

## Aspectos históricos, sociales y educativos de la orientación espacial

Margherita Gonzato; Juan D. Godino

### Resumen

En este trabajo realizamos una breve síntesis histórica de la cartografía como campo de la actividad humana en la que se ponen en juego habilidades de orientación espacial. Así mismo, referimos la presencia de estas habilidades en diversas profesiones y el uso de nuevos recursos tecnológicos que facilitan la orientación espacial. Esta información es útil para abordar la enseñanza del tema incluido en las directrices curriculares de la escuela primaria y secundaria

### Abstract

In this paper we propose a brief historical overview of cartography as a field of human activity which uses abilities of spatial orientation. Moreover, we write about the presence of these skills in various professions and the use of new technological resources that facilitate spatial orientation. This information is useful to the teaching of this subject which is present on the curriculum of primary and secondary school

### Resumo

Neste trabalho realizamos uma breve síntese histórica da cartografia como campo da actividade humana na que se põem em jogo habilidades de orientação espacial. Assim mesmo, referimos a presença destas habilidades em diversas profissões e o uso de novos recursos tecnológicos que facilitam a orientação espacial. Esta informação é útil para abordar o ensino do tema incluído nas directrizes curriculares da escola primaria e secundária..

### 1. Introducción

El desarrollo de habilidades de orientación espacial es un objetivo incluido en las directrices curriculares. Así, en el Decreto de Enseñanzas Mínimas del MEC para la educación primaria (6-11 años), área de matemáticas (MEC, 2006a), se indica que en el primer ciclo se comienza con la descripción de posiciones y movimientos, en relación a uno mismo y a otros puntos de referencia, la interpretación y descripción verbal (uso de vocabulario geométrico) de croquis de itinerarios y su elaboración.

Los niños utilizan los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo, cerca-lejos y próximo-lejano. Se pretende evaluar las capacidades de orientación y representación espacial, teniendo en cuenta tanto el lenguaje utilizado en la descripción como la representación en el plano de objetos y situaciones. Progresivamente se pasa a los contenidos del segundo ciclo en los que se

introducen los planos y las maquetas, como representaciones elementales de espacios conocidos, la descripción de las posiciones y los movimientos en un contexto topográfico. En el tercer ciclo se pretende que los alumnos interpreten una representación espacial realizada a partir de un sistema de referencia y de objetos o situaciones familiares, se introduce el sistema de coordenadas cartesianas y la representación elemental del espacio con escalas y gráficas sencillas.

Por lo que se refiere a la enseñanza de la orientación espacial en secundaria obligatoria (12-16 años) observamos que por ejemplo el currículo español (MEC, 2006b) trata distintos aspectos del tema en diferentes materias: geografía (lectura e interpretación de mapas), matemática (coordenadas cartesianas y geográficas), educación física (recorridos de orientación), educación visual (uso de la perspectiva) y tecnologías (vistas y perspectivas de objetos y sistemas técnicos).

En este trabajo incluimos información que puede servir para justificar la inclusión del tema de la orientación espacial desde los primeros niveles educativos. Nos referimos al interés práctico de la elaboración e interpretación de mapas (cartografía) y a la aplicación de las habilidades de orientación espacial en distintas actividades profesionales y de la vida cotidiana. Esta información puede ser útil al profesor como fuente de motivación y sugerencia de posibles actividades para los alumnos. Comenzamos indicando algunas distinciones entre habilidades de orientación y visualización espacial.

## 2. Habilidades relacionadas con la orientación y la visualización espacial

Para resolver una tarea de Orientación Espacial, frecuentemente se requieren capacidades tanto de Orientación Espacial como de Visualización Espacial, y muchas veces están tan entrelazadas que puede ser difícil distinguirlas. Para McGee (1979) y Tartre (1990) una tarea es considerada de *Visualización Espacial* si requiere que toda la representación o una de sus partes sea movida o alterada mentalmente. La visualización espacial involucra “la habilidad de manipular, rotar, girar o invertir mentalmente un objeto presentado como estímulo visual, de dos o tres dimensiones” (McGee, 1979, p.893).

Como habilidades relacionadas a la visualización espacial, McGee propone:

1. la habilidad de imaginar la rotación de un objeto, el desarrollo de un sólido, los cambios relativos de posición de un objeto en el espacio
2. la habilidad de visualizar una configuración en la que hay movimiento entre sus partes
3. la habilidad de comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones, y manipular objetos en la imaginación
4. la habilidad de manipular o transformar la imagen de un modelo mental a otra disposición.

