLR6Z/edit?usp=sharing&ouid=118331506985305802404&rtpof=true&sd=true

https://docs.google.com/presentation/d/1AAbY9IXToJv-pAU6kc8ugAR_l75PmqZo/edit?usp=sharing&ouid=118331506985305802404&rtpof=true&sd=true

Asimismo, los siguientes links muestran presentaciones interactivas realizadas por los estudiantes.
https://docs.google.com/presentation/d/1ovbnbT_AicdJPojercYlIoUyGnUOlebJ/edit?usp=sharing&ouid=118331506985305802404&rtpof=true&sd=true

https://docs.google.com/presentation/d/1NgBQVeG6fykXan-yRa8Ths5a40qPEU0X/edit?usp=sharing&ouid=118331506985305802404&rtpof=true&sd=true