Por el contrario, para estos autores una tarea de *Orientación Espacial* no requiere el movimiento mental de un objeto, sino el cambio o el desplazamiento de la perspectiva percibida por el observador. McGee (1979) afirma que la Orientación Espacial “involucra la comprensión de la disposición de elementos con un patrón de estímulo visual, la aptitud de no confundirse cuando se cambia la orientación de una configuración espacial, y la habilidad de determinar la orientación espacial con

respecto al propio cuerpo” (p. 897). Como habilidades relacionadas a la Orientación Espacial, este autor propone:

- determinar las relaciones entre diferentes objetos en el espacio
- reconocer la identidad de un objeto cuando es observado desde diferentes ángulos, o cuando el objeto es movido
- considerar relaciones espaciales donde la orientación del cuerpo del observador es esencial
- percibir modelos espaciales y compararlos entre sí
- no confundirse cuando se varían las orientaciones con las cuales un objeto espacial es representado
- percibir modelos espaciales o mantener la orientación con respecto a objetos en el espacio.

De acuerdo con las definiciones de McGee, Diezmann y Lowrie (2009) ilustran un ejemplo de tarea de Visualización Espacial y un ejemplo de tarea de Orientación Espacial (fig. 1).

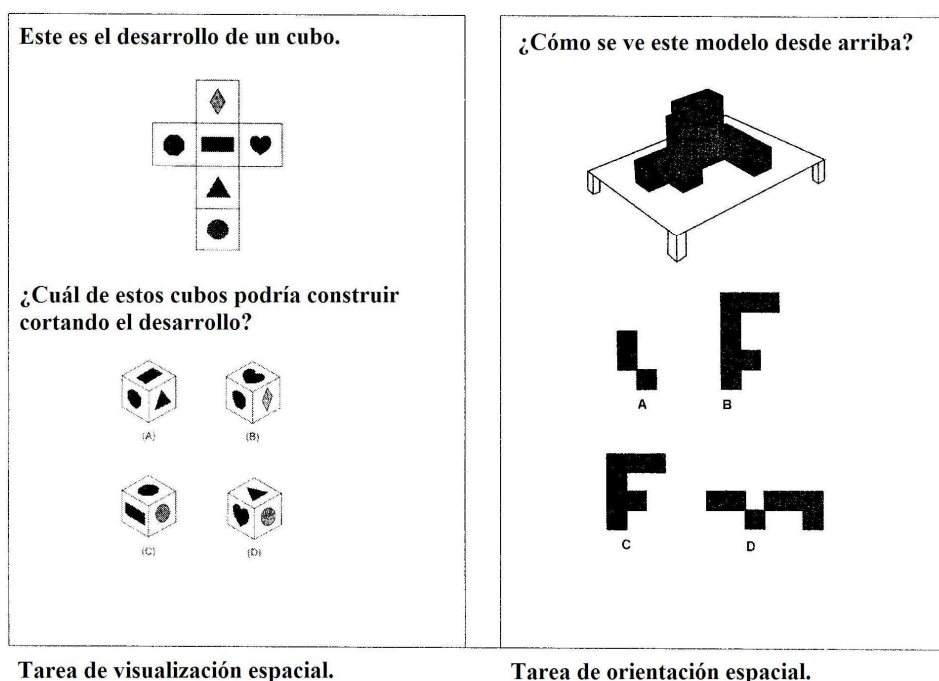


Fig. 1: Tareas de visualización y orientación espacial.

Las situaciones de orientación espacial comprenden diferentes tipos de tareas que podemos clasificar en dos grandes clases: la primera comprende las tareas que involucran la habilidad de orientarse en el espacio (interpretar y elaborar mapas de diferentes tipos de espacios, orientar mapas por medio de elementos naturales o con la brújula,...) y la segunda categoría incluye las tareas de orientación del propio cuerpo y de los objetos; se trata de actividades que requieren la capacidad de cambiar la perspectiva respecto de un objeto, o de una composición de objetos (por ejemplo la tarea de orientación espacial de la fig. 1).

Observamos que en cualquier tarea de Orientación Espacial están también involucradas habilidades de Visualización Espacial. Por ejemplo, en la lectura de un mapa que no sea orientado con respecto al espacio que representa, puede ocurrir (si no se puede mover el mapa) de tener que mover mentalmente la representación para que sea orientada con respecto a la realidad.

En este trabajo nos centraremos mayormente en la habilidad de Orientación Espacial, aunque muchas veces dicha habilidad está asociada a habilidades de Visualización Espacial.

### 3. Breve historia de la cartografía

Para poder comprender los procedimientos y las dificultades que están relacionadas con situaciones de Orientación Espacial describimos brevemente cómo y porqué nació la necesidad de representar el espacio a lo largo de los siglos y los procesos con los cuales la cartografía se convirtió en una disciplina científica<sup>1</sup>.

Es opinión común que todos los pueblos primitivos han tenido cierta forma de cartografía rudimentaria: meros trazos momentáneos en la tierra, en la piedra, huesos, piel, y pinturas murales. Parece que un estímulo que favoreció la redacción de mapas sea la propensión que tuvieron algunas comunidades al movimiento, al desplazamiento desde su lugar de origen.

Los historiadores tienen diferentes versiones sobre cuales pueden ser considerados los documentos cartográficos más antiguos de los que disponemos. Algunos de estos son incisiones sobre tablas de arcilla que representan descripciones esquemáticas del mundo o regiones, como, por ejemplo, la Tabla de Ga-Sur (fig. 2), atribuida a la época de la dinastía de Sargón de Akkad (2300 - 2500 aC).

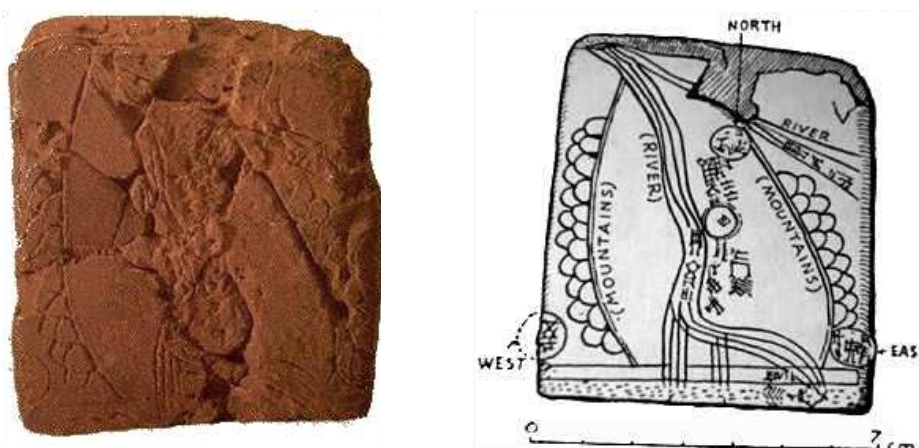


Fig. 2: Tabla de Ga-Sur y su posible interpretación.

<sup>1</sup> Esta síntesis se basa principalmente en Thrower (2002) y las imágenes son de dominio público en la web.

Los primeros mapas con fundamento científico provienen de Grecia y fueron elaborados por los filósofos que trataron de conjugar y reproducir con fidelidad las diferentes informaciones aportadas por viajeros diversos.

El primer intento de enfoque científico de la cartografía griega se encuentra con Dicearco de Messina (350 - 290 a. C.), filósofo griego, discípulo de Aristóteles, que señaló por primera vez la necesidad de una línea de referencia en una carta de la tierra conocida. Su línea iba de oeste a este, desde Gibraltar hasta Rodas (fig. 3). No se está seguro si él también indicó la necesidad de establecer una línea de referencia vertical.

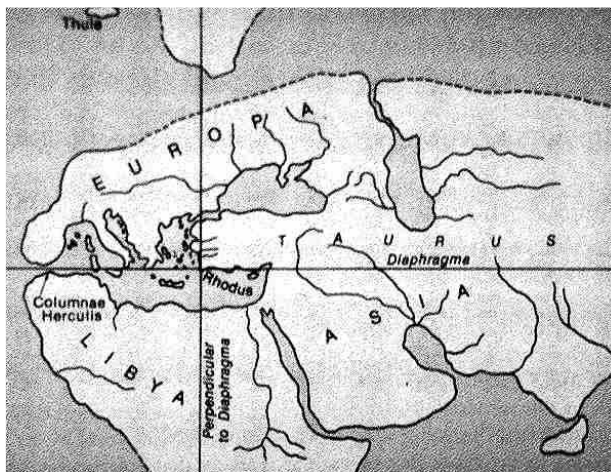


Fig. 3: Reconstrucción de la carta de Dicearco.

Posteriormente Eratóstenes (276 a 195 a.C.) sugirió que un cierto número de líneas fueran dibujadas en paralelo a una de referencia, pero no regularmente espaciadas.

Ptolomeo (ca. 100 - ca. 170 d.C.) recogió todos los conocimientos de sus predecesores y presentó en la *Geographike Syntaxis* el primer panorama completo del progreso cartográfico logrado hasta su tiempo. Publicó un método acerca de la determinación de coordenadas con base en meridianos y paralelos. Este tratado fue el trabajo teórico de referencia geográfica durante toda la Edad Media. La geodesia moderna se basa todavía en ciertos supuestos que figuran en este trabajo. Después de la obra de Ptolomeo y durante muchos siglos la cartografía se estancó y los marinos navegaban usando mapas improvisados.

Tenemos muchas referencias que dan testimonio de la existencia de mapas en la antigua Roma, por ejemplo los mapas esquemáticos que ilustran los textos de los clásicos latinos. Cuando se fundaba una colonia, o se subdividía un área, los planos se redactaban en doble ejemplar, uno sobre metal o piedra, para ser expuesto públicamente, y el otro sobre lino, para los archivos estatales. Aunque los documentos cartográficos que nos llegaron de la civilización Romana son pocos, se puede suponer que podían tener una predisposición a la construcción de mapas por diferentes factores: el gran número de carreteras a mantener, así como las guarniciones numerosas esparcidas por los cuatro rincones del imperio.

La construcción de las cartas náuticas en la Edad Media no se basó en principios matemáticos. En el siglo XIII el uso de la brújula magnética asociado a la rosa de los vientos permitió la elaboración de los primeros portulanos, que eran

cartas marítimas que detallaban las costas y los puertos y tenían como fondo una retícula trazada a base de los rumbos o líneas de dirección de la rosa de los vientos. En la fig. 4 se muestra un ejemplo de portulano de 1541 que perteneció a Vesconte Maggiolo y donde se representa Europa, Mediterráneo y África del Norte (Mapa de la Staatsbibliothek de Berlín).



Fig. 4: Portulano del 1541.

Los viajes y los grandes recorridos por las costas de África y América dieron un nuevo y gran impulso a la cartografía. A partir del siglo XVI se dibujaron los primeros atlas para uso comercial y se desarrollaron muchas técnicas de proyección y coordenadas para dibujar mapas. Se comenzó con un concepto correcto, según el cual el mapa debía estar provisto de una red de meridianos y paralelos. También se adoptó el concepto de ortogonalidad de los meridianos y los paralelos, pero introduciendo un error que se mantuvo durante mucho tiempo: establecida una cierta escala de graduación en la longitud, también se adoptó la misma escala para la graduación en la latitud.

Los cartógrafos que se ocupaban de las cartas de navegación utilizaron la proyección cilíndrica de la Tierra (obtenida al colocar una esfera representante de la Tierra dentro de un cilindro tangente a la esfera misma a lo largo del ecuador, y colocando el punto de vista de proyección en el centro de la misma esfera). En el siglo XVI, Mercator, al introducir el concepto de aumentar la latitud (aunque no en forma matemáticamente rigurosa), sentó las bases de las nuevas cartas de navegación. Desde entonces, la cartografía tuvo una connotación científica y fueron los gobiernos estatales que se hicieron cargo del trabajo.

La teoría de los logaritmos y el cálculo infinitesimal, creado por Leibniz (1648 - 1716) y Newton (1642 - 1727), dio una forma matemática rigurosa al concepto de latitud creciente y proporcionó las expresiones con las cuales tal magnitud puede ser calculada. Finalmente en el siglo XX empezaron a utilizarse fotos aéreas para dibujar mapas y posteriormente se desarrolló el uso de satélites y nuevas técnicas que permitieron una alta precisión de detalle, con los cuales se consigue explorar la totalidad de la superficie terrestre.

En síntesis podemos constatar que la necesidad de elaborar mapas está estrictamente relacionada con el desplazamiento de las personas (comunidades nómadas, exploradores, militares y comerciantes) y con la edificación de las primeras ciudades, para organizar el espacio: los barrios, las calles,...

El problema de la proyección de la esfera terrestre en el plano y de la introducción de un sistema de referencia para localizar puntos fue un proceso largo y dificultoso: la distancia entre paralelos, la ortogonalidad del retículo de meridianos y paralelos y sus graduaciones fueron cuestiones que emergieron de los filósofos griegos y llegaron hasta el renacimiento. Así, de un lado, gracias al descubrimiento de nuevas áreas del mundo, los mapas referían a espacios geográficos mayores, y de otro lado gracias al desarrollo del conocimiento científico y cartográfico se dotaron de un sistema de referencia. Otro aspecto interesante que emerge es el uso de instrumentos (brújula, satélites,...) que permitió elaborar mapas más precisos y orientarse en espacios con pocos puntos de referencias, como los mares.

Este breve estudio histórico sobre la cartografía nos orienta sobre posibles situaciones problemas a adaptar para el desarrollo de la Orientación Espacial en la educación primaria, como la exploración de lugares desconocidos con el objetivo de elaborar mapas, la lectura de mapas hechos por otros, el usos de diferentes tipos de simbologías, la introducción de sistemas de referencias para ubicar lugares,... En educación secundaria se podrían introducir otros sistemas de referencias (por ejemplo con coordenadas polares,...), se podrían proponer problemas relativos a los diferentes tipos de proyecciones del globo terrestre sobre el papel, estudiar sus propiedades, sus defectos y sus utilidades.

Un estudio más profundo de los errores cometidos a lo largo de la historia en la representación plana de espacios conocidos, nos podría también orientar sobre las posibles dificultades, las concepciones erróneas, y los obstáculos de los estudiantes.

#### 4. Nuevos sistemas de posicionamiento y de navegación

En diferentes campos de investigación y de trabajo se utiliza ahora un Sistema de Información Geográfica (SIG o GIS, en su acrónimo inglés). Por ejemplo, en la gestión de los recursos, la arqueología, la evaluación del impacto ambiental, la planificación urbana, la cartografía, la sociología, la geografía histórica, el marketing, la logística. GIS es una integración organizada de hardware, software y datos geográficos diseñados para capturar, almacenar, manipular, analizar y desplegar en todas sus formas la información geográficamente referenciada.

Un instrumento interesante de navegación es el GPS (Global Positioning System), que funciona mediante una red de satélites en órbita sobre el globo terrestre. Los terminales receptores GPS (Unidades GPS) indican la posición en la que están, informando sobre su latitud, longitud y altitud. Los receptores GPS se están incorporando en vehículos para dotarlos de un sistema de navegación. En todo momento este sistema informa sobre la posición exacta donde se encuentra el vehículo, el nombre de la calle y el sentido de marcha. Mediante un pequeño ordenador que lleva incorporados mapas de carreteras y planos urbano, puede servir para trazar distintos recorridos. Marcando los datos y las coordenadas geográficas, el ordenador indica el rumbo e, incluso, en qué calles o cruces puede girar el vehículo que lo integra.

Por otra parte existe diferente software que permite navegar sobre la superficie terrestre. Por ejemplo el programa informático de Google Earth (<http://earth.google.com/>) permite visualizar imágenes en 3D del planeta, combinando imágenes de satélite, mapas y el motor de búsqueda de Google, que permite ver imágenes a escala de un lugar específico del planeta. Introduciendo el nombre de una ciudad, de una calle se obtiene la dirección exacta, un plano o vista del lugar. Además, es posible medir distancias geográficas, ver la altura de las montañas, ver fallas y cambiar la vista, tanto en horizontal como en vertical. Con Google Maps (<http://maps.google.es/>), o Vía Michelin (<http://www.viamichelin.es/>) es posible obtener informaciones viales para planear un viaje, sean en coche propio, en transporte público o a pié.

En los sitios web de diferentes tiendas de mobiliario se encuadren herramientas de planificación para dibujar los planos de casa y ubicar muebles (por ejemplo [http://www.ikea.com/ms/es\\_ES/rooms\\_ideas/splashplanners.html](http://www.ikea.com/ms/es_ES/rooms_ideas/splashplanners.html)).

Todos estos recursos tecnológicos plantean cuestiones de innovación e investigación didáctica de gran interés: indagar cómo se puede incorporar su uso en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la orientación espacial en los niveles de educación primaria y secundaria.

## 5. El uso de la orientación espacial en diferentes trabajos y situaciones de la vida cotidiana

Pilotos, conductores, marineros, médicos, arquitectos, ingenieros, geógrafos, meteorólogos, topógrafos, físicos, electricistas, fontaneros, carpinteros, ciertamente utilizan en sus trabajos habilidades relacionadas a la Orientación y Visualización Espacial. Este uso requiere la habilidad de reconocer un objeto tridimensional desde ángulos diferentes, la habilidad de describir un espacio conocido con un lenguaje adecuado o con una representación gráfica, la habilidad de comprender una representación gráfica de un espacio.

Se puede pensar, por ejemplo, en un arquitecto que tiene que proyectar un edificio; frecuentemente en su trabajo tiene que colaborar con ingenieros civiles y presentar proyectos específicos a fontaneros, electricistas,... . El lenguaje gráfico tiene que ser compartido para que cada uno pueda comprender el plano asignado y trabajar correctamente.

Definiendo la habilidad de "relación espacial" como el "reconocimiento de un objeto tridimensional desde ángulos diferentes", Suárez y col. (2004), afirman que esta habilidad es una de la más importantes de toda aquellas que un individuo debe poseer para el ejercicio de la ingeniería.

La habilidad de reconocer un objeto desde diferentes perspectivas está presente también en el trabajo del médico. Por ejemplo, para interpretar correctamente una radiografía de una parte del cuerpo tiene que distinguir entre los diferentes niveles de grises de las formas tridimensionales de la parte del cuerpo proyectado en el plano de la radiografía. La dificultad está en distinguir los diferentes niveles de profundidad.

Otro trabajo interesante desde el punto de vista de las habilidades de Orientación Espacial es el del arqueólogo. En Drewett (1999) se presentan diferentes situaciones que requieren la lectura y la elaboración de mapas: la





## 6. Orientación espacial en la enseñanza

Observamos que las orientaciones curriculares, por ejemplo en España (MEC, 2006a), o las orientaciones del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000), tratan el tema de la “Orientación Espacial” sugiriendo algunos objetivos. Es interesante constatar que dichas propuestas curriculares aconsejan empezar a trabajar el tema considerando las orientaciones de cuerpos y objetos en el mundo real, seguir con la interpretación y la elaboración de representaciones espaciales elementales (croquis, mapas, planos y maquetas), y terminar con la construcción y uso de sistemas de coordenadas para especificar posiciones y describir trayectorias. Esta repartición temporal de los temas en los años es coherente con el desarrollo del conocimiento cartográfico a lo largo de la historia.

Podemos observar que la situación-problema central emergente de los currículos analizados es la de “especificar posiciones y describir trayectorias en el espacio”: primero en el mundo real, después con el uso de representaciones elementales y al final con el uso de sistemas de coordenadas. Las Orientaciones Curriculares sugieren plantear situaciones para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana y aconsejan educar a través del entorno, lo que se puede abordar con diferentes situaciones. Por otra parte, en los objetivos relacionados con la orientación de objetos y cuerpos en el espacio físico y con el uso de representaciones se tratan sobre todo formas y objetos geométricos, y menos situaciones reales y cotidianas. Sería interesante reconstruir tipos de situaciones que permitieron desarrollar el conocimiento cartográfico a lo largo de la historia, como la exploración de lugares desconocidos con el objetivo de trazar mapas que orientaran a otros niños exploradores, la organización del espacio (por ejemplo del aula), la discusión de las diferentes simbologías utilizadas y de los errores cometidos.

Situaciones de Orientación Espacial podrían ser presentadas no sólo en el ámbito matemático, sino también en otras asignaturas, como pueden ser la geografía, el dibujo técnico y la educación física. En matemáticas el niño se enfrentaría a la organización del espacio, a la lectura de mapas y planos y a la introducción de sistemas de referencia para especificar lugares en los mapas; en geografía el niño se enfrentará a situaciones relacionadas con la lectura y elaboración de materiales cartográficos, que podrían ser incentivadas yendo al descubrimiento de nuevos espacios. Observamos que en estas situaciones (tanto en matemáticas como en geografía) el uso de recursos tecnológicos (brújula, GPS,..) podría ser de gran interés y motivación. Con el dibujo técnico el niño podrá aprender los procedimientos de la proyección y los convencionalismos normativos mientras que con la educación física podrá experimentar la orientación de su propio cuerpo con actividades motrices. Observamos así que en la escuela primaria el tema podría ser tratado de manera interdisciplinar.

En los contenidos y objetivos de diferentes materias descritos en el currículo de escuela secundaria obligatoria (MEC, 2006b) emergen distintos aspectos de la orientación espacial. Por ejemplo en geografía (primer curso, bloque 1) se prevé trabajar en la lectura e interpretación de imágenes y mapas de diferentes escalas y características. En educación física, en el bloque relacionado a actividades en el medio natural, emerge la realización de recorridos de orientación, a partir del uso de elementos básicos de orientación natural y de la utilización de mapas. Un objetivo previsto en educación visual es el de representar cuerpos y espacios simples

mediante el uso de la perspectiva, las proporciones y la representación de cualidades de las superficies y el detalle de manera que sean eficaces para la comunicación. En matemáticas se pretende trabajar con coordenadas cartesianas (en el bloque de funciones y gráfica), ampliar y reducir figuras, obtener el factor de escala, trabajar con coordenadas geográficas y husos horarios, interpretar mapas y resolver problemas asociados (en el bloque de geometría). En la materia de tecnología se pretende representar mediante vistas (alzado, planta y perfil) y perspectivas objetos y sistemas técnicos sencillos, utilizar instrumentos de dibujo y aplicaciones de diseño gráfico por ordenador.

Por lo que se refiere a los recursos tecnológicos a utilizar en situaciones de Orientación Espacial, (tales como la brújula, el GPS, o los software informáticos disponibles en la red) observamos que en las propuestas curriculares no se mencionan.

## 7. Ejemplos de actividades para la escuela primaria y secundaria

Describimos algunos ejemplos de situaciones de orientación espacial encontrados en diferentes investigaciones en el campo de la didáctica de la matemática, y que se podrían proponer como tareas en la escuela primaria y secundaria. En el ejemplo 1 describimos una interesante actividad que se podría proponer en la escuela primaria para introducir los niños a la representación de espacios conocidos.

**Ejemplo 1:** *“El maestro lleva a los niños de visita a la estación de bomberos. Por el camino hablan acerca de las casas y las tiendas que pasan. Al volver a la escuela crean una maqueta de la ciudad utilizando bloques. El bloque rojo representa la estación de bomberos. Los niños “conducen” un mini coche de bomberos a través de las calles de la maqueta constituidas por los espacios entre los bloques. El maestro pone de manifiesto que mediante el dibujo de los contornos de los bloques en una grande hoja de papel, el modelo de la ciudad puede ser fácilmente reconstruido la siguiente vez que puedan jugar. Una forma conveniente de pasar a la representación bidimensional es que sean los niños quienes dibujen el contorno de los bloques. Más tarde se puede prescindir de los bloques y utilizar el plano como sustituto del modelo. Este “mapa” puede ser utilizado en lugar del modelo como una herramienta para pensar y para resolver problemas tales como encontrar el camino más corto de la estación de los bomberos a una casa determinada.”* (Progresión de tareas de representación de espacios conocidos descrita por Wiegand, 2006, p. 93).

Otro ejemplo de actividad para la escuela primaria, que podría servir para introducir el dibujo en perspectiva caballera o para evaluar dicho conocimiento es el siguiente.

**Ejemplo 2:** *Dibuja las cuatros patas de la mesa* (Cuisinier y cols, 2007 p. 23):

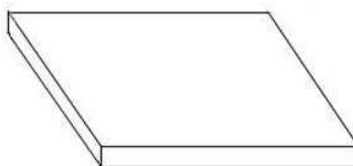


Fig. 6: Dibujo de una mesa en perspectiva caballera.

En el ejemplo 3 describimos una actividad que trata de las vistas de un objeto tridimensional y que podría ser propuesta en diferentes nivel educativos (adaptando la consigna).

**Ejemplo 3:** *Construye o dibuja en perspectiva una composición de cubos que tenga las vistas ilustradas en la fig. 7. ¿Puedes quitar un cubo a la composición sin cambiar las vistas?* (Pittalis, Mousoulides y Christou, 2009, p.)



**Fig. 7: Vistas de una composición de cubos.**

El siguiente es un interesante ejemplo de actividad que podría ser propuesta al inicio de la escuela secundaria para para que los alumnos tomen conciencia de las diferencias entre la perspectiva caballera y la perspectiva con punto de fuga.

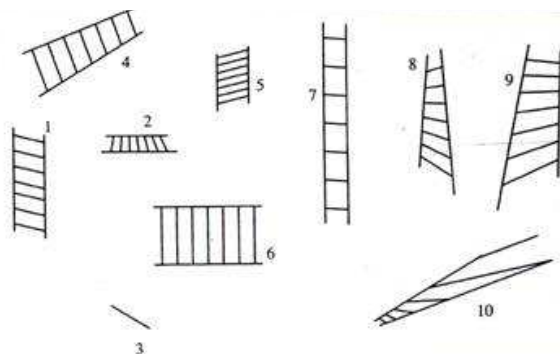
**Ejemplo 4:** Los alumnos reciben una escalera en miniatura que tiene los palos portantes paralelos y la siguiente consigna:

*Imagináis y dibujáis una posible sombra, sobre una superficie plana, de esta escalera*

- a) *Puesta al sol*
- b) *Puesta adelante un foco de luz*

*Si es necesario, realizáis concretamente la experiencia.*

*Mirad los dibujos siguientes (fig. 8). ¿Cuáles son los que pueden ser una sombra de una escalera puesta al sol? ¿Cuáles son los que pueden ser una sombra de una escalera puesta delante de un foco de luz?* (Cuisinier y cols, 2007, p.27)



**Fig. 8: Posibles sombras de escaleras, Cuisinier y cols (2007).**

En la página web <http://realworldmath.org/> se pueden encontrar ejemplos de actividades donde se requiere el uso del programa informático Google Earth disponible en la red y que se podrían proponer en el curso de matemáticas a partir de quinto nivel. Describimos un ejemplo de problema (ejemplo 5) que muestra cómo Google Earth puede presentar actividades que involucran la estimación del área de una superficie.

**Ejemplo 5:** Problema de la foresta amazónica. En esta actividad los estudiantes tienen que comparar dos imágenes de la selva amazónica, una del 1975 y la otra del 2001, que muestran la deforestación que tiene lugar en la Amazonía. Se requiere hacer una estimación del porcentaje de la zona deforestada. Esta actividad conecta a los estudiantes con un problema mundial utilizando la información de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (PNUMA), presente en la capa “Concienciación Global” de Google Earth. Actividades como ésta se pueden hacer con las informaciones presentes en las varias capas de Google Earth, como GoodPlanet, Greenpeace, National Snow e Ice Data Center, o UNICEF, y podrían ser utilizadas en aulas de ciencias o estudios sociales.

## 8. Observaciones finales

En este trabajo hemos resaltado la importancia que tienen hoy día las habilidades relacionadas con la Orientación Espacial en situaciones de la vida cotidiana, en diferentes trabajos y en el uso de los nuevos medios informáticos para ubicarse y trazar recorridos. Todo esto da valor y relevancia al tema, presente en las orientaciones curriculares de la escuela primaria y secundaria.

Un recorrido histórico sobre la cartografía nos ha permitido comprender cómo y por qué nació la necesidad de representar el espacio a lo largo de los siglos y los procesos con los cuales la cartografía se convirtió en una disciplina científica. Este estudio nos ayuda a comprender los procedimientos y las dificultades que están relacionadas con situaciones de Orientación Espacial, nos permite valorar las directrices curriculares y orientar propuestas de tareas en la escuela primaria y secundaria. Así mismo, un estudio en profundidad de los errores cometidos a lo largo de la historia en la representación plana de espacios conocidos, nos podría también orientar sobre las posibles dificultades, las concepciones erróneas, y los obstáculos de los estudiantes.

Consideramos que la información que hemos incluido en este artículo sobre aspectos históricos y usos sociales - profesionales de conocimientos relativos a la orientación espacial es útil, y en cierto modo necesaria, para el diseño de procesos instruccionales en educación primaria y secundaria. En el marco de la teoría de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje propuesta por Godino y colaboradores (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, 2009) el logro de una alta idoneidad epistémica - ecológica requiere que las situaciones - problema que se propongan a los estudiantes, y las configuraciones de objetos y procesos asociados, sean representativas de un significado de referencia. La elaboración de dicho significado de referencia requiere, a su vez, sistematizar previamente la información sobre la génesis histórica de los objetos conceptuales y procedimentales pretendidos y la fenomenología matemática y extra-matemática que dichos objetos permiten organizar.

**Reconocimiento:** Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación, SEJ2007-60110/EDUC, MEC-FEDER y de la Beca FPU, AP2008-04560.

## Bibliografía

Cuisinier, G., Docq, C., Gilbert, T., Hauchart, C., Rouche, N., Tossut, R. (2007). Les représentations planes comme fil conducteur pour l'enseignement de la géométrie. *Mathématique et Pédagogie*, 167, 17-57.

- Diezmann, C. y Lowrie, T. (2009). Primary students' spatial visualization and spatial orientation: an evidence base for instruction". En Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds): *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, 417-424. Thessaloniki, Greece: PME.
- Drewett, P.L. (1999). *Field Archaeology: An Introduction*. UCL Press, London.
- Gálvez, G. (1985). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano: Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. Tesis doctoral, Centro de Investigación del IPN Mexico.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNION* 20. 13-31.
- Godino, J. D. Batanero, C., y Font, V. (2007): "The onto-semiotic approach to research in mathematics education". *ZDM. The International Journal on Mathematics Education* 39(1-2), 127-135. (Versión ampliada en español disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino>).
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2006a). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria*.
- Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) (2006b). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*.
- McGee, M.G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin* 86(5), 889-918.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. Edición electrónica: <http://standards.nctm.org/>. Extraído día 1 del enero de 2010.
- Suárez, J., Rubio, R., Gallego, R. y Martín, S. (2004). Desarrollo de un entrenador para la percepción espacial basado en realidad virtual mediante tecnologías de dominio público. En: XII Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas, Barcelona.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education* 21(3), 216-229.
- Thrower, N.J.W. (2002). *Mapas y civilización. Historia de la cartografía en su contexto cultural y social*. Traducción de la 2a edición de Francesco Nadal. Ediciones del Serbal, Barcelona.
- Wiegand, P. (2006): *Learning and teaching with maps*. Routledge, London.

**Margherita Gonzato.** Estudiante de doctorado del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Ha cursado un Máster en Didáctica de la Matemática y está en posesión de una beca de Formación de Profesorado Universitario (FPU) del Ministerio de Ciencia e Innovación. ([mgonzato@ugr.es](mailto:mgonzato@ugr.es))

**Juan D. Godino.** Catedrático de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Coordina un grupo de investigación sobre los fundamentos teóricos y metodológicos de investigación en Didáctica de la Matemática. Una selección de sus trabajos está disponible en la página web del grupo: <http://www.ugr.es/local/jgodino/> ([jgodino@ugr.es](mailto:jgodino@ugr.es)